

LÝ THUYẾT SAI SỐ ĐO

I. Bản chất và các dạng đo:

- - Đo một đại lượng nào đó là so sánh đại lượng đo với đại lượng cùng loại được chọn làm đơn vị.
- VD: Khi đo chiều dài của một đoạn thẳng chúng ta lấy thước có chiều dài là mét làm đơn vị. Để kiểm tra và nâng cao độ chính xác kết quả đo người ta thường đo nhiều lần đại lượng đó.

I. Bản chất và các dạng đo:

- Trong trắc địa người ta chia đại lượng đo thành 2 loại chính: **Đại lượng đo & đại lượng tính toán.**

- + **Đại lượng đo còn gọi là trị đo:** là giá trị gần đúng của 1 đại lượng cần đo. Mỗi đại lượng có trị số thực của nó nhưng khi đo chỉ đạt được giá trị gần đúng của nó.

- + **Đại lượng tính toán:** là đại lượng mà trị số của nó tìm được bằng cách giải 1 hàm nào đó của đại lượng đo.

I. Bản chất và các dạng đo:

- - **Có các dạng đo**: đo trực tiếp, đo gián tiếp, đo cùng độ chính xác, không cùng độ chính xác, đại lượng đo cần thiết, đại lượng đo thừa, đại lượng ngẫu nhiên độc, đại lượng ngẫu nhiên không độc lập.
- + **Đo trực tiếp**: dùng máy hoặc dụng cụ để trực tiếp đo 1 đại lượng. Ví dụ: dùng thước thép đo trực tiếp 1 đoạn thẳng trên mặt đất.
- + **Đo gián tiếp**: là một đại lượng cần xác định trị số, nhưng phải thông qua vài hàm của các đại lượng khác được đo trực tiếp. Ví dụ: *muốn xác định tổng các góc trong một đa giác người ta phải đo trực tiếp các góc trong đa giác đó.*

I. Bản chất và các dạng đo:

+ **Đo cùng độ chính xác:** là các kết quả đo trong cùng điều kiện giống nhau cùng 1 loại máy hoặc máy có cùng độ chính xác, cùng 1 phương pháp đo, cùng 1 số lần đo.

+ **Đo không cùng độ chính xác:** là kết quả đo trong điều kiện không giống nhau như máy có độ chính xác khác nhau, phương pháp đo khác nhau, số lần đo khác nhau.

I. Bản chất và các dạng đo:

- Trong trắc địa để giải quyết 1 bài toán thông thường phải đo nhiều đại lượng. **Số đại lượng cần thiết tối thiểu để giải quyết bài toán được gọi là đại lượng đo cần thiết hay trị đo cần thiết.**

Ngoài đại lượng đo cần thiết, **người ta đo thừa một số đại lượng.** Đại lượng đo thừa có tác dụng kiểm tra và nâng cao độ chính xác kết quả đo. Người ta gọi đại lượng đo cần thiết là trị đo cần thiết, đại lượng đo thừa là trị đo thừa.

I. Bản chất và các dạng đo:

Trong một lưới trắc địa:

- Số trị đo là n
- Số trị đo cần thiết là t
- Số trị đo thừa là r

Thì : $r = n - t$

Các trị đo không liên hệ với nhau bằng 1 hàm nào cả gọi là các trị đo độc lập.

II. Sai Số Đo – Phần Loại Sai Số Đo:

1. Sai số đo:

- Khi đo nhiều lần tại một điểm nào đó, người ta nhận được các kết quả không giống nhau. Điều đó chứng tỏ trong các kết quả đo có chứa sai số, đồng thời phản ánh các kết quả đo chỉ là giá trị gần đúng của đại lượng đo.

1. Sai số đo:

- Mỗi đại lượng có trị số thực là X trị đo của đại lượng này ở lần đo thứ i là L_i thì hiệu giữa trị đo và trị thực là sai số đo và đây là sai số thực. Nếu gọi sai số thực là Δ , thì ở lần đo thứ i sai số thực được tính theo công thức:

- $\Delta_i = L_i - X \quad (i = 1 \div n)$

- Trong thực tế công tác trắc địa người ta coi trị đo nào đó có độ chính xác rất cao là trị số thực.

1. Sai số đo:

- Nguyên nhân gây ra sai số đo: có 3 nguyên nhân cơ bản
 - a/ **Sai số do máy, do dụng cụ**: Máy và dụng cụ đo dù được chế tạo hoàn chỉnh thế nào cũng không tránh khỏi sai số như: sai số khắc vạch trên thước, sai số khắc vạch trên bàn độ máy kinh vĩ...
 - b/ **Sai số do con người**: độ tinh của mắt người, khả năng bắt mục tiêu, trình độ tay nghề, trình độ đọc số... chỉ có mức độ cho nên gây ra sai số.
 - c/ **Sai số do môi trường**: Nhiệt độ, gió, địa hình ... ảnh hưởng đến kết quả đo.

2. Phân loại sai số đo:

- Theo tính chất của sai số người ta chia sai số bằng 3 loại sau:

- a/ **Sai số thô (sai lầm):** là những nhầm lẫn trong quá trình đo đạc và tính toán như nhầm sai mục tiêu, đọc sai, ghi sai, tính sai. Sai số thô thường có trị số lớn. Để phát hiện và loại trừ: phải đo nhiều lần, kiểm tra việc tính toán.

- **b/ Sai số hệ thống:** là loại sai số có trị số và dấu không đổi theo một quy luật nhất định.
- Ví dụ: Trên một thước thép để đo có ghi 20m, đem so với thước chuẩn có sai lệch
- Nếu gọi chiều dài danh nghĩa của thước thép là $l_1 = 20.005\text{m}$
- Chiều dài chính xác là $l_2 = 20.000\text{m}$
- $\Delta l = l_1 - l_2 = 20.005 - 20.000 = \pm 5\text{mm}$
- Trị số $\Delta l = \pm 5\text{mm}$ là sai số hệ thống.
- Mỗi lần đặt thước đo chiều dài đều có Δl ; sau n lần đặt thước thì sẽ có sai số mắc phải là $n \cdot \Delta l$
- Sau khi đo phải hiệu chỉnh kết quả đo

- Giả sử sau khi đo được chiều dài đoạn thẳng là $484.28m$ số hiệu chỉnh là:

- $n. \Delta l = \frac{484.28m}{20} . 5mm = 120mm$

- Chiều dài của đoạn thẳng đo đã được hiệu chỉnh là: $484.28m + 0.12m = 484.40m.$

- c/ **Sai số ngẫu nhiên**: một đại lượng đo nhiều lần trong cùng điều kiện như sau, nhưng lại nhận được các trị đo khác nhau. Nếu biết được trị chính xác của đại lượng này sẽ tính được dãy sai số tương ứng với dãy kết quả đo. Các sai số này có trị số và dấu không giống nhau, được gọi là sai số ngẫu nhiên.

- Vd: một đoạn thẳng đo 8 lần bằng thước thép nhận được kết quả đo là: 245.15m, 245.20m, 245.00m, 245.08m, 245.10m, 245.05m, 245.12m, 245.17m. Có chiều dài chính xác của đoạn thẳng này là 245.12m ta sẽ có các sai số tương ứng là:

Thứ tự đo	Kết quả đo	$\Delta = l - X$ (cm)
1	245.15	+3
2	245.20	+8
3	245.00	-12
4	245.08	-4
5	245.10	-2
6	245.05	-7
7	245.12	0
8	245.17	+5
$X =$	245.12	

3. Các tính chất cơ bản của sai số ngẫu nhiên:

- Vd: Đo 100 lần chênh cao 2 điểm trên mặt đất trong điều kiện đo cùng độ chính xác. Khi đã biết trước chính xác chênh cao giữa 2 điểm đó. Theo kết quả đo ta có trị số và số lượng của sai số ngẫu nhiên tương ứng:

Trị số của SS	Số lượng	Trị số của SS	Số lượng
-6	1	3	7
-5	1	4	2
-4	3	5	1
-3	5	6	0
-2	9		
-1	15		
0	28		
1	18		
2	10		

3. Các tính chất cơ bản của Sai số ngẫu nhiên:

- Quan sát 1 dãy sai số ngẫu nhiên trong 1 điều kiện đo nhất định nhận thấy chúng thể hiện 4 tính chất sau đây:
 - a. Trị tuyệt đối của sai số ngẫu nhiên không vượt quá 1 giới hạn nhất định (trị giới hạn đó phụ thuộc vào điều kiện đo).
 - b. Sai số ngẫu nhiên có trị tuyệt đối nhỏ xuất hiện nhiều hơn sai số ngẫu nhiên có trị tuyệt đối lớn.

3. Các tính chất cơ bản của Sai số ngẫu nhiên:

- c. Các sai số ngẫu nhiên âm và dương có trị tuyệt đối bằng nhau xuất hiện như nhau.
- d. Khi số lần đo tăng lên vô hạn thì trị trung bình cộng của các sai số ngẫu nhiên sẽ tiến tới $= 0$

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0$ ký hiệu [là tổng số]

III. CÁC TIÊU CHUẨN ĐÁNH GIÁ ĐỘ CHÍNH XÁC CỦA CÁC KẾT QUẢ ĐO TRỰC TIẾP:

- Trong 1 dãy các kết quả đo cùng độ chính xác của 1 đại lượng, chúng ta nhận thấy từng trị đo có sai số khác nhau, đồng nghĩa với sự phân bố của sai số càng tập trung, Vì vậy để đánh giá độ chính xác của kết quả đo người ta xây dựng các đặc trưng cho kết quả đo, được gọi là các tiêu chuẩn đánh giá độ chính xác của kết quả đo.

1. Sai số trung phương (m)

- Khi đo nhiều lần cùng độ chính xác 1 đại lượng có dãy sai số ngẫu nhiên $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ thì sai số trung phương là giới hạn của căn bậc 2 trị trung bình cộng của bình phương các sai số độc lập khi số lần đo tăng lên vô hạn $\rightarrow$ gọi là sai số trung phương (m)

$$m = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \quad n \text{ là số lần đo.}$$

1. Sai số trung bình (m)

- Trong thực tế số lần đo n có hạn vì vậy người ta thường dùng công thức gần đúng

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}}$$

2. Sai số trung bình θ

- Sai số trung bình là giới hạn của trị trung bình cộng các giá trị tuyệt đối của các sai số độc lập khi số lần đo tăng lên vô hạn

$$\theta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\|\Delta\|}{n}$$

2. Sai số trung bình θ

- Trong thực tế số lần đo chỉ có hạn do đó công thức gần đúng

$$\theta = \pm \frac{\|\Delta\|}{n}$$

3. Sai số Xác suất :(vi)

- Giả sử đoạn AB chưa biết chiều dài, đo n lần được $l_1, l_2 \dots l_n$ khi đó ta có

$$L = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n}$$

- L gọi là giá trị xác suất của đại lượng đo là giá trị chính xác nhất của đại lượng đo

3. Sai số xác suất : (v_i)

- Sai số $v_1 = l_1 - L$
- $v_2 = l_2 - L$
-
 $v_n = l_n - L$
- v_i gọi là sai số xác suất
- Vậy sai số xác suất là hiệu của đại lượng đo và giá trị đo.
- Tính chất: $[v] = 0$
- $[v] = v_1 + v_2 + \dots + v_n$
- (nếu không có sai số làm tròn)

4. Sai số giới hạn:

- Trong 1 điều kiện đo nhất định, trị tuyệt đối của sai số ngẫu nhiên không vượt quá giới hạn nhất định. Trong 1 dãy kết quả đo, trị số nào có sai số vượt quá giới hạn đủ xác định thì trị đo đó không đảm bảo độ chính xác và không sử dụng để xử lý kết quả đo.
- Gọi $\Delta_{\max}$ là sai số giới hạn
- Thì $\Delta_{\max} = 3 \cdot m$ (m là sai số trung phương)
- Khi yêu cầu độ chính xác đo đặc cao
- $\Delta_{\max} = 2m$

5. Sai số tương đối (1/T)

- Các sai số trung phương, sai số trung bình, sai số xác suất, sai số giới hạn là các sai số tuyệt đối. Trong một số trường hợp dùng sai số tương đối làm tiêu chuẩn đánh giá độ chính xác. Sai số tương đối là tỷ số giữa sai số đo với giá trị của đại lượng đo và thường được biểu diễn dưới dạng 1 tỷ số với tử số = 1.
- Vd: có 2 đoạn thẳng $S_1 = 150\text{m}$ và $S_2 = 225\text{m}$ khi đo 2 đoạn thẳng này mắc phải sai số trung phương $ms_1 = ms_2 = \pm 3\text{ cm}$, sai số tương đối của S_1 và S_2 là:

5. Sai số tương đối (1/T)

$$\frac{1}{T1} = \frac{ms1}{S1} = \frac{3cm}{15.000cm} = \frac{1}{5000}$$

$$\frac{1}{T2} = \frac{ms2}{S2} = \frac{3cm}{22500cm} = \frac{1}{7500}$$

- Như vậy đoạn S2 đo chính xác hơn S1 và sai số tương đối

$$\frac{ms2}{S2} < \frac{ms1}{S1}$$

3. Phương pháp đánh giá độ chính xác của kết quả đo

- Để đánh giá độ chính xác của kết quả đo dùng sai số trung phương.
- Sai số trung phương có thể tính theo 2 công thức.
- Tính sai số trung phương theo sai số thực
- Giả sử rằng một đại lượng đo có giá trị thực là X . Do đại lượng đó n lần được

- Ta có :

$$\left. \begin{array}{l} \Delta_1 = l_1 - \bar{X} \\ \Delta_2 = l_2 - \bar{X} \\ \dots \dots \dots \\ \Delta_n = l_n - \bar{X} \end{array} \right\} \Delta_i \text{ sai số thực}$$

- So sánh trung phương kí hiệu là m :

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}$$

- $[\Delta^2] = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2$; n là số lần đo

Tính sai số trung phương theo sai số Xác suất:

- Sai số thực: $\Delta = l - X$
 - Sai số Xác suất: $V = l - L$
-

$$\Delta - V = l - X - l + L = L - X = \Delta_0$$

Δ_0 là sai số của trị xác suất

$$\rightarrow \Delta = V + \Delta_0 \quad (1)$$

- Trong 1 dãy số đo, đo n lần có :

$$\Delta_1 = V_1 - \Delta_0$$

$$\Delta_2 = V_2 - \Delta_0$$

.....

$$\Delta_n = V_n - \Delta_0$$

- Bình phương 2 vế ta có :

$$\Delta_1^2 = V_1^2 + 2\Delta_1\Delta_0 + \Delta_0^2$$

$$\Delta_1^2 = V_1^2 + 2\Delta_1\Delta_0 + \Delta_0^2$$

.....

$$\Delta_1^2 = V_1^2 + 2\Delta_1\Delta_0 + \Delta_0^2$$

$$[\Delta^2] = [V^2] + 2[V].n\Delta_0 + [\Delta_0^2]$$

- Theo tính chất của sai số xác suất ta có:
- Chia 2 vế cho n :

$$\frac{[\Delta^2]}{n} = \frac{[V^2]}{n} + \frac{[\Delta_0^2]}{n} \quad \left(\text{Biến đổi theo công thức } (a^2 + b^2) \right)$$

$$\Delta_0 = L - X \rightarrow \text{Sai số trung bình cộng}$$

$$L = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n} \rightarrow \Delta_0$$

- Nếu đo 1 lần có SSTP là m .
- Gọi SSTP số TB cộng là M.

Trong đó : m là SSTP của 1 lần đo

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}$$

n là số lần

$$\frac{[\Delta^2]}{n} = \frac{[V^2]}{n} + \frac{[\Delta_0^2]}{n} = \frac{[V^2]}{n} + \frac{m^2}{n} \qquad V^2 \Delta_0 = m$$

$$\rightarrow m^2 = \frac{[V^2]}{n} + \frac{m^2}{n}$$

$$\rightarrow m^2.n^2 - m^2 = [V^2]$$

$$\rightarrow m^2(n-1) = [V^2]$$

$$\rightarrow m^2 = \frac{[V^2]}{n-1}$$

$$\rightarrow m = \sqrt{\frac{[V^2]}{n-1}}$$

Trong thực tế có nhiều hợp không thể biết được giá trị thực (X). Vì thế nhà trắc địa Betsen đã tìm ra công thức sau:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[V^2]}{n-1}}$$

Trong đó :

- $v_i = X_i - \bar{X}$ là sai số xác suất nhất
- X_i là các kết quả đo được
- X là giá trị TB của kết quả đo
- N là số lần đo

Ví dụ: Đo 1 góc 5 lần được kết quả sau :

$$\left. \begin{array}{l} + \text{ Lần 1} \quad 65^{\circ} \ 14' \ 30'' \\ + \text{ Lần 2} \quad 65^{\circ} \ 14' \ 15'' \\ + \text{ Lần 3} \quad 65^{\circ} \ 14' \ 45'' \\ + \text{ Lần 4} \quad 65^{\circ} \ 14' \ 00'' \\ + \text{ Lần 5} \quad 65^{\circ} \ 14' \ 15'' \end{array} \right\} \text{ Tính SSTP đo góc?}$$

$$\text{- Có: } \bar{\beta} = \bar{X} = \frac{[\beta]}{n} = 65^{\circ} \ 14' \ 21''$$

$$\text{- Sai số xác suất nhất: } V_i = \beta_i - \bar{\beta}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 65^{\circ} \ 14' \ 30'' - 65^{\circ} \ 14' \ 30'' = 9'' \rightarrow v_1^2 = 81'' \\ v_2 = 65^{\circ} \ 14' \ 15'' - 65^{\circ} \ 14' \ 30'' = -6'' \rightarrow v_2^2 = 36'' \\ v_3 = 65^{\circ} \ 14' \ 45'' - 65^{\circ} \ 14' \ 30'' = +24'' \rightarrow v_3^2 = 586'' \\ v_4 = 65^{\circ} \ 14' \ 00'' - 65^{\circ} \ 14' \ 30'' = -21'' \rightarrow v_4^2 = 441'' \\ v_5 = 65^{\circ} \ 14' \ 15'' - 65^{\circ} \ 14' \ 30'' = -6'' \rightarrow v_5^2 = 36'' \end{array} \right\} [v_i^2] = 1170''$$

$$\rightarrow m_{\beta} = \pm \sqrt{\frac{[V^2]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{1170}{5-1}} = \pm 17''$$

II.2. SAI SỐ TRUNG BÌNH CỦA HÀM CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐO

Trong đo đạc các đại lượng đo có quan hệ với nhau theo quan hệ hàm số.

Ví dụ : Khi xác định khoảng cách từ máy $\Rightarrow$ mìa

Dùng công thức: $S = Kl + C$; trong đó C là hằng số

Giả sử không có sai số .

$$S = Kl \quad \left\{ \begin{array}{l} K = 100 \\ l = l_1 + l_2 \end{array} \right.$$

- có sai số là $\Rightarrow$ sai số này sẽ ảnh hưởng đến chiều dài đo :

$$l = l_1 + l_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} l_1 \text{ có sai số là } m_{l_1} \\ l_2 \text{ có sai số là } m_{l_2} \end{array} \right.$$

- Vậy sai số

Nếu biết sai số của biến số là . Thì

*ml là sai số của biến số
ms là sai số của hàm số*

⇒ Như vậy khi biết sai số của biến sẽ tìm được sai số của hàm.

Có rất nhiều dạng hàm khác nhau :

– *Khi tính khoảng cách ngang (V ≠ 0):*

$$S = (100l + \Delta) \cos^2 V$$

- Trong trắc địa các đại lượng đo có quan hệ với nhau theo nhiều dạng hàm từ đơn giản đến phức tạp.
- Vấn đề là khi biết sai số của biến số ta phải tìm được sai số của hàm số:

1 – Hàm số dạng : $Z = kx$ (1) $\rightarrow m_Z = ?$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Giá trị } x \text{ có sai số là } \Delta x \\ \text{Giá trị } Z \text{ có sai số là } \Delta Z \end{array} \right\} \rightarrow Z + \Delta Z = k(x + \Delta x) = kx + k\Delta x \quad (2)$$

Lấy (2) – (1) ta có:

$$\Delta Z = k\Delta x \rightarrow \text{Nếu 1 dãy đo đo } n \text{ lần}$$

Ta sẽ có :

$$\Delta Z_1 = k\Delta x_1$$

$$\Delta Z_2 = k\Delta x_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\Delta Z_n = k\Delta x_n$$

Bình phương 2 về chia cho n ta có :

$$\frac{\Delta z_1^2 + \Delta z_2^2 + \dots + \Delta z_n^2}{n} = \frac{k\Delta x_1^2 + k\Delta x_2^2 + \dots + k\Delta x_n^2}{n}$$

$$\frac{[\Delta z^2]}{n} = k^2 \frac{[\Delta x^2]}{n}$$

$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$

$$mZ^2 \qquad \qquad mx^2$$

$$\rightarrow mZ^2 = k^2 m_x^2 \rightarrow$$

$mZ = kmx$

Ví dụ áp dụng 1 :

Tính sai số trung phương của chiều dài đường thẳng được xác định theo công thức :

$S = kl$; trong đó $k = 100$; l có sai số là $ml = \pm 5mm$.

Giai:

Ta có :

$$m_s = kml = 100 \times 5 = 500 \text{ (mm)} = \pm 0,5(m)$$

2- Hàm dạng : $Z = x \pm y$ (3) $\rightarrow m_Z = ?$

Giả sử x có sai số là Δx
Giả sử y có sai số là Δy $\left. \vphantom{\begin{matrix} \text{Giả sử } x \text{ có sai số là } \Delta x \\ \text{Giả sử } y \text{ có sai số là } \Delta y \end{matrix}} \right\} Z \rightarrow \Delta Z$

Ta có . $Z + \Delta Z = (x + \Delta x) \pm (y + \Delta y)$
 $= x + \Delta x \pm y \pm \Delta y \quad (4)$

Lấy (4) – (3) ta có : $\Delta Z = \Delta x \pm \Delta y$

Bình phương 2 vế ta có : $\Delta_z^2 = \Delta_x^2 \pm 2\Delta y \Delta x + \Delta_y^2$

Nếu có n lần đo :

$$\begin{aligned} \Delta_{z_1}^2 &= \Delta_{x_1}^2 \pm 2\Delta y_1 \Delta x_1 + \Delta_{y_1}^2 \\ \Delta_{z_2}^2 &= \Delta_{x_2}^2 \pm 2\Delta y_2 \Delta x_2 + \Delta_{y_2}^2 \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta_{z_n}^2 &= \Delta_{x_n}^2 \pm 2\Delta y_n \Delta x_n + \Delta_{y_n}^2 \end{aligned}$$

Chia cả 2 vế cho n ta có : $\frac{[\Delta_z^2]}{n} = \frac{[\Delta_x^2]}{n} \pm 2 \frac{[\Delta x + \Delta y]}{n} + \frac{[\Delta_y^2]}{n}$

Theo tính chất thứ 4 của sai số ngẫu nhiên

Khi $n \rightarrow \infty$ thì tổng : $\frac{[\Delta x + \Delta y]}{n} \rightarrow 0$

Theo định nghĩa của sai số trung phương :

$$\frac{[\Delta_z^2]}{n} = mZ^2 \quad ; \quad \frac{[\Delta_y^2]}{n} = my^2 \quad ; \quad \frac{[\Delta_x^2]}{n} = mx^2$$

$$\rightarrow mZ^2 = mx^2 + my^2$$

$$\rightarrow mZ = \sqrt{mx^2 + my^2}$$

Ví dụ áp dụng 2 :

Tính sai số trung phương cho chiều dài đoạn thẳng đo được. Theo công thức:

$S = K.l$; trong đó biết rằng S^2 đọc trên mica là $\pm 0,5mm$ và $k = 100$.

Giải :

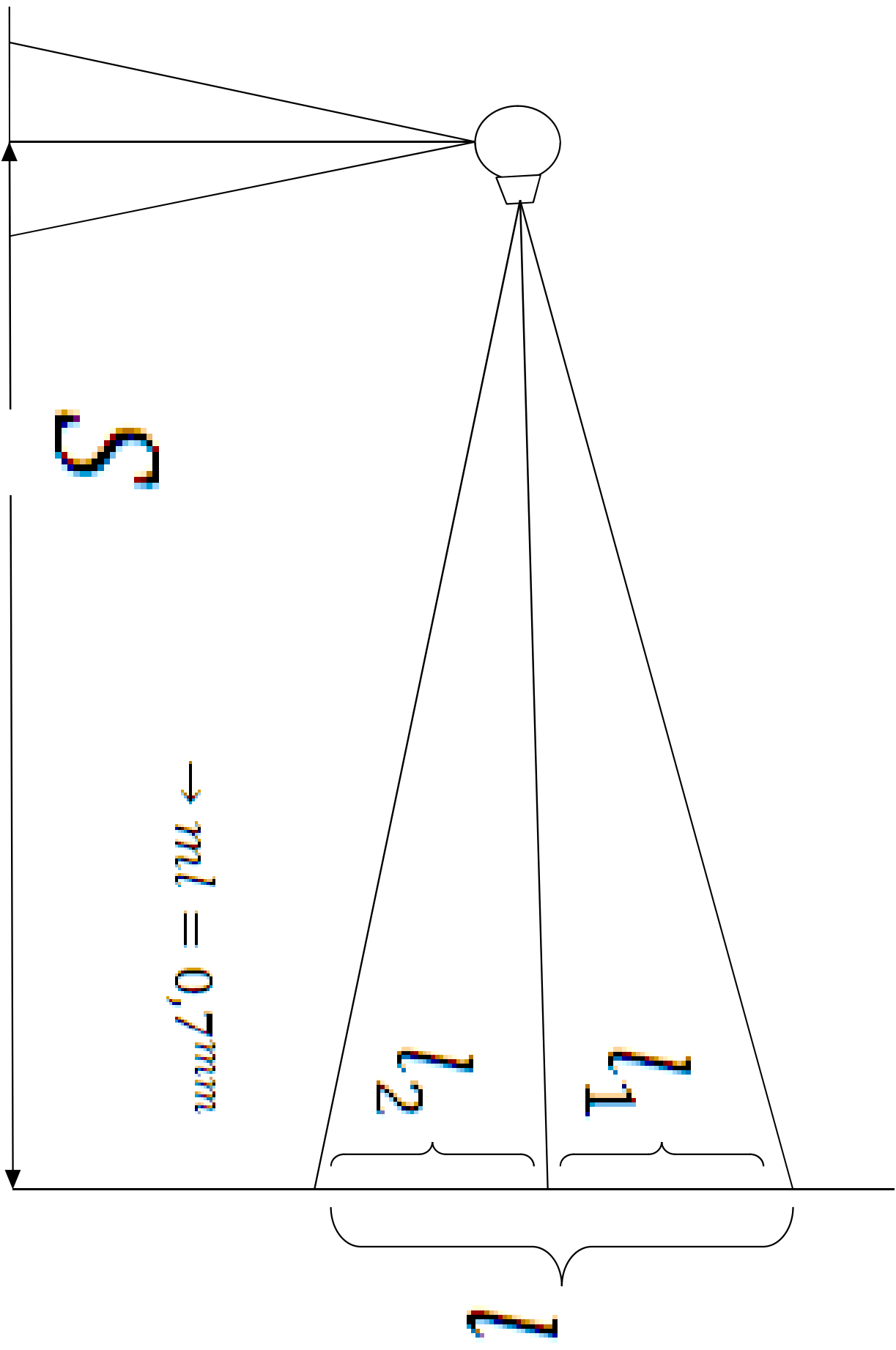
Trong trắc địa có một nguyên tắc là “ nguyên tắc ảnh hưởng bằng nhau”. Ở đây :

$$m_{l_1} \approx m_{l_2} \rightarrow m_{l_1} = m_{l_2} = \pm 0,5 \text{ (mm)}$$

$$\rightarrow m_l = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2} = 0,5\sqrt{2} = \pm 0,7 \text{ (mm)}$$

$$m_S = 100.m_l = 100.0,7 = 70 \text{ (mm)} = \pm 0,07 \text{ (m)}$$

Có nghĩa là khi đo khoảng cách từ máy $\rightarrow$ mica khi sai số đọc là $0,5mm \rightarrow$ thì đoạn thẳng đo được có sai số là $0,07m$



$$m_S = 0,07m$$

Ví dụ áp dụng 3 :

Khi đo góc ta tính bằng công thức μ_1 . Biết sai số đo góc

$$m_T = m_P = \pm 30'' \text{ sai số đo góc}$$

Giải:

Theo công thức : $m_B = \sqrt{m_P^2 + m_T^2}$

Mà

$$m_P = m_T = \pm 30'' = m$$

$$m_B = m\sqrt{2} = \pm 30\sqrt{2} = \pm 42''$$

GHI CHÚ: Mở rộng hàm 3 ta có :

$$Z = x_1 \pm x_2 \pm x_3 \pm \dots \pm x_n$$

$$m_z = \sqrt{m^2 x_1 \pm m^2 x_2 \pm m^2 x_3 \pm \dots \pm m^2 x_n}$$

Nếu : $mx_1 = mx_2 = \dots = mx_n \rightarrow m_z = m\sqrt{n}$

Ví dụ áp dụng 4 :

SSTP tổng các góc đo trong 1 đa giác có 9 góc là bao nhiêu nếu sai số mỗi góc đo $\pm 30''$.

Giải :

Áp dụng công thức: $m_{\beta} = \sqrt{m_{\beta_1}^2 \pm m_{\beta_2}^2 \pm \dots \pm m_{\beta_9}^2}$

Mà :

$$m_{\beta_1} = m_{\beta_2} = \dots = m_{\beta_9}$$

$$\rightarrow m_{\beta} = m\sqrt{9} = \pm 30'' = 90'' = 1'30''$$

Ví dụ áp dụng 5 :

Sai số trung phương mh của 1 trạm đo thủy chuẩn là bao nhiêu nếu biết SSTP của 49 trạm = $\pm 35^{mm}$

Giải:

~~Đ~~

Ta có:

.

√ _____

Mà:

~~Đ~~

~~Đ~~

√

√ _____

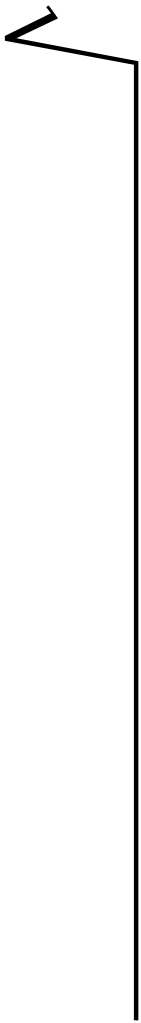
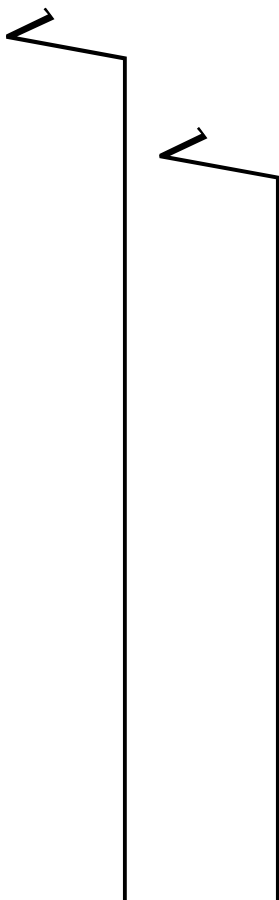
√ _____

3- Hàm dạng :

Đặt

Mà

Vậy



4- Hàm dạng : $\frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$

Giả sử có các sai số

→ Z có sai

$$\frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$$

Như vậy :

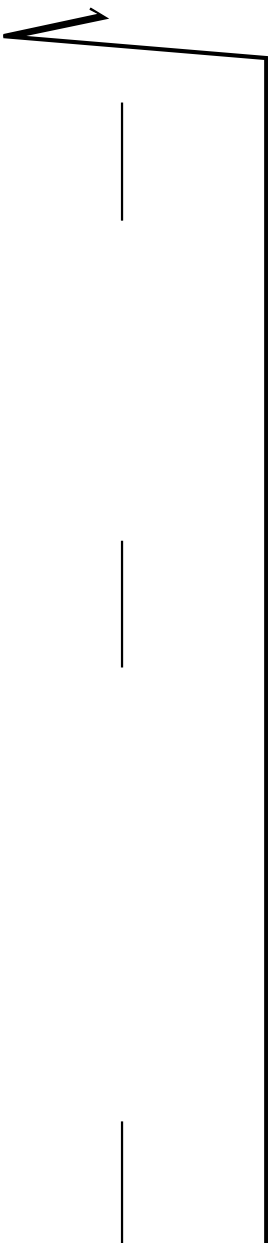
Khai triển hàm (8) theo chuẩn Taylor ta có :

$$\frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$$

Lấy (9) – (7) ta có :

$$\sqrt{\frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}}$$

~ ~ ~



Trong đó : - đạo hàm của hàm f theo biến số m.

- là các sai số tương ứng.

- lấy đạo hàm z theo x,y

~~z~~

→ là hằng số

Ví dụ áp dụng 6 :

Gia số tọa độ có sai số là bao nhiêu biết rằng khi tính tọa độ ta dùng công thức

Nếu Δx đo với sai số Δx ; Δy có sai số

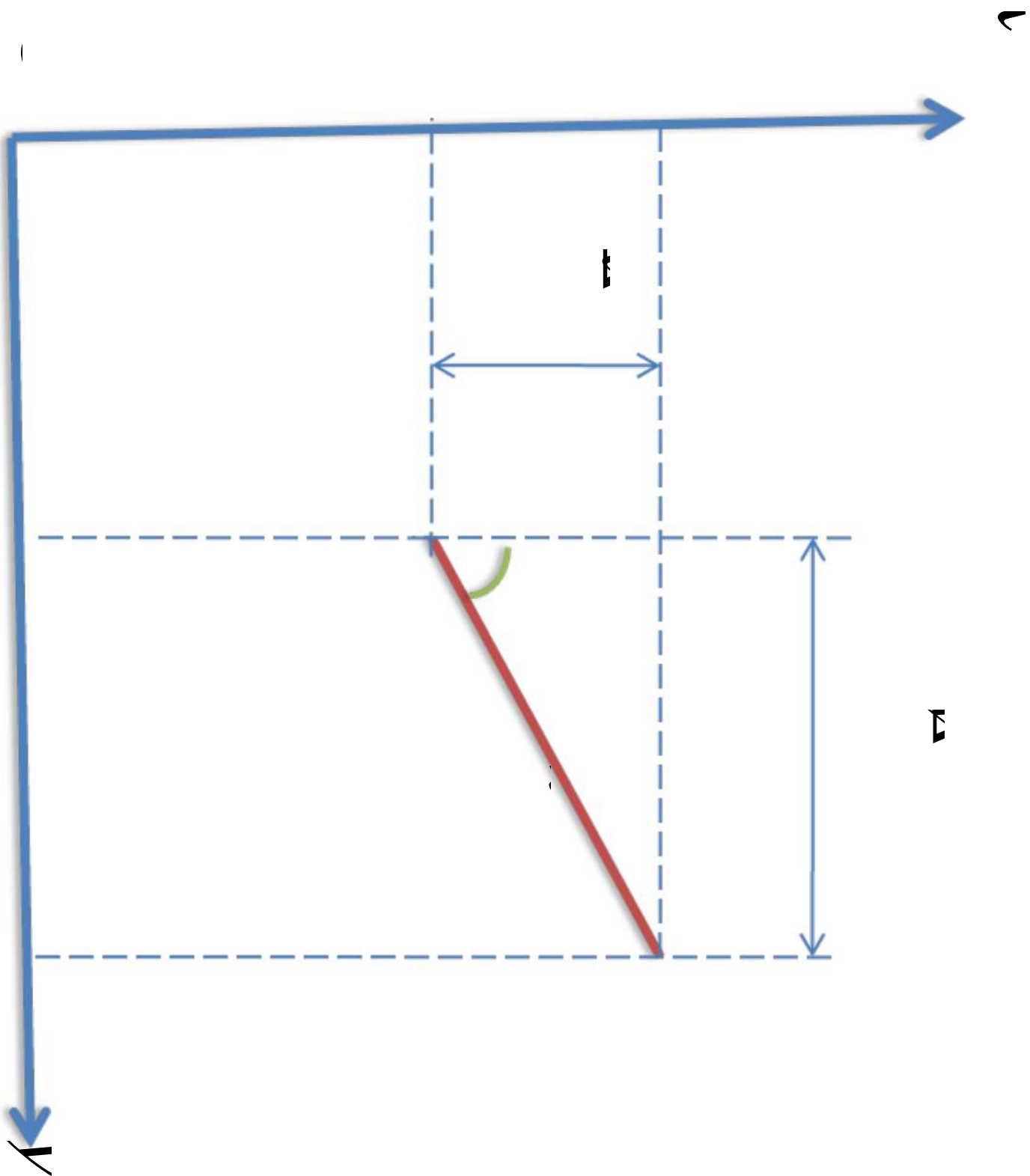
?

Δz

Giải: Ta có :

Δz

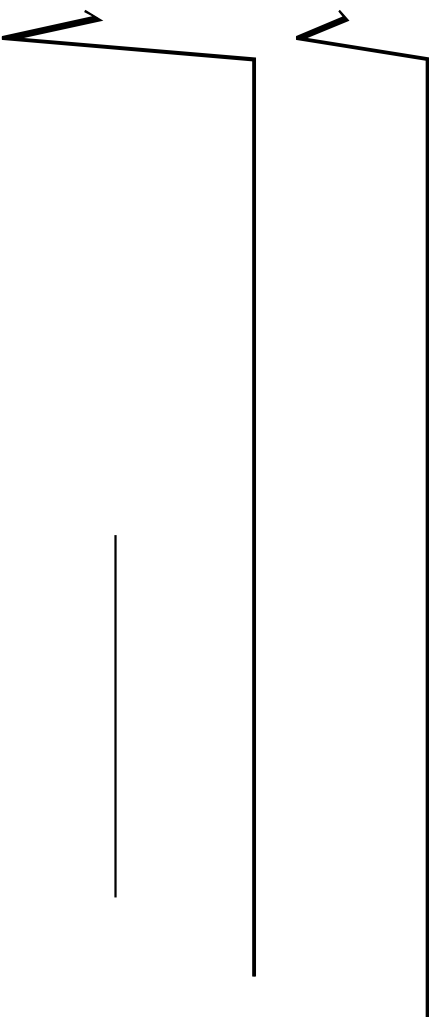
$$\Delta z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$



Ví dụ áp dụng 6 : (tiếp)

Thay vào ta có :

~.



5 – Sai số giới hạn :

- Gọi m là SSTP ; m giới hạn = $2m$ (m ở đây là SSTP) hoặc m giới hạn = $3m$.
- Gọi là sai số giới hạn có nghĩa là sai số khi đo ra được không được lớn hơn sai số giới hạn. Có khi sai số giới hạn bằng 2 lần sai số TP , có khi bằng 3 lần. Điều đó hoàn toàn phụ thuộc vào dụng cụ đo, yêu cầu độ chính xác của lưới. Sai số này được ghi chú (quy định) trong qui phạm.

Bài tập về nhà:

Bài số 1 : Đo trên bản đồ tỉ lệ 1/1000 để xác định diện tích được

a-Xác định diện tích ngoài thực địa?

b-Tính SSTP xác định diện tích ?

c-Nếu SS cho phép xác định theo công thức

—————√

trong đó

M là mẫu số tỉ lệ bản đồ;

P là diện tích tam giác xác định được thì việc tính diện tích tam giác như vậy có đạt yêu cầu không?

Giải:

Ta có : — mà

Theo công thức : — — —

Ta có: $\sqrt{16}$

$\sqrt{\hspace{1cm} \hspace{1cm} \hspace{1cm}}$

Mà: _____

Và: _____

_____√_____√_____

Như vậy _____: Không đạt yêu cầu

Bài số 2 : Xác định SSTP và SS giới hạn của DT hình chữ nhật.

Có $a = 200\text{m}$; $b = 750\text{m}$ đo với sai số

tương đối —————

Gợi ý : Tính P ? m_p ?

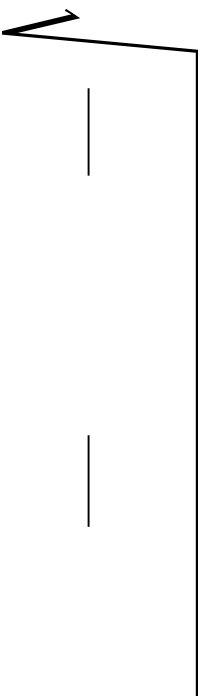
SSTP xác định diện tích căn cứ vào m_a , m_b

Bài số 3 : Tính sai số chênh cao xác định theo tia ngắm nghiêng theo công thức $h = dtg V$ trong đó d là dài ngang = 200m . Đo với sai số tương đối _____ ;

V là góc nghiêng

Giải : Ta có :

.....



gr

Mà: _____

~

Thay số:

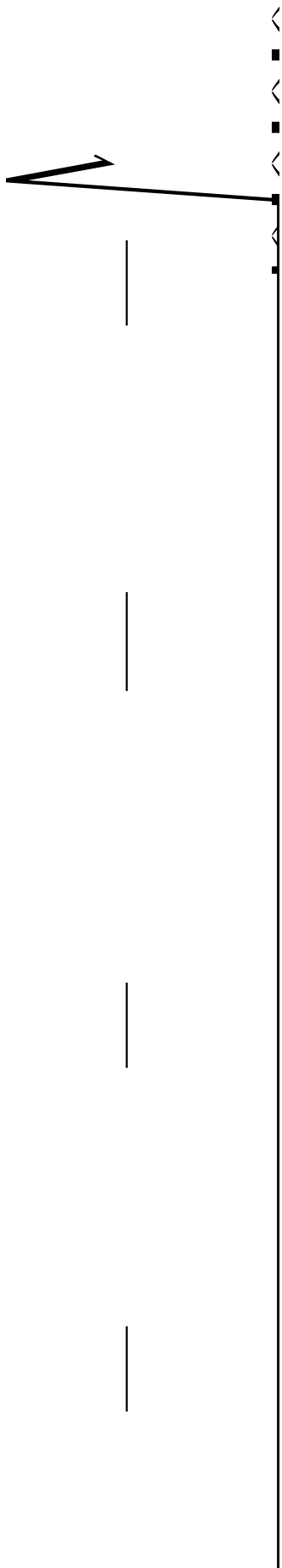
Bài số 4 : Đo chênh cao bằng phương pháp đo cao lượng giác

$$h = \text{stg} V + l - l - f$$

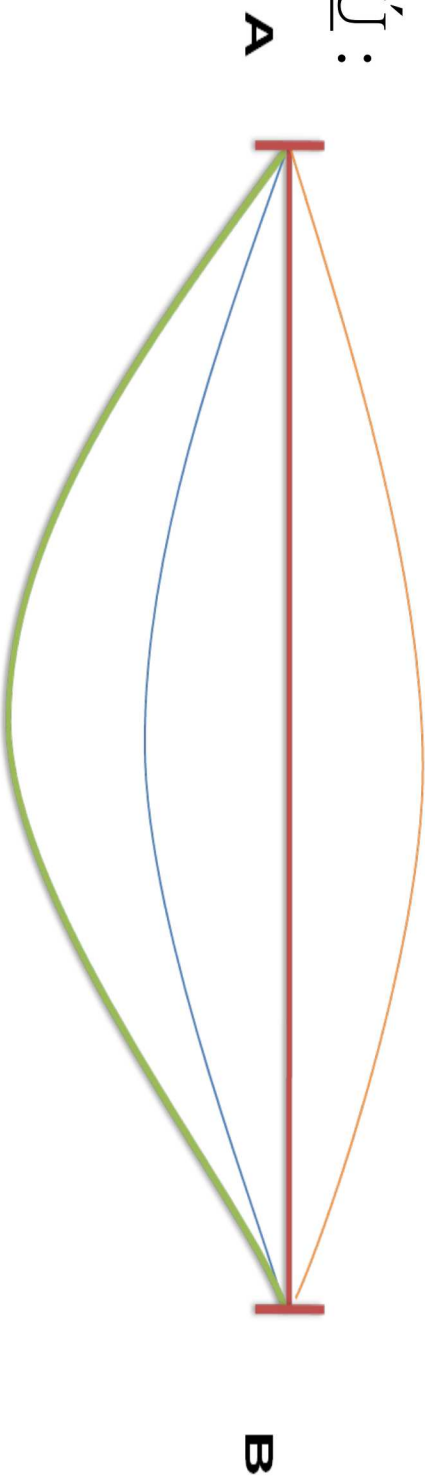
Tính mh = ?

Giải :

Ta có :



GHI CHÚ :



Đoạn AB đo n lần được các số đo : _____

Ta có sai số 1 lần đo là m . Vậy SSTP số TB cộng L là bao nhiêu?

Nếu gọi SSTP số TB cộng là M ta có :

$$\sqrt{\quad}$$

Chứng minh :

Hàm L có dạng của hàm :

>

—

Nếu :

II.3. CHỈNH LÝ KẾT QUẢ ĐO CÙNG ĐỘ CHÍNH XÁC

1. **Khái niệm :** - Trong trắc địa có 2 dạng đo :

- Đo cùng độ chính xác

- Đo không cùng độ chính xác

* Đo cùng độ chính xác bao gồm :

- 2 đại lượng đo cùng độ chính xác

- 1 đại lượng đo cùng độ chính xác

- Đo cùng độ chính xác là luôn đảm bảo → điều kiện :

- Một là : Cùng điều kiện đo : Đo cùng 1 máy, dụng cụ đo có cùng độ chính xác như nhau.

- Hai là : Cùng phương pháp đo.

- Ba là : Cùng số lần đo.

- Đo không cùng độ chính xác : 1 trong 3 điều kiện trên bị vi phạm

2. Chính lý kết quả đo cùng độ chính xác:

Giả sử cần đo chiều dài đoạn thẳng AB. Tiến hành đo n lần được các kết quả đo là

Tính giá trị chính xác của kết quả đo:

ĐÁP SỐ :

Yêu cầu đặt ra là : Tính giá trị xác suất của kết quả đo ?

*** Đánh giá chính xác của kết quả đo : (tiếp)**

- Tính SSTP của một lần đo :

$$\sqrt{\quad}$$

- Tính SSTP của giá trị xác suất

$$\sqrt{\quad}$$

Ví dụ :

Đo góc ngang 5 lần được kết quả đo ở bảng sau :

<i>Góc đo</i>	

Yêu cầu:

Tính giá trị xác suất
của góc đo và SSTP đo
góc ?

Giải: Ta có:

ETT

Giải : (*tiếp*)

SSTP một lần đo :

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}$$

SSTP của kết quả đo :

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}$$

II.4. CHỈ NHÃ LÝ KẾT QUẢ ĐO

KHÔNG CÙNG ĐỘ CHÍNH XÁC

- Đo không cùng độ chính xác là vi phạm một trong ba điều kiện của đo cùng độ chính xác.
- Trong đo cùng độ chính xác dùng sai số trung phương để đánh giá kết quả đo (m, M)
- Trong đo không cùng độ chính xác dùng trọng số để đánh giá độ chính xác của kết quả đo.

1 - Trọng số: Trọng số ký hiệu là P : _____

Trong đó : k là số tự chọn sao cho P nhỏ và chẵn.

M là SSTP

P càng lớn $\Rightarrow$ càng chính xác

P chọn bằng số lần đo

2- SSTP trọng số đơn vị :

- SSTP trọng số đơn vị là SSTP có trọng số bằng 1.

Kí hiệu là . Ta có : _____

- Nếu gọi SSTP của 1 lần đo là m. Theo định nghĩa về trọng số cần lập mối quan hệ của p với _____

- Ta có :

$$\frac{1}{\sqrt{p}} = \frac{1}{\sqrt{1}} \quad \quad \quad \frac{1}{\sqrt{p}} = \frac{1}{\sqrt{1}}$$

✓

- Vậy kết luận : SSTP trọng số đơn vị bằng SSTP 1 lần đo nhân với căn của trọng số.

-Nếu SSTP tính theo sai số thực :

$$\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

-Nếu SSTP tính theo sai số xác suất :

$$\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

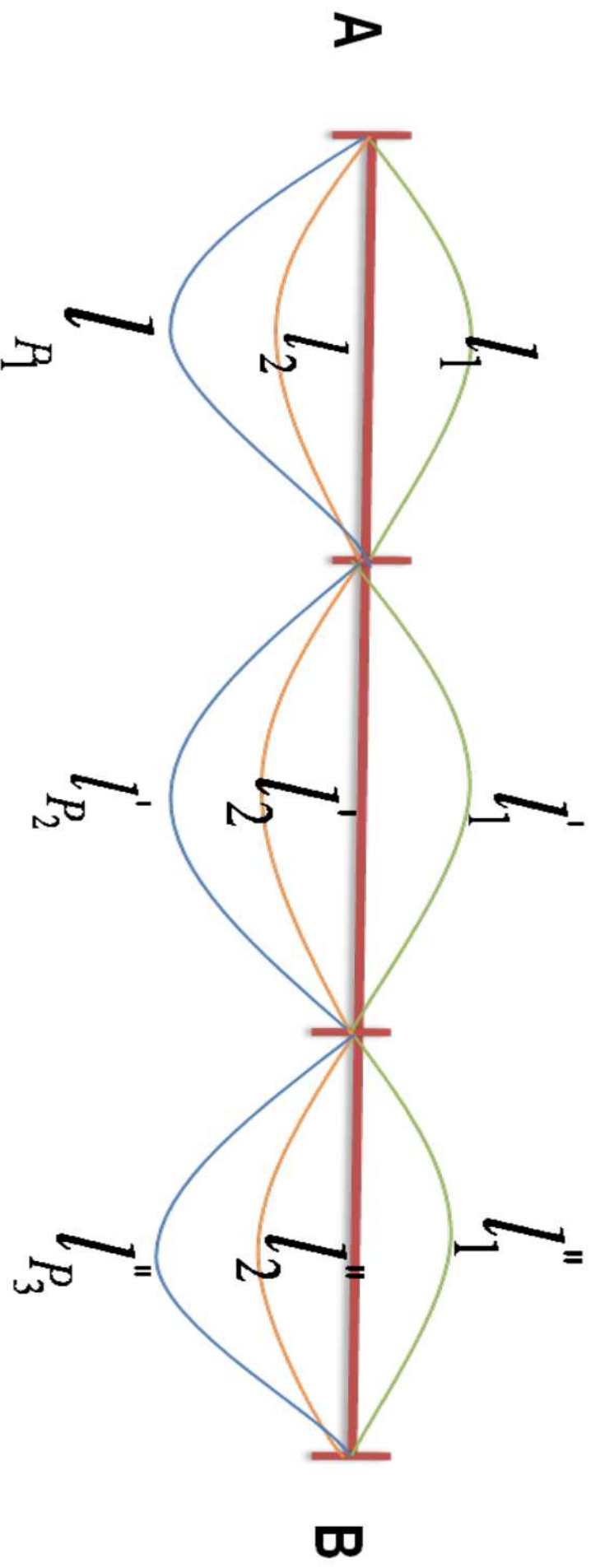
-Và khi đó SSTP của số trung bình cộng mang trọng số :

$$\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

II

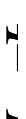
- Trong đo cùng độ chính xác **III**
- Trong đo không cùng độ chính xác

3- Chính lý kết quả đo không cùng độ chính xác



- P bằng số lần đo
- Vì $\Rightarrow$ đo không cùng độ chính xác

- Chiều dài là : _____



- Chiều dài là : _____



- Chiều dài là : _____

- đo lần

- đo lần

- đo lần





không cùng độ chính xác

PPPPPP

Trong đó _____ được chọn từ _____

Giả sử chọn _____

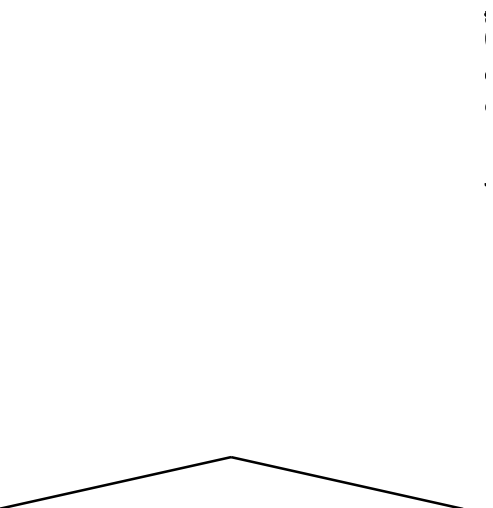
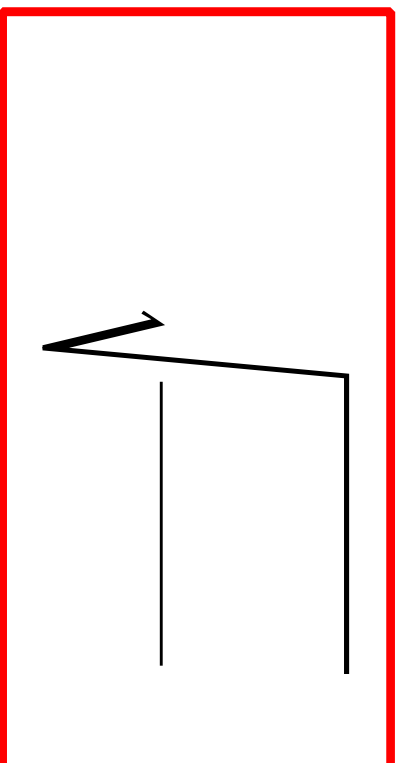
Ta có : _____

PPPP

là số trung bình cộng mang trọng số (số trung
bình cộng .tổng quát) => chiều dài

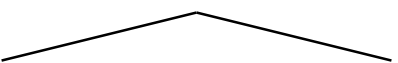
*** Đánh giá độ chính xác của kết quả đo :**

- Tính SSTP trong số đơn vị :



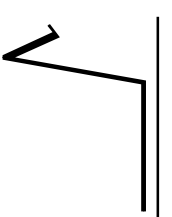
*** Đánh giá độ chính xác của kết quả đo :** *(tiếp)*

- Kiểm tra :



- Tính SSTP của số trung bình cộng :

III



Ví dụ áp dụng :

- Có kết quả đo góc và số lần đo ở bảng sau :

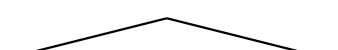
đo	Giá trị đo	Số lần đo

Yêu cầu :

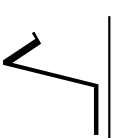
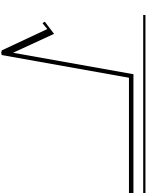
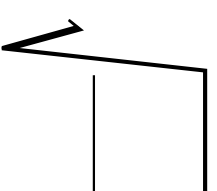
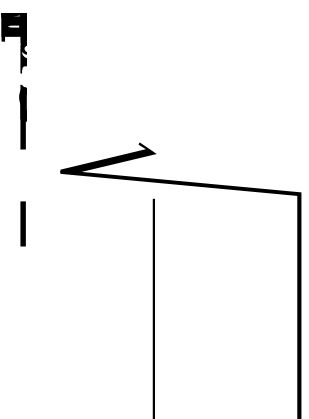
*Tính giá trị góc
đo và đánh giá
độ chính xác.*

* Đánh giá độ chính xác :

PS



- SSTP trọng số đơn vị :



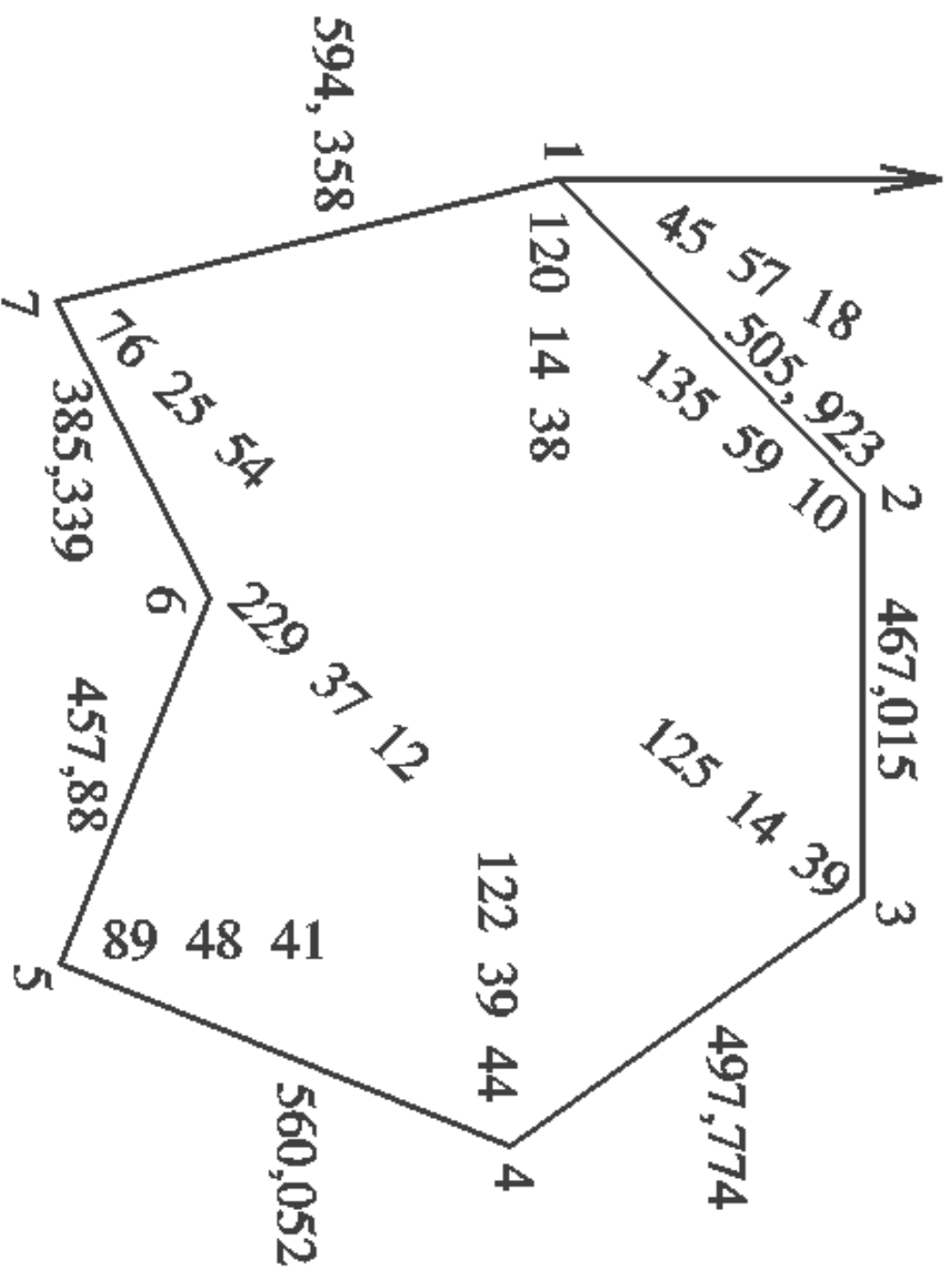
- Kết quả cuối cùng :

Bài tập về nhà :

- Khảo sát kết quả đo ở bảng sau :

	Giá trị đo	Số lần đo

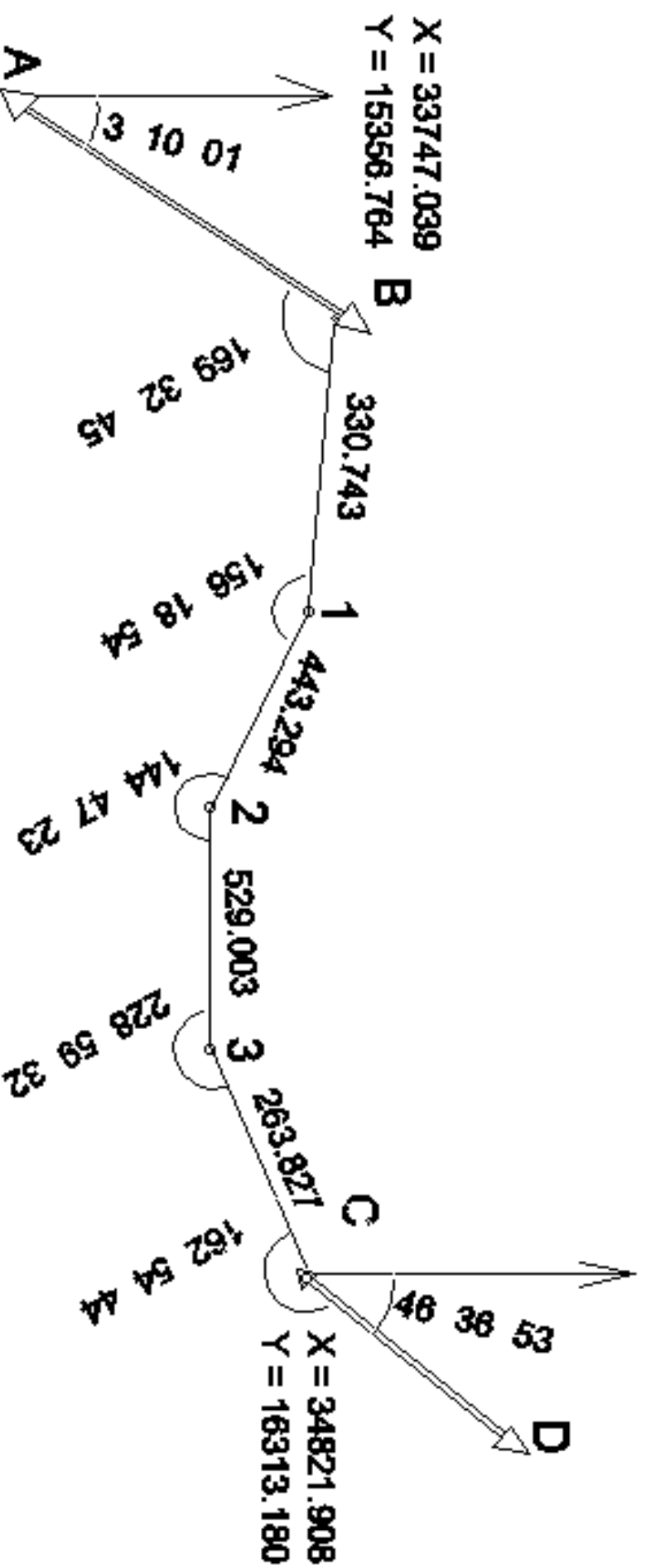
BÌNH SAI ĐƯỜNG CHUYỂN



$$X1 = 10722,18 \text{ m};$$

$$Y1 = 893,955 \text{ m}$$

ĐƯỜNG CHUYỂN PHÙ HỢP



$f_{cp} = 100$ giây ; $1 : T_{cp} = 1 : 5000$

KẾT QUẢ BÌNH SAI

N ⁰	Trị đo góc	Góc B.sai	Góc.PV	Cạnh	Số gia tọa độ		Tọa độ (m)	
A			03 10 01					
B	169 32 45 ⁻²	169 32 43					33747.039	15356.764
			13 37 18		+0.005	-0.007		
1	156 18 54 ⁻²	156 18 52		330.743	321.440	77.893	34068.484	15434.650
			37 18 26		+0.006	-0.009		
2	144 47 23 ⁻²	144 47 21		443.294	352.595	268.675	34421.085	15730.316
			72 31 05		+0.007	-0.011		
3	228 59 32 ⁻²	228 59 30		529.003	158.915	504.569	34580.007	16.207.874
			213 31 35		+0.004	-0.006		
C	162 54 44 ⁻²	162 54 42		263.827	241.497	105.312	34821.908	16313.180
D			40 36 53					
Σ	862 33 18	862 33 08		1566.867	1074.447	956.449		

BÀI TẬP VỀ NHÀ

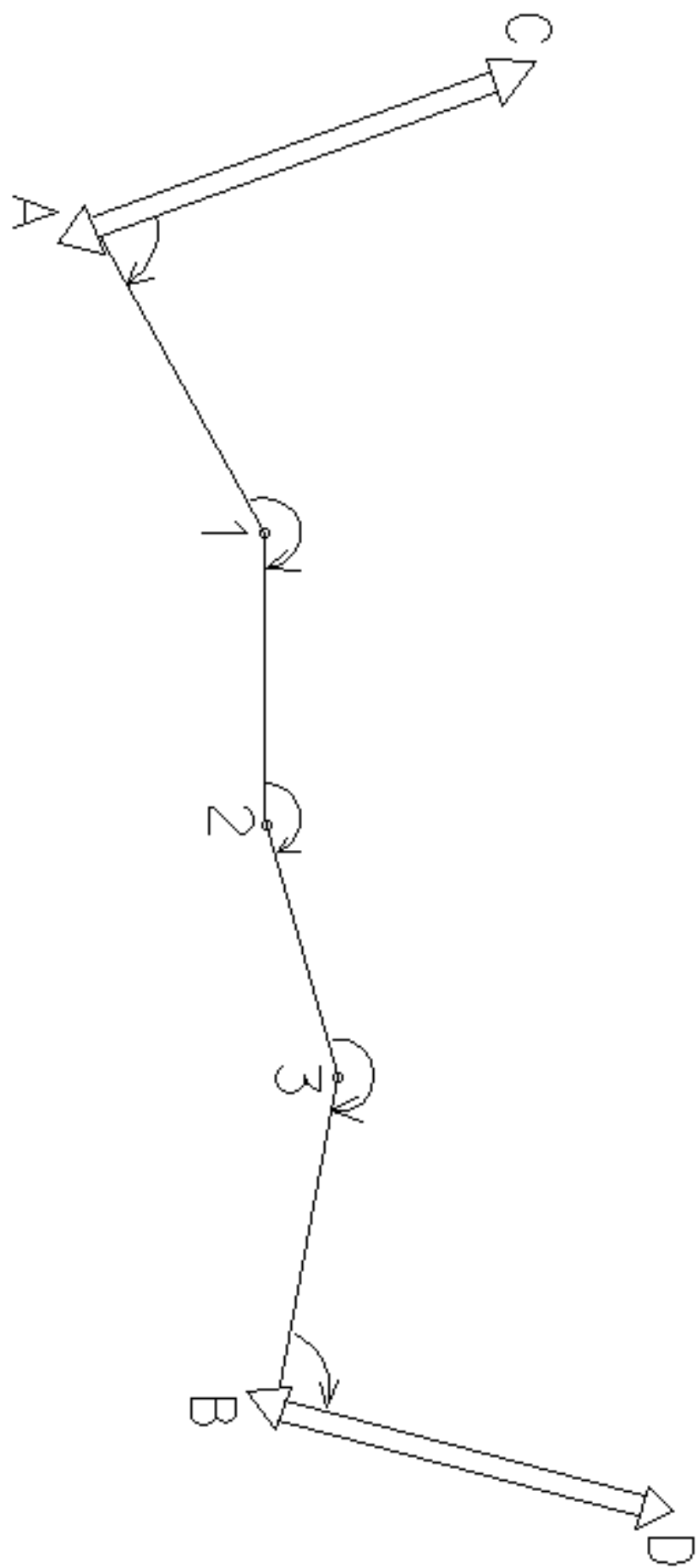
- 1) Cho biết toạ độ của các điểm E, F. Điểm E có toạ độ là $X_E = 511.24$ m; $Y_E = 112.31$ m; Điểm F với $X_F = 197.54$ m; $Y_F = 613.71$ m. Tính chiều dài cạnh EF và góc định hướng của cạnh EF ?

- 2) Có 2 điểm A, B, điểm A có toạ độ $X_A = 100000.0$ m; $Y_A = 20000.0$ m; góc định hướng cạnh AB là $\alpha_{AB} = 60^\circ 30' 20''$; chiều dài cạnh AB là $S_{AB} = 100.0$ m. Tính toạ độ điểm B ?

-

BÀI TẬP VỀ NHÀ

- Cho biết toạ độ các đỉnh ΔABC là :
- Điểm A với $X_A = 224,17$ m ; $Y_A = 111,32$ m.
Điểm B với $X_B = 517,34$ m; $Y_B = 403,55$ m.
- Điểm C với $X_C = 127,74$ m ; $Y_C = 603,81$ m.
Hãy tính các góc trong của tam giác ấy ?



TRỊ ĐO GÓC VÀ CẠNH

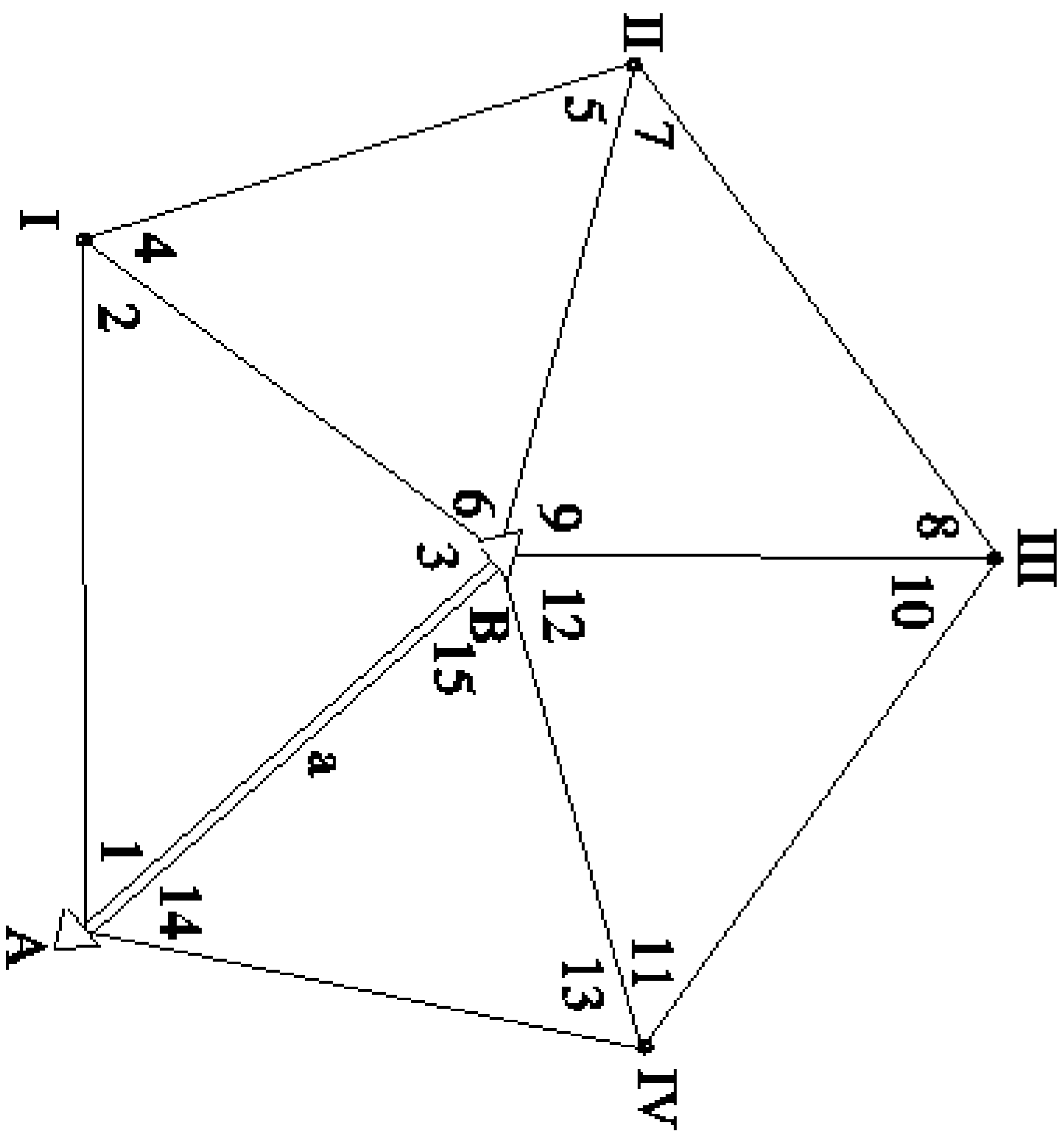
N ^o	Góc	Cạnh(m)
A	47 ^o 27'03"	
1	179 ^o 20'32"	305.005
2	180 ^o 13'51"	215.761
3	178 ^o 45'10"	196.830
B	151 ^o 11'08"	359.569

N ⁰	X(m)	Y(m)
C		
A	16815.754	5391.068
B	17750.093	5910.827
D		
$\alpha_{CA}=162^{\circ}10'35''$		$\alpha_{BD}=359^{\circ}07'59''$

Bài số 1 :

Bình sai đơn giản lưới đa giác trung tâm sau :

N ⁰	Trị đo	N ⁰	Trị đo
1	49 ⁰ 34 ' 20 "	11	37 ⁰ 58 ' 18 "
2	60 ⁰ 57 ' 59 "	12	94 ⁰ 28 ' 50 "
3	69 ⁰ 27 ' 47 "	13	68 ⁰ 37 ' 38 "
4	49 ⁰ 41 ' 04 "	14	58 ⁰ 38 ' 43 "
5	56 ⁰ 33 ' 40 "	15	52 ⁰ 43 ' 36 "
6	73 ⁰ 45 ' 20 "	$\alpha_{AB} = 320^0 47'28,1''$ $S_{AB} = 2507,20 \text{ m}$ $X_A = 6 \text{ } 107 \text{ } 563,81 \text{ m}$ $Y_A = 5 \text{ } 571 \text{ } 684,52 \text{ m}$ $X_B = 6 \text{ } 109 \text{ } 706,77 \text{ m}$ $Y_B = 5 \text{ } 570 \text{ } 099,60 \text{ m}$	
7	53 ⁰ 35 ' 03 "		
8	56 ⁰ 50 ' 21 "		
9	69 ⁰ 34 ' 30 "		
10	47 ⁰ 32 ' 50 "		



Bảng 1 : Bình sai góc và tính giải cạnh tam giác :

N ^o	Trị góc đo	Số HC lần 1			Góc sau HC lần 1	Số HC lần 2	Góc sau bình sai	Cạnh
		I	II	i'				
1	49 34 20	-2	+0,3	-1,7	49 34 18,3	-0,9	49 34 17,4	2182,83
2	60 57 59	-2	+0,3	-1,7	60 57 57,3	+0,9	60 57 58,2	2507,20
3	69 27 47	-2	-0,6	-2,6	69 27 44,4	0,0	69 27 24,4	2685,20
Σ	180 00 06	-6	00	-6	180	0,0	180	
4	49 41 04	-1,3	+0,3	-1	49 41 03	-1,0	49 41 02,0	1994,52
5	56 33 40	-1,3	+0,3	-1,0	56 33 39,0	+1,0	56 33 40,0	2182,83
6	73 45 20	-1,4	-0,6	-2,0	73 45 18,0	0,0	73 45 18,0	2511,38
Σ	180 00 04	-4	0,0	-4	180	0,0	180	
7	53 35 03	+2	+0,3	+2,3	53 35 5,3	-0,9	53 35 4,4	1917,30
8	56 50 21	+2	+0,3	+2,3	56 50 23,3	+0,9	56 50 24,2	1994,52
9	69 34 30	+2	-0,6	+1,4	69 34 31,4	0,0	69 34 31,4	2232,74
Σ	179 59 54	+6	0,0	+6,0	180	0,0	180	
10	47 32 50	+0,7	+0,3	+1	47 32 51	-1,5	47 32 49,5	2299,18
11	37 58 18	+0,7	+0,4	+1,1	37 58 19,1	+1,5	37 58 20,6	1917,30
12	94 28 50	+0,6	-0,7	-0,1	94 28 49,9	0,0	94 28 49,9	3106,61
Σ	179 58 58	+2,0	0,0	2,0	180		180	
13	68 37 38	+1	+0,3	+1,3	68 37 39,3	-0,7	68 37 38,6	2507,20
14	58 38 43	+1	+0,4	+1,4	58 38 44,4	+0,7	58 38 45,1	2299,18
15	52 43 36	+1	-0,7	+0,3	52 43 36,3	0,0	52 43 36,6	2142,46
Σ	179 59 57	+3	0,0	+3	180	0,0	180^o	

N ⁰	Trị góc đo	Số HC lần 1			Góc sau HC lần 1	Số HC lần 2	Góc sau bình sai	Cạnh
		I	II	i'				
1	49 34 20	-2	+0,3	-1,7	49 34 18,3			
2	60 57 59	-2	+0,3	-1,7	60 57 57,3			
3	69 27 47	-2	-0,6	-2,6	69 27 44,4			
Σ	180 00 06	-6	0,0	-6	180			
4	49 41 04	-1,3	+0,3	-1	49 41 03			
5	56 33 40	-1,3	+0,3	-1	56 33 39,0			
6	73 45 20	-1,4	-0,6	-2	73 45 18,0			
Σ	180 00 04	-4	0,0	-4	180			
7	53 35 03	+2	+0,3	+2,3	53 35 5,3			
8	56 50 21	+2	+0,3	+2,3	56 50 23,3			
9	69 34 30	+2	-0,6	+1,4	69 34 31,4			
Σ	179 59 54	+6	0,0	+6	180			
10	47 32 50	+0,7	+0,3	+1	47 32 51			
11	37 58 18	+0,7	+0,3	+1	37 58 19,1			
12	94 28 50	+0,6	-0,6	0	94 28 49,9			
Σ	179 59 58	+2	0,0	+2	180			
13	68 37 38	+1	+0,3	+1,3	68 37 39,3			
14	58 38 43	+1	+0,3	+1,3	58 38 44,4			
15	52 43 36	+1	-0,6	+0,4	52 43 36,3			
Σ	179 59 57	+3	0,0	+3	180			

Bảng 2 : Bảng tính số hạng tự do PTĐK cực :

Aj	Log sin Aj	δAj	B'j	Log sin B'j	δB'j	δAj+δBj	(δAj+δB'j)	i''Aj	i''Bj
1	9.8815094	1,79	2	9.9416759	1,17	2,96	8,7616	-0,9	+0,9
4	9.8822339	1,78	5	9.9214114	1,39	3,17	10,0489	-1,0	+1,0
7	9.9056536	1,55	8	9.9228004	1,38	2,93	8,5849	-0,9	+0,9
10	9.8679605	1,93	11	9.7890699	2,70	4,63	21,4369	-1,5	+1,5
13	9.9690575	0,82	14	9.9314404	1,28	2,10	4,41	-0,7	+0,7
Σ	49.5064149		Σ	49.5063980			53,2423		

$$\omega_c = \sum 1 - \sum 2 = 16.9$$

$$k_c = -\frac{\omega_c}{\sum (\delta_A + \delta_B)^2} = -\frac{16.9}{53.2423} = -0.3174$$

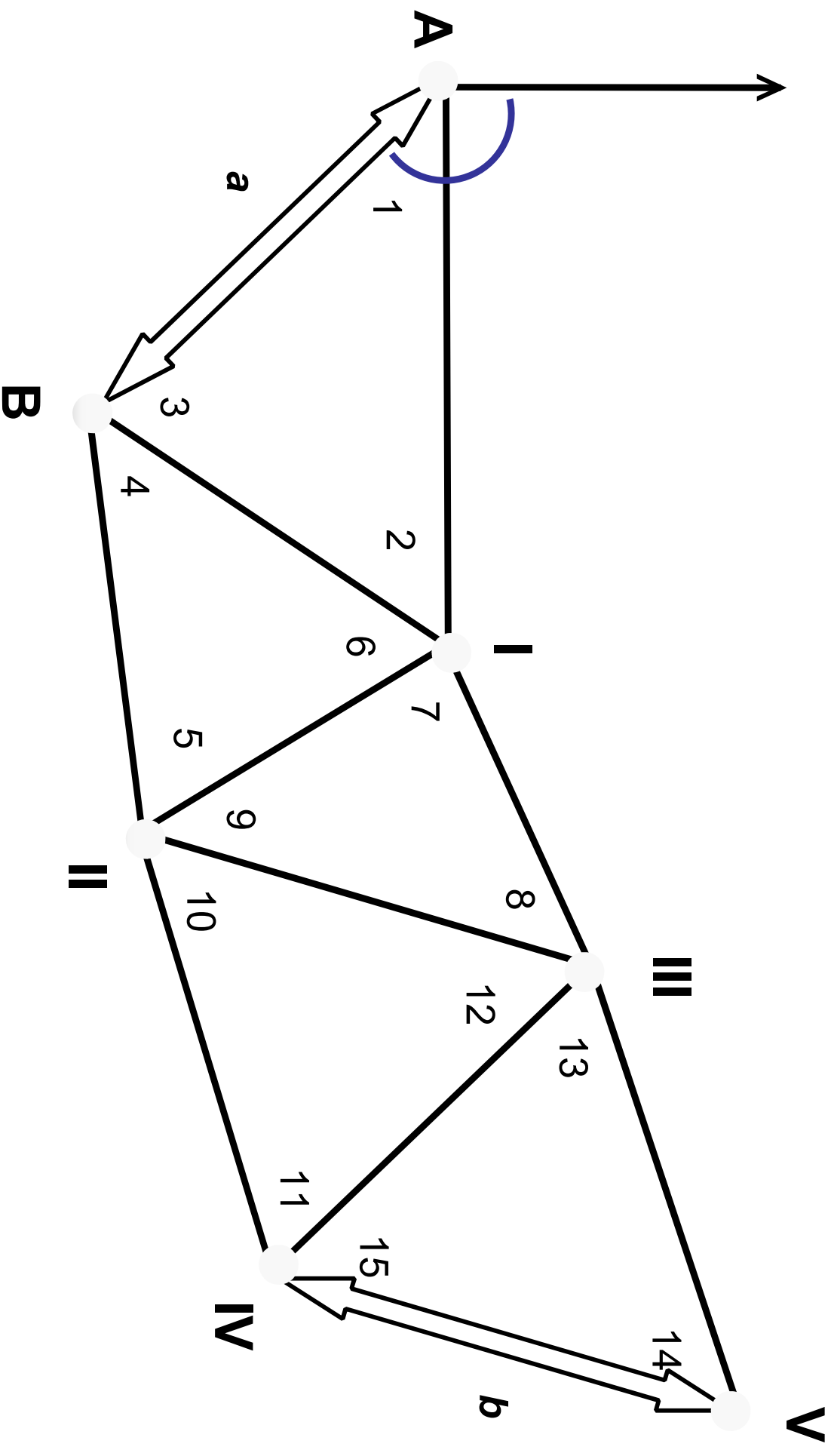
**Bảng 2 : Bảng tính số hạng tự do
PTĐK cực**

A' j	Log sin A' j	δA' j	B' j	Log sin B' j	δB' j	δA_j+δB_j	(δA_j+δB'_j)	i''_{Aj}	i''_{Bj}
1			2						
4			5						
7			8						
10			11						
13			14						
Σ			Σ						

Bảng 3: Tính tọa độ các đỉnh đường chuyển :

Ký hiệu	A I	II II	II III	III IV	IV A
α	320 47 28,1	171 13 8,9	340 34 8,5	50 25 24,3	126 02 9,4
$<$	49 34 19,2	110 39 0,4	110 08 44,2	104 23 14,9	106 36 0,6
α	271 ⁰ 13' 8,9	340 34 8,5	50 25 24,3	126 02 9,4	199 26 8,8
X	6 107 620,94	6109 989,32	6111411,86	6109 584,19	6107563,70
X_0	6 107 563,81	6107620,94	6109989,32	6111 411,86	6109584,19
Δ_A	57,13	2368,38	1422,54	- 1827,67	-2020,49
$\cos \alpha$	0,027433	0,943042	0,637109	0,588292	-0,943015
S	2685,22	2511,42	2232,81	3106,73	2142,58
$\sin \alpha$	- 0,9997736	- 0,332670	0,770773	0,808648	- 0,332750
ΔY	- 2684,61	- 835,48	1720,99	2512,25	- 712,94
Y_0	5571684,52	5568 999,91	5568 164,43	5569885,42	5572397,67
Y	5568999,91	5568 164,43	5569 885,42	5572397,67	5571684,73

BÌNH SAI ĐƠN GIẢN CHUỖI TAM GIÁC



Bảng 1 : Bình sai góc và tính giải cạnh tam giác :

N ⁰	Trị góc đo	Số HC lần 1	Góc sau HC lần 1	Số HC Lần 2	Góc sau bình sai	Cạnh
1	30 42.1	-0.13	30 41.97	-0.17	30 41.80	216.61
2	91 52.8	-0.14	91 52.66	+0.17	91 52.83	424.09
3	57 25.5	-0.13	57 25.37	0.0	57 25.37	357.56
Σ	180 0.4	-0.4	180 0.0	00.0	180 0.0	
4	53 21.7	+0.1	53 21.80	-0.17	53 21.63	191.79
5	64 59.3	+0.1	64 59.40	+0.17	64 59.57	216.61
6	61 38.7	+0.1	61 38.80	0.0	61 38.80	210.34
Σ	179 59.7	+0.3	180 0.0	00.0	180 0.0	
7	60 33.4	-0.07	60 33.33	-0.17	60 33.16	215.77
8	41 33.2	-0.06	41 33.14	+0.17	41 33.31	197.79
9	77 53.6	-0.07	77 53.33	0.0	77 53.33	282.7
Σ	180 0.2	-0.2	180 0.0	00.0	180 0.0	
10	43 29.5	+0.2	43 29.70	-0.17	43 29.53	195.64
11	62 20.2	+0.2	62 20.30	+0.17	62 20.47	251.77
12	74 9.8	+0.2	74 10.0	0.0	74 10.0	273.47
Σ	179 59.4	+0.6	180 0.0	00.0	180 0.0	
13	94 8.8	+0.04	94 8.84	-0.17	94 8.67	298.60
14	40 48.1	+0.03	40 48.13	+0.17	40 48.30	195.64
15	45 3.3	+0.04	45 3.03	0.0	45 3.03	211.90
Σ	179 59.9	+0.1	180 0.0	00.0	180 0.0	

Aj	Log sin Aj	δA'j	B'j	Log sin B'j	δB'j	δAj +δBj	(δAj +δB'j)	i'' Aj	i'' Bj
a	2.627116		b	2.47510					
1	9.70803	3.5	2	9.99977	-0.1	3.4	11.56	-0,9	+0,9
4	9.90441	1.6	5	9.95724	1.0	2.6	6.76	-1,0	+1,0
7	9.93993	1.2	8	9.82171	2.4	3.6	12.96	-0,9	+0,9
10	9.83777	1,9	11	9.94729	1.1	3.0	9.0	-1,5	+1,5
13	9.99886	2.2	14	9.81520	2.4	4.6	21.16	-0,7	+0,7
Σ	52.01646		Σ	52.01631			61.44		

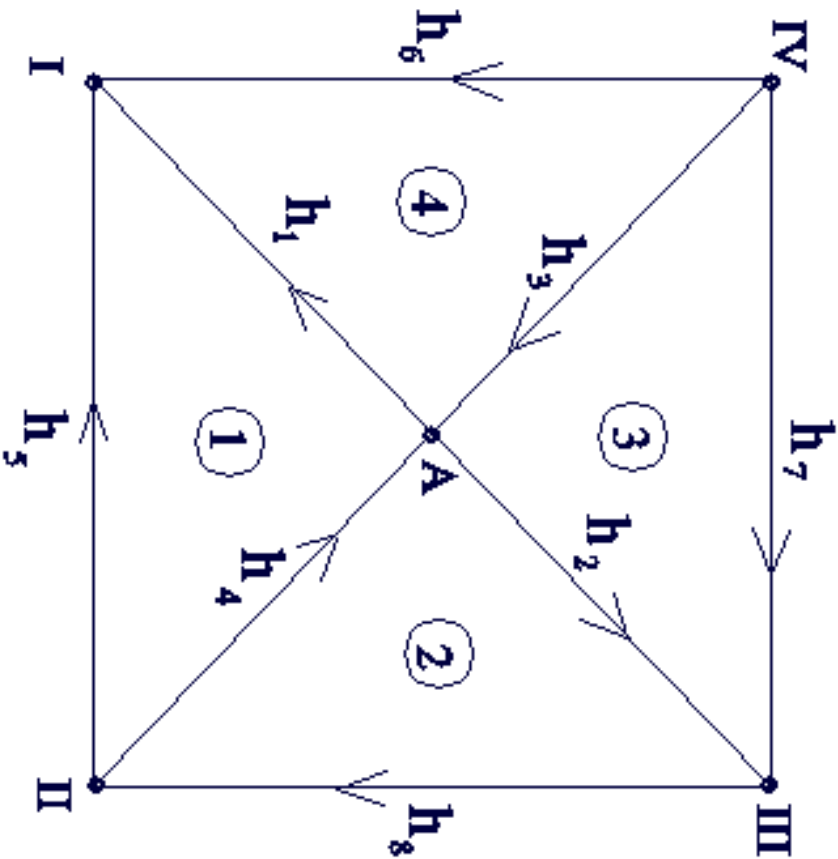
$$\omega_c = \sum 1 - \sum 2 = 15.0$$

$$k_c = -\frac{\omega_c}{\sum (\delta_A + \delta_B)^2} = -\frac{15}{61.44} = -0.2441$$

Bình sai điều kiện lưới độ cao sau :

Độ cao điểm gốc, chênh cao các tuyến đo trong bảng sau đây :

N^0	Giá trị độ cao
$A(\text{Gốc})$	50,000 mét
h_1	+ 5180 mm
h_2	+ 7060 mm
h_3	- 8180 mm
h_4	- 6440 mm
h_5	- 1250 mm
h_6	- 3024 mm
h_7	- 1140 mm
h_8	- 640 mm



•Hệ phương trình số hiệu chỉnh như sau :

$$V_1 - V_5 + V_4 - 10 = 0$$

$$V_4 + V_2 + V_8 - 20 = 0$$

$$V_3 + V_2 - V_7 + 20 = 0$$

$$V_3 + V_1 - V_6 + 24 = 0$$

•Hệ phương trình pháp dạng :

STT	a]Ka	b]Kb	c]Kc	d]Kđ	V_i	h_i
1	1	0	0	1	-3,7	5,1763
2	0	1	1	0	+0,9	7,0609
3	0	0	1	1	-13,7	-8,1937
4	1	1	0	0	+10,9	-6,4291
5	-1	0	0	0	-2,8	-1,2528
6	0	0	0	-1	+6,5	-3,0175
7	0	0	-1	0	+7,2	-1,1325
8	0	1	0	0	+8,1	-0,6319
ω	-10	-20	+20	+24		
[a	3	1	0	1		
[b		3	1	0		
[c			3	1		
[d				3		

Hệ phương trình pháp dạng như sau :

$$3 K_a + K_b + K_d - 10 = 0$$

$$3 K_b + K_c - 20 = 0$$

$$3 K_c + K_d + 20 = 0$$

$$3 K_d + 24 = 0$$

c. Giải hệ PTPD theo sơ đồ Gauss :

Dòng	a] K_a	b] K_b	c] K_c	d] K_d	ω
a E_1	3 -1	1 -1/3	0 0	1 -1/3	-10 +10/3
b $E_1 b_a$ b_1 E_2		3 -1/3 8/3 -1	1 0 1 -3/8	0 -1/3 -1/3 1/8	-20 +10/3 -50/3 6,25
c $E_1 c_a$ $E_2 c b_1$ c_2 E_3			3 0 -3/8 21/8 -1	1 0 1/8 9/8 -3/7	+20 0 6,25 26,25 -10
d $E_1 d_a$ $E_2 d b_1$ $E_3 d c_2$ d_3 E_4				3 -1/3 -1/24 -27/56 2,413 -1	+24 +10/3 -50/24 -78,75/7 14 -6,533
Nghịệm		$K_a = +2,8$	$K_b = + 8,133$	$K_c = -7,2$	$K_d = -6,533$

c)Bảng tính độ cao các điểm :

Điểm A		Cao độ 50,000 m		
I	II	III	IV	
55,1763	43,5709	57,0609	41,8063	

d)Kiểm tra :

$$\begin{aligned} h_{1bs} - h_{5bs} + h_{4bs} &= 0 \\ h_{4bs} + h_{2bs} + h_{8bs} &= 0,1 \text{ mm} \\ h_{3bs} - h_{7bs} + h_{2bs} &= - 0,3 \text{ mm} \\ h_{1bs} - h_{6bs} + h_{3bs} &= 0,1 \text{ mm} \end{aligned}$$

BÀI TẬP VỀ BÌNH SAI GIÁN TIẾP

I/ KHÁI NIỆM VỀ BÌNH SAI GIÁN TIẾP :

Bình sai gián tiếp là phương pháp bình sai dựa vào hàm số quan hệ giữa các đại lượng cần xác định và các trị đo để xác định giá trị gần đúng của đại lượng cần xác định và số hiệu chỉnh của các trị đo.

Trình tự bình sai gián tiếp như sau :

Bước 1 : Chọn ẩn số, Vừa đủ (độc lập, không phụ thuộc vào nhau)

Bước 2 : Lập hệ phương trình số hiệu chỉnh.

Bước 3 : Giải hệ phương trình số hiệu chỉnh theo nguyên tắc số bình phương nhỏ nhất.

Bước 4 : Xác định giá trị gần đúng của các ẩn số và số hiệu chỉnh của các trị đo.

Bước 5 : Đánh giá độ chính xác.

• II. HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHUẨN DẠNG TỔNG QUÁT :

- Giả sử người ta tiến hành đo n đại lượng, được các giá trị là
nhưng bài toán đặt ra là cần có t đại lượng đo cần thiết. Để giải bài toán này người ta chọn t ẩn số độc lập sao cho có các giá trị lần lượt là $x, y, \dots, u$.

Giữa các ẩn số và trị đo có quan hệ hàm số được biểu diễn như sau: Nếu gọi $\dots$ là giá trị sắc xuất nhất của các trị đo có hàm số quan hệ là: $\dots$

Gọi $\dots$ là số hiệu chỉnh các trị đo. Mà số hiệu chỉnh

$\dots$

Suy ra :

Đây chính là hệ phương trình số hiệu chỉnh dạng tổng quát. Trong một số trường hợp hệ này không giải được phải đưa về dạng tuyến tính như sau :

- Nếu gọi $\dots$ là các số hiệu chỉnh của ẩn số với các giá trị gần đúng là
- $\dots$ ta có :

Khi đó $\dots$

- Khai triển theo chuỗi Taylor ta có :

—

—

—

Đặt

$\mathbb{R}[X]$

—

—

—

Suy ra : —

Đây chính là hệ phương trình số hiệu chỉnh dạng
tổng quát. Hệ này có n phương trình và $n+t$ ẩn
số. Dạng đầy đủ là :

—

- III. HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHUẨN DẠNG TỔNG QUÁT:

- Hệ PT số hiệu chỉnh ở trên có n phương trình và $n+t$ ẩn số nên không thể giải một cách thông thường mà phải áp dụng nguyên tắc số bình phương nhỏ nhất tức là xác định các giá trị V sao cho : $\blacksquare$

T

- Đặt hàm số :
- Để Φ min thì $\Phi'_{\delta x} = 0$; $\Phi'_{\delta y} = 0$;; $\Phi'_{\delta u} = 0$. Bình phương 2 vế sau đó cộng tổng số ta có :
- $[aa]\delta x + [ab]\delta y + + [at]\delta u + [a] = 0$
- $[ab]\delta x + [bb]\delta y + + [bt]\delta u + [b] = 0$
-
.....
- $[at]\delta x + [bt]\delta y + + [tt]\delta u + [t] = 0$
- Đây là hệ phương trình chuẩn dạng tổng quát.

- Hệ này có tính chất :
- - Các hệ số trên đường chéo là các hệ số bình phương nên luôn luôn dương.
- - Các giá trị đối xứng nhau qua đường chéo.
- - Hệ có t phương trình và t ẩn số.
- - Giải hệ này cho các giá trị của $\delta x, \delta y, \dots, \delta u$
- Trường hợp đo không cùng độ chính xác hệ phương trình có dạng :
- $[P_{aa}]\delta x + [P_{ab}]\delta y + \dots + [P_{at}]\delta u + [P_{a1}] = 0$
- $[P_{ab}]\delta x + [P_{bb}]\delta y + \dots + [P_{bt}]\delta u + [P_{b1}] = 0$
- $\dots\dots\dots$
- $[P_{at}]\delta x + [P_{bt}]\delta y + \dots + [P_{tt}]\delta u + [P_{t1}] = 0$

- Bảng tính và kiểm tra hệ số của hệ phương trình chuẩn :

STT	a]δx	b]δy	...	t]δz	l	s
1	a ₁	b ₁		t ₁	l ₁	s ₁
2	a ₂	b ₂		t ₂	l ₂	s ₂
.....						
n	a _n	b _n		t _n	l _n	s _n
Σ						
[a	[aa]	[ab]		[at]	[al]	[as]
[b	[ab]	[bb]		[bt]	[bl]	[bs]
.....						
[t				[tt]	[tl]	[ts]
[l					[ll]	[ls]

Giải hệ phương trình này theo sơ đồ Gauss ta
sẽ tính được các giá trị $\delta x; \delta y; \dots; \delta u$.
Sau đó thay vào bảng tính v_i để từ đó tính
được trị sau bình sai

II/ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TOÁN CỤ THỂ :

Bình sai gián tiếp kết quả trạm đo sau :

$$\beta_1 = 46^{\circ} 20' 20''$$

A

$$\beta_2 = 43^{\circ} 39' 20''$$

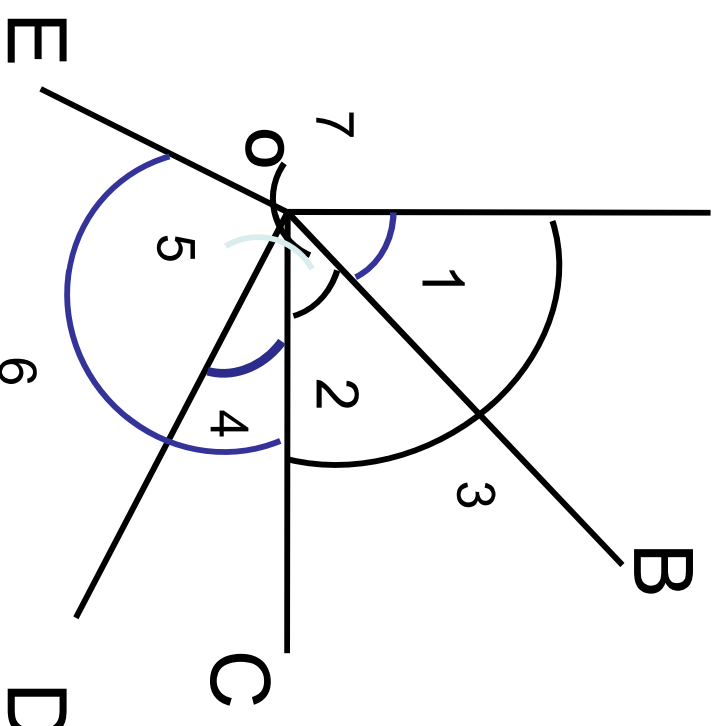
$$\beta_3 = 90^{\circ} 00' 10''$$

$$\beta_4 = 33^{\circ} 40' 10''$$

$$\beta_5 = 40^{\circ} 30' 30''$$

$$\beta_6 = 74^{\circ} 10' 50''$$

$$\beta_7 = 195^{\circ} 49' 30''$$



GIẢI

Bước 1 : Chọn ẩn số

$$\text{Đặt } x = \beta_1 \Rightarrow x_0 = \beta_1 = 46^{\circ} 20' 20''$$

$$y = \beta_2 \Rightarrow y_0 = \beta_2 = 43^{\circ} 39' 20''$$

$$z = \beta_4 \Rightarrow z_0 = \beta_4 = 33^{\circ} 40' 10''$$

$$t = \beta_7 \Rightarrow x_0 = \beta_7 = 195^{\circ} 49' 30''$$

Bước 2 : Lập hệ phương trình số hiệu chỉnh

$$\beta_1 + v_1 = x_0 + \delta_x$$

$$\Rightarrow v_1 = x_0 + \delta_x - \beta_1 = \delta_x + (46^0 20' 20'' - 46^0 20' 20'') = \delta_x$$

$$\beta_2 + v_2 = y_0 + \delta_y$$

$$\Rightarrow v_2 = y_0 + \delta_y - \beta_2 = \delta_y + (43^0 39' 20'' - 43^0 39' 20'') = \delta_y$$

$$\beta_3 + v_3 = (x_0 + \delta_x) + (y_0 + \delta_y)$$

$$\Rightarrow v_3 = (x_0 + \delta_x) + (y_0 + \delta_y) - \beta_3 = \delta_x + \delta_y - 30$$

$$\beta_4 + v_4 = z_0 + \delta_z$$

$$\Rightarrow v_4 = z_0 + \delta_z - \beta_4 = \delta_z + (33^0 40' 10'' - 33^0 40' 10'') = \delta_z$$

$$\beta_5 + v_5 = t_0 + \delta_t$$

$$\Rightarrow v_5 = t_0 + \delta_t - \beta_5 = \delta_t + (40^0 30' 30'' - 40^0 30' 30'') = \delta_t$$

$$\beta_6 + v_6 = (z_0 + \delta_z) + (t_0 + \delta_t) \Rightarrow v_6 = \delta_z + \delta_t - 10$$

$$\beta_7 + v_7 = 360^0 - \{ (x_0 + \delta_x) + (y_0 + \delta_y) \} - \{ (z_0 + \delta_z) + (t_0 + \delta_t) \} \Rightarrow v_7 = -\delta_x - \delta_y -$$

$$\delta_z - \delta_t + 10$$

$$v_1 = \delta_x$$

$$v_2 = \delta_y$$

$$v_3 = \delta_x + \delta_y - 30$$

$$v_4 = \delta_z$$

$$v_5 = \delta_t$$

$$v_6 = \delta_z + \delta_t - 10$$

+ Lập hệ phương trình số hiệu chỉnh

STT	a] δ_x	b] δ_y	c] δ_z	d] δ_t	I	S	Soá hiệu chỉnh v_i
1	1	0	0	0	0	1	+8.32
2	0	1	0	0	0	1	+8.32
3	1	1	0	0	-30	-28	-13.36
4	0	0	1	0	0	1	-3.51
5	0	0	0	1	0	1	+1.89
6	0	0	1	1	-10	-8	-11.62
7	-1	-1	-1	-1	+10	+6	-5.02
Σ	1	1	1	1	-30	-26	
a]	3	2	1	1	-40		
b]		3	1	1	-40		
c]			3	2	-20		
d]				3	-20		
I]					1100		
S]	Hệ phương trình chuẩn là:					888	

$3\delta_x + 2\delta_y + \delta_z + \delta_t - 40 = 0$

$3\delta_y + \delta_z + \delta_t - 40 = 0$

$3\delta_z + 2\delta_t - 20 = 0$

$3\delta_t - 20 = 0$

Giải hệ phương trình chuẩn theo sơ đồ Gauss

Dòng	a] δ_x	b] δ_y	c] δ_z	d] δ_t	1	Ghi chú
a	3	2	1	1	-40	
E_1	-1	-2/3	-1/3	-1/3	+40/3	
b		3	1	1	-40	
E_1ba		-4/3	-2/3	-2/3	+80/3	
b_1		+5/3	+1/3	+1/3	-40/3	
E_2		-1	-1/5	-1/5	+8	
c			3	2	-20	
E_1ba			-1/3	-1/3	+40/3	
E_2cb_1			-1/15	-1/15	+40/15	
c_2			+13/5	+8/5	-60/15	
E_3			-1	-8/13	+60/39	
d				3	-20	
E_1da				-1/3	+40/3	
E_2db_1				-1/15	+40/15	
E_3dc_2				-64/65	+480/507	
d_3				+21/13	-1548/507	
E_4				-1	+1.89	
δ_x					+8.32	
δ_y					+8.32	
δ_z					-3.50	
δ_t					+1.89	

Trò sau bình sai :

STT góc	Trị đo góc	V _i	Góc sau bình sai	Kiểm tra
1	46 ⁰ 20 ‘ 20 “	+8.32	46 ⁰ 20 ‘ 28.32 “	$\begin{aligned} &\beta_{1bs} + \beta_{2bs} = \beta_{3bs} \\ &\beta_{4bs} + \beta_{5bs} = \beta_{6bs} \\ &\beta_{1bs} + \beta_{2bs} + \beta_{4bs} + \beta_{5bs} + \\ &\beta_{7bs} = 360^0 \end{aligned}$
2	43 ⁰ 39 ‘ 20 “	+8.32	43 ⁰ 39 ‘ 28.32 “	
3	90 ⁰ 00 ‘ 10 “	-13.36	89 ⁰ 59 ‘ 56.64 “	
4	33 ⁰ 40 ‘ 10 “	-3.51	33 ⁰ 40 ‘ 06.49 “	
5	40 ⁰ 30 ‘ 30 “	+1.89	40 ⁰ 30 ‘ 31.89 “	
6	74 ⁰ 10 ‘ 50 “	-11.62	74 ⁰ 10 ‘ 38.38 “	
7	195 ⁰ 49 ‘ 30 “	-5.02	195 ⁰ 49 ‘ 24.98 “	