

**Câu 1.** Tính các định thức của các ma trận sau:

$$\text{a) } A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{b) } A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{c) } A_3 = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 1 \\ 4 & 6 & 0 \\ 2 & 10 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{d) } A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{e) } B_1 = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{f) } B_2 = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{g) } B_3 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{h) } B_4 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & -2 & 4 \\ 1 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

**Câu 2.** Cho:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \\ 4 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

Thực hiện các phép toán sau:

$$\text{a) } B_1 = A_1 + A_2; \quad \text{b) } B_2 = 3A_2 + A_3; \quad \text{c) } B_3 = A_1 \cdot A_3; \quad \text{d) } B_4 = A_2 \cdot A_1; \quad \text{e) } B_5 = A_2 \cdot A_1$$

$$\text{f) } B_6 = A_4 \cdot A_2; \quad \text{g) } B_7 = A_2 \cdot A_4; \quad \text{h) } B_8 = A_4 \cdot A_5^T; \quad \text{i) } B_9 = 2A_2 \cdot A_5^T$$

**Câu 3.** Cho  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

a. Tìm  $f(A)$ ,  $f(B)$  với  $f(x) = x^2 + 2x$

b. Tìm  $A^{-1}; B^{-1}; (AB)^{-1}$

**Câu 4.** Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của các ma trận sau:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}; \quad \text{b) } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}; \quad \text{c) } C = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}; \quad \text{d) } D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

**Câu 5.** Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) bằng phương pháp biến đổi sơ cấp

$$a) A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & -7 \\ -2 & -1 & 8 \end{bmatrix}; \quad b) B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}; \quad c) C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

**Câu 6.** Cho:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -8 \\ -3 & -1 & 5 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} -9 & 7 & -4 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Giải các phương trình sau:

$$a) A.X = B; \quad b) B.X = A; \quad c) X.C = D; \quad d) D.X = C; \quad e) B^T X = D; \quad g) X.C^T = A$$

**Câu 7.** Cho  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

- Tìm ma trận X sao cho Cho  $A.X = B$ ;
- Tìm ma trận X sao cho Cho  $X.A = B$ ;

**Câu 8:** Giải phương trình  $A.X = B$  đối với ẩn là ma trận X, với

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

**Câu 9.** Tìm hạng của các ma trận sau:

$$a) A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}; \quad b) B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -4 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & -2 & 6 \\ -2 & 6 & 4 & 7 \end{bmatrix}; \quad c) C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & -5 \\ 2 & 1 & 5 & 6 \end{bmatrix}; \quad d) D = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 6 & 9 & 7 & 12 \\ -2 & -5 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 8 & 4 & 20 \end{bmatrix}$$

**Câu 10.** Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 8x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}; 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 6x_3 - 3x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}; 3) \begin{cases} x_1 + 8x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 6x_4 = 0 \\ 7x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$$

**Câu 11.** Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ -3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}; 2) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = -2 \\ -3x_1 + x_2 + 4x_3 = -1 \end{cases}; 3) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ -3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \end{cases}; 4) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 11 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 32 \\ -2x_1 + x_2 + 4x_3 = -18 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = -2 \\ -2x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 15 \\ -2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 9x_4 = 17 \end{cases}; 6) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -2 \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 8 \\ 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 20 \end{cases}; 7) \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ -2x_1 - 2x_3 + x_4 = -9 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_4 = -3 \\ -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -13 \\ 2x_1 - 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}; 9) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -8 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 22 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 = -8 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 8x_4 = -12 \end{cases}; 10) \begin{cases} x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 11 \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = -16 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_4 = -5 \\ 3x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 9 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 3x_4 = -21 \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 - x_4 = -9 \\ 4x_1 - 5x_2 - 5x_3 - 7x_4 = -9 \\ 6x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 13 \end{cases}; 12) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 33 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 31 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 6x_4 = 28 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -8 \end{cases}; 13) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 = -7 \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 6 \\ 3x_1 + 6x_2 + 7x_3 - 5x_4 = -8 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = -1 \\ 3x_1 - 4x_2 + 7x_3 + 5x_4 = -3 \\ 4x_1 - 9x_2 + 8x_3 + 5x_4 = -3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -1 \end{cases}; 15) \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7 \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_4 = -5 \\ -9x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 3 \\ -2x_1 - 2x_2 + 3x_4 = 1 \end{cases}; 16) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 12 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 2 \\ 3x_1 + x_2 - 6x_3 + 5x_4 = -28 \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = -6 \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} x_1 - x_3 + 5x_4 = 19 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 35 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -8 \end{cases}; 18) \begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 12 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 7 \\ 3x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = -11 \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 9 \end{cases}; 19) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -41 \\ 6x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 = 11 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 9 \\ -4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = -36 \end{cases}$$