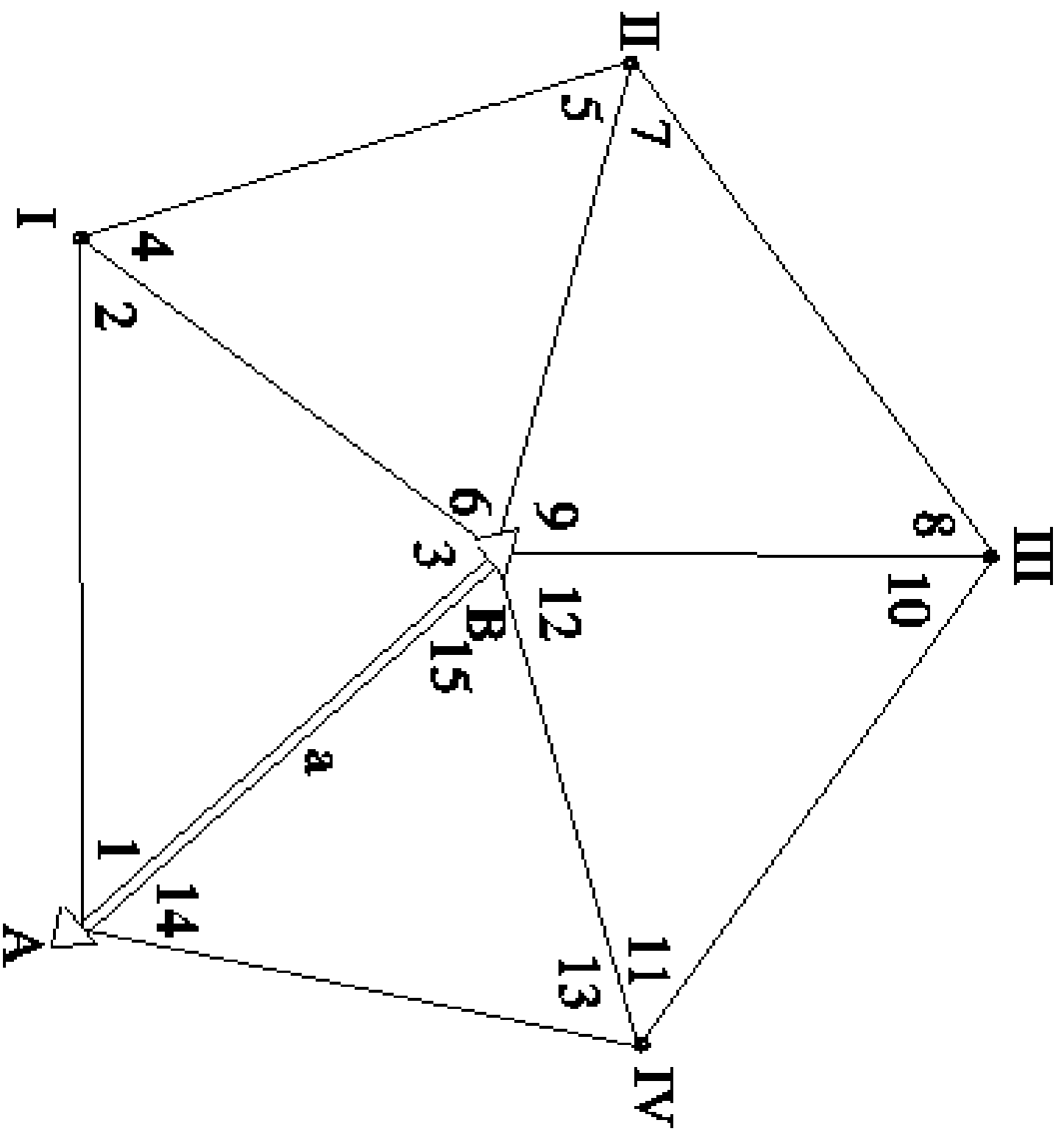


Bài số 1 :

Bình sai đơn giản lưới đa giác trung tâm sau :

N ⁰	Tri đo	N ⁰	Tri đo
1	49 ⁰ 34 ' 20 "	11	37 ⁰ 58 ' 18 "
2	60 ⁰ 57 ' 59 "	12	94 ⁰ 28 ' 50 "
3	69 ⁰ 27 ' 47 "	13	68 ⁰ 37 ' 38 "
4	49 ⁰ 41 ' 04 "	14	58 ⁰ 38 ' 43 "
5	56 ⁰ 33 ' 40 "	15	52 ⁰ 43 ' 36 "
6	73 ⁰ 45 ' 20 "	$\alpha_{AB} = 320^{\circ} 47'28,1''$ $S_{AB} = 2507,20 \text{ m}$ $X_A = 6 107 563,81 \text{ m}$ $Y_A = 5 571 684,52 \text{ m}$ $X_B = 6 109 706,77 \text{ m}$ $Y_B = 5 570 099,60 \text{ m}$	
7	53 ⁰ 35 ' 03 "		
8	56 ⁰ 50 ' 21 "		
9	69 ⁰ 34 ' 30 "		
10	47 ⁰ 32 ' 50 "		



Bảng 1 : Bình sai góc và tính giải cạnh tam giác :

N ^o	Trị góc đo	Số HC lần 1			Góc sau HC lần 1	Số HC Lần 2	Góc sau bình sai	Cạnh
		I	II	i'				
1	49 34 20	-2	+0,3	-1,7	49 34 18,3	-0,9	49 34 17,4	2182,83
2	60 57 59	-2	+0,3	-1,7	60 57 57,3	+0,9	60 57 58,2	2507,20
3	69 27 47	-2	-0,6	-2,6	69 27 44,4	0,0	69 27 24,4	2685,20
Σ	180 00 06	-6	00	-6	180	0,0	180	
4	49 41 04	-1,3	+0,3	-1	49 41 03	-1,0	49 41 02,0	1994,52
5	56 33 40	-1,3	+0,3	-1,0	56 33 39,0	+1,0	56 33 40,0	2182,83
6	73 45 20	-1,4	-0,6	-2,0	73 45 18,0	0,0	73 45 18,0	2511,38
Σ	180 00 04	-4	0,0	-4	180	0,0	180	
7	53 35 03	+2	+0,3	+2,3	53 35 5,3	-0,9	53 35 4,4	1917,30
8	56 50 21	+2	+0,3	+2,3	56 50 23,3	+0,9	56 50 24,2	1994,52
9	69 34 30	+2	-0,6	+1,4	69 34 31,4	0,0	69 34 31,4	2232,74
Σ	179 59 54	+6	0,0	+6,0	180	0,0	180	
10	47 32 50	+0,7	+0,3	+1	47 32 51	-1,5	47 32 49,5	2299,18
11	37 58 18	+0,7	+0,4	+1,1	37 58 19,1	+1,5	37 58 20,6	1917,30
12	94 28 50	+0,6	-0,7	-0,1	94 28 49,9	0,0	94 28 49,9	3106,61
Σ	179 58 58	+2,0	0,0	2,0	180		180	
13	68 37 38	+1	+0,3	+1,3	68 37 39,3	-0,7	68 37 38,6	2507,20
14	58 38 43	+1	+0,4	+1,4	58 38 44,4	+0,7	58 38 45,1	2299,18
15	52 43 36	+1	-0,7	+0,3	52 43 36,3	0,0	52 43 36,6	2142,46
Σ	179 59 57	+3	0,0	+3	180	0,0	180^o	

N ⁰	Tri góc đo	Số HC lần 1			Góc sau HC lần 1	Số HC Lần 2	Góc sau bình sai	Cạnh
		I	II	i'				
1	49 34 20	-2	+0,3	-1,7	49 34 18,3			
2	60 57 59	-2	+0,3	-1,7	60 57 57,3			
3	69 27 47	-2	-0,6	-2,6	69 27 44,4			
Σ	180 00 06	-6	0,0	-6	180			
4	49 41 04	-1,3	+0,3	-1	49 41 03			
5	56 33 40	-1,3	+0,3	-1	56 33 39,0			
6	73 45 20	-1,4	-0,6	-2	73 45 18,0			
Σ	180 00 04	-4	0,0	-4	180			
7	53 35 03	+2	+0,3	+2,3	53 35 5,3			
8	56 50 21	+2	+0,3	+2,3	56 50 23,3			
9	69 34 30	+2	-0,6	+1,4	69 34 31,4			
Σ	179 59 54	+6	0,0	+6	180			
10	47 32 50	+0,7	+0,3	+1	47 32 51			
11	37 58 18	+0,7	+0,3	+1	37 58 19,1			
12	94 28 50	+0,6	-0,6	0	94 28 49,9			
Σ	179 59 58	+2	0,0	+2	180			
13	68 37 38	+1	+0,3	+1,3	68 37 39,3			
14	58 38 43	+1	+0,3	+1,3	58 38 44,4			
15	52 43 36	+1	-0,6	+0,4	52 43 36,3			
Σ	179 59 57	+3	0,0	+3	180			

Bảng 2 : Bảng tính số hạng tự do PTDK cực :

Aj	Log sin Aj	δA'j	B'j	Log sin B'j	δB'j	δAj+δBj	(δAj+δB'j)	i''Aj	i''Bj
1	9.8815094	1,79	2	9.9416759	1,17	2,96	8,7616	-0,9	+0,9
4	9.8822339	1,78	5	9.9214114	1,39	3,17	10,0489	-1,0	+1,0
7	9.9056536	1,55	8	9.9228004	1,38	2,93	8,5849	-0,9	+0,9
10	9.8679605	1,93	11	9.7890699	2,70	4,63	21,4369	-1,5	+1,5
13	9.9690575	0,82	14	9.9314404	1,28	2,10	4,41	-0,7	+0,7
Σ	49.5064149		Σ	49.5063980			53,2423		

$$\omega_c = \sum 1 - \sum 2 = 16.9$$

$$k_c = -\frac{\omega_c}{\sum (\delta_A + \delta_B)^2} = -\frac{16.9}{53.2423} = -0.3174$$

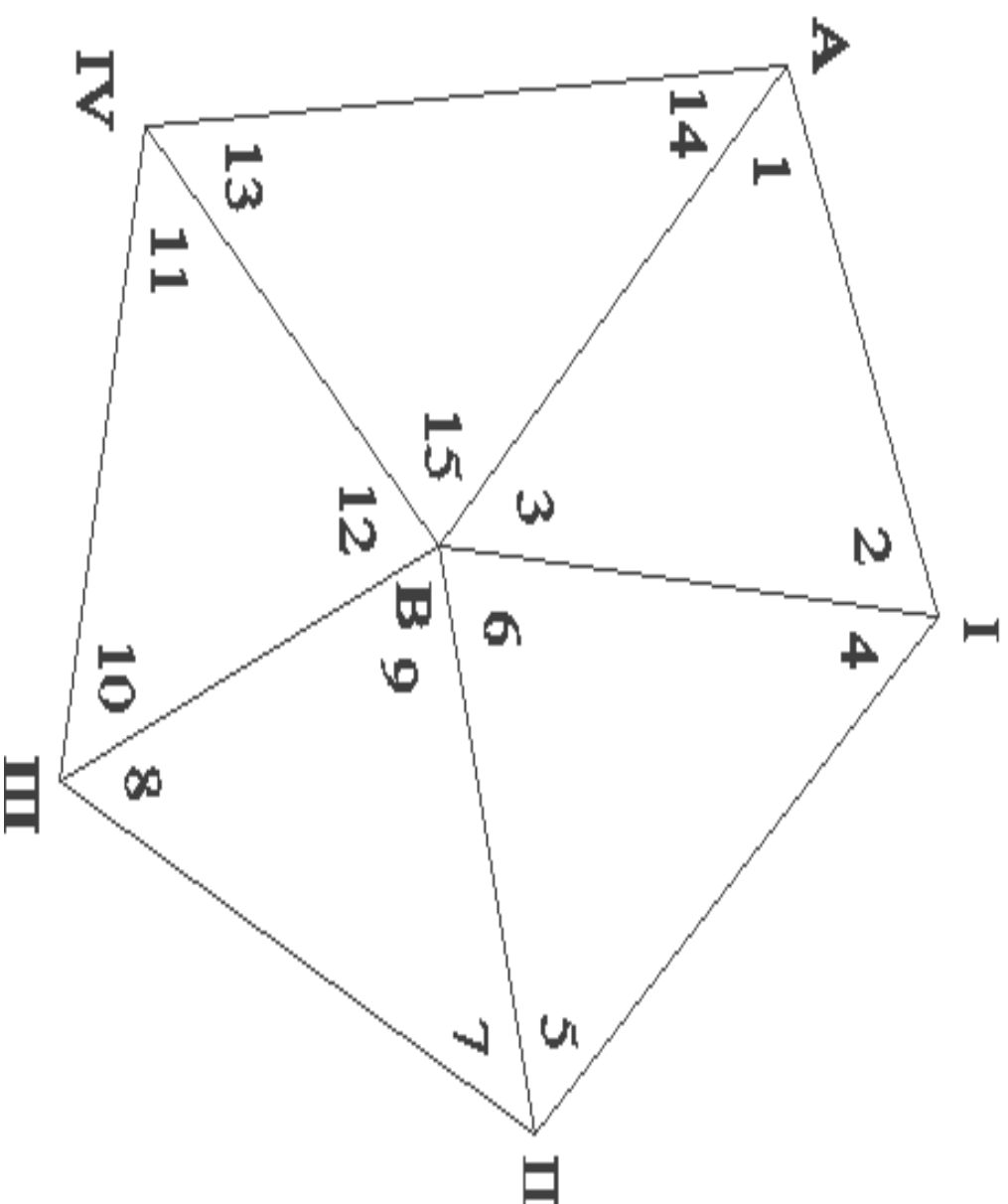
Bảng 2 : Bảng tính số hạng tự do PTĐK cực

A'_j	$\text{Log sin } A'_j$	$\delta A'_j$	B'_j	$\text{Log sin } B'_j$	$\delta B'_j$	$\delta A_j + \delta B_j$	$(\delta A_j + \delta B'_j)$	$i'' A_j$	$i'' B_j$
1			2						
4			5						
7			8						
10			11						
13			14						
Σ			Σ						

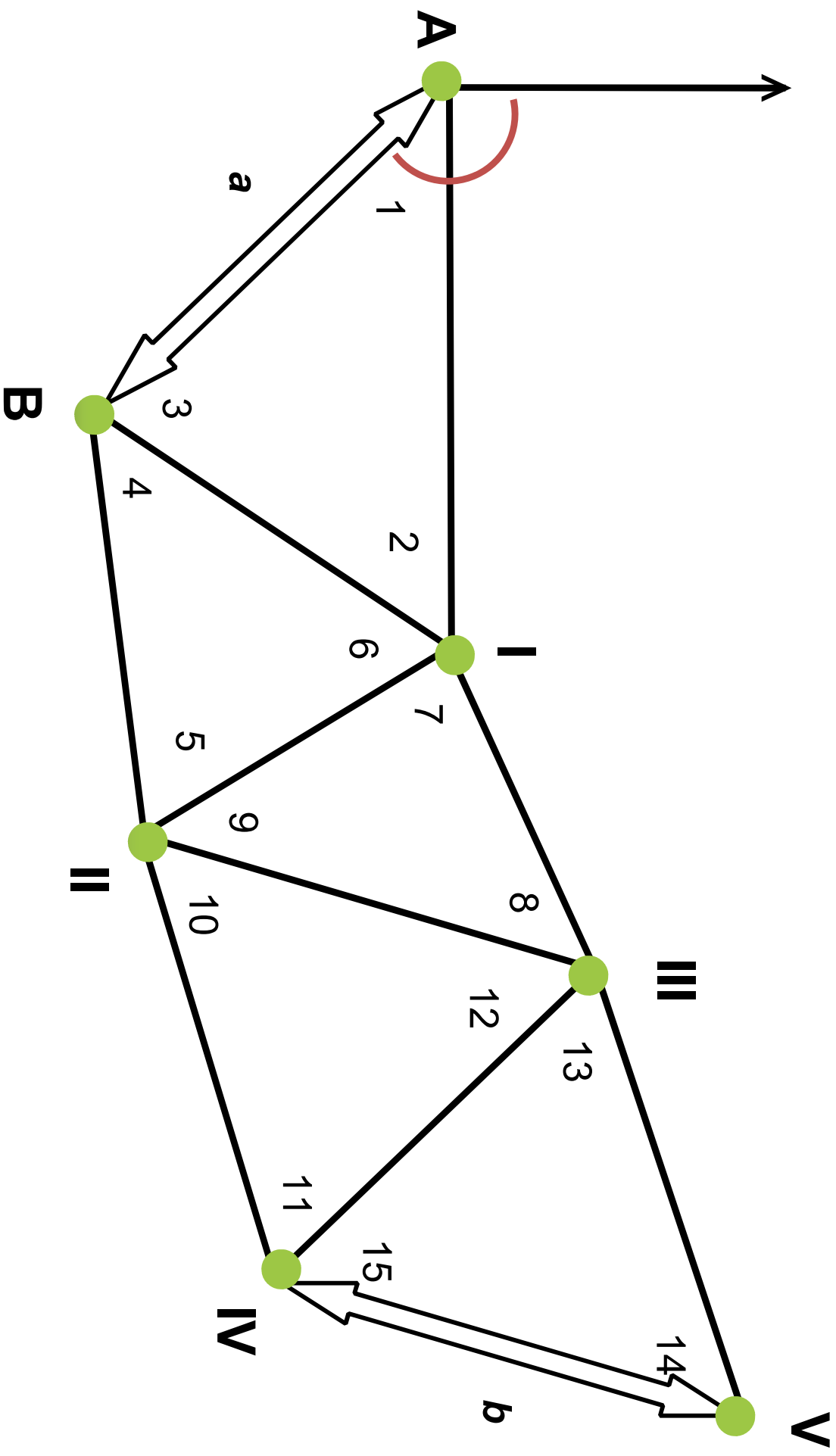
Bảng 3: Tính tọa độ các đỉnh đường chuyển :

Ký hiệu	A I	II II	II III	III IV	IV A
α	320 47 28,1	171 13 8,9	340 34 8,5	50 25 24,3	126 02 9,4
$<$	49 34 19,2	110 39 0,4	110 08 44,2	104 23 14,9	106 36 0,6
α	271 ⁰ 13' 8,9	340 34 8,5	50 25 24,3	126 02 9,4	199 26 8,8
X	6 107 620,94	6109 989,32	6111411,86	6109 584,19	6107563,70
X₀	6 107 563,81	6107620,94	6109989,32	6111 411,86	6109584,19
Δ_A	57,13	2368,38	1422,54	- 1827,67	-2020,49
Cos α	0,027433	0,943042	0,637109	0,588292	-0,943015
S	2685,22	2511,42	2232,81	3106,73	2142,58
sinα	- 0,9997736	- 0,332670	0,770773	0,808648	- 0,332750
ΔY	- 2684,61	- 835,48	1720,99	2512,25	- 712,94
Y₀	5571684,52	5568 999,91	5568 164,43	5569885,42	5572397,67
Y	5568999,91	5568 164,43	5569 885,42	5572397,67	5571684,73

Bài tập về nhà



BÌNH SAI ĐƠN GIẢN CHUỖI TAM GIÁC



Bảng 1 : Bình sai góc và tính giải cạnh tam giác :

N ⁰	Tri góc đo	Số HC lần 1	Góc sau HC lần 1	Số HC Lần 2	Góc sau bình sai	Cạnh
1	30 42.1	-0.13	30 41.97	-0.17	30 41.80	216.61
2	91 52.8	-0.14	91 52.66	+0.17	91 52.83	424.09
3	57 25.5	-0.13	57 25.37	0.0	57 25.37	357.56
Σ	180 0.4	-0.4	180 0.0	00.0	180 0.0	
4	53 21.7	+0.1	53 21.80	-0.17	53 21.63	191.79
5	64 59.3	+0.1	64 59.40	+0.17	64 59.57	216.61
6	61 38.7	+0.1	61 38.80	0.0	61 38.80	210.34
Σ	179 59.7	+0.3	180 0.0	00.0	180 0.0	
7	60 33.4	-0.07	60 33.33	-0.17	60 33.16	215.77
8	41 33.2	-0.06	41 33.14	+0.17	41 33.31	197.79
9	77 53.6	-0.07	77 53.33	0.0	77 53.33	282.7
Σ	180 0.2	-0.2	180 0.0	00.0	180 0.0	
10	43 29.5	+0.2	43 29.70	-0.17	43 29.53	195.64
11	62 20.2	+0.2	62 20.30	+0.17	62 20.47	251.77
12	74 9.8	+0.2	74 10.0	0.0	74 10.0	273.47
Σ	179 59.4	+0.6	180 0.0	00.0	180 0.0	
13	94 8.8	+0.04	94 8.84	-0.17	94 8.67	298.60
14	40 48.1	+0.03	40 48.13	+0.17	40 48.30	195.64
15	45 3.3	+0.04	45 3.03	0.0	45 3.03	211.90
Σ	179 59.9	+0.1	180 0.0	00.0	180 0.0	

A _j	Log sin A _j	δA _j	B _j	Log sin B _j	δB _j	δA _j +δB _j	(δA _j +δB _j)	i'' A _j	i'' B _j
a	2.627116		b	2.47510					
1	9.70803	3.5	2	9.99977	-0.1	3.4	11.56	-0,9	+0,9
4	9.90441	1.6	5	9.95724	1.0	2.6	6.76	-1,0	+1,0
7	9.93993	1.2	8	9.82171	2.4	3.6	12.96	-0,9	+0,9
10	9.83777	1,9	11	9.94729	1.1	3.0	9.0	-1,5	+1,5
13	9.99886	2.2	14	9.81520	2.4	4.6	21.16	-0,7	+0,7
Σ	52.01646		Σ	52.01631			61.44		

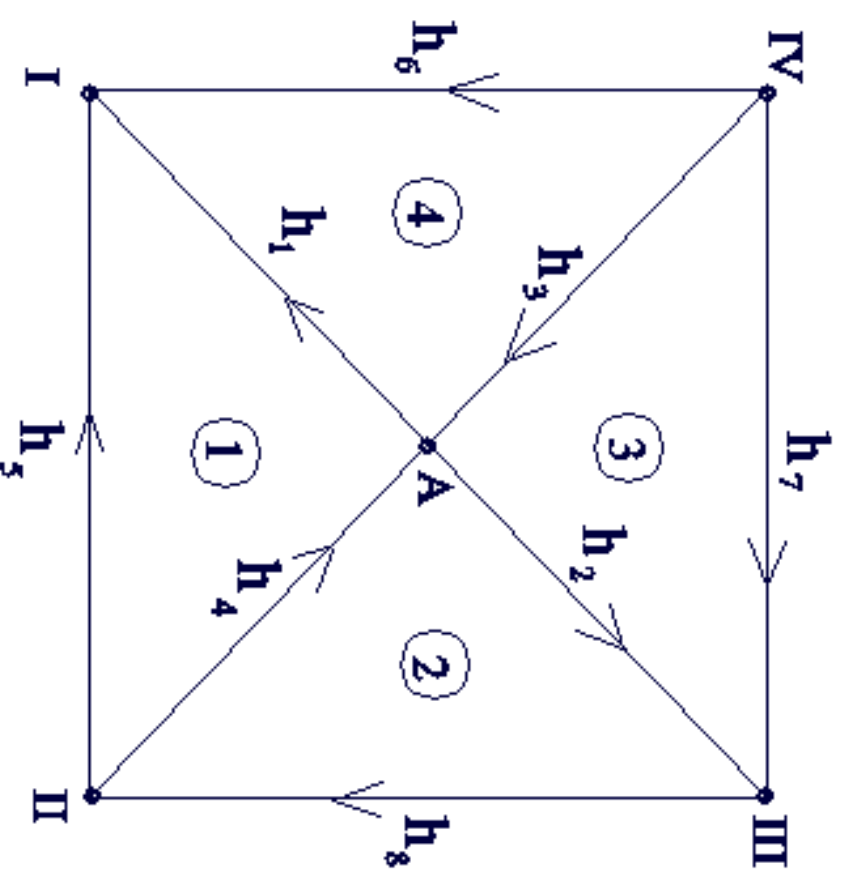
$$\omega_c = \sum 1 - \sum 2 = 15.0$$

$$k_c = -\frac{\omega_c}{\sum (\delta_A + \delta_B)^2} = -\frac{15}{61.44} = -0.2441$$

Bình sai điều kiện lưới độ cao sau :

Độ cao điểm góc, chênh cao các tuyến đo trong bảng sau đây :

N^0	Giá trị độ cao
$A(\text{Góc})$	50,000 mét
h_1	+ 5180 mm
h_2	+ 7060 mm
h_3	- 8180 mm
h_4	- 6440 mm
h_5	- 1250 mm
h_6	- 3024 mm
h_7	- 1140 mm
h_8	- 640 mm



•Hệ phương trình số hiệu chỉnh như sau :

$$\begin{aligned} V_1 - V_5 + V_4 - 10 &= 0 \\ V_4 + V_2 + V_8 - 20 &= 0 \\ V_3 + V_2 - V_7 + 20 &= 0 \\ V_3 + V_1 - V_6 + 24 &= 0 \end{aligned}$$

•Hệ phương trình pháp dạng :

STT	a Ka	b Kb	c Kc	d Kđ	V_i	h_i
1	1	0	0	1	-3,7	5,1763
2	0	1	1	0	+0,9	7,0609
3	0	0	1	1	-13,7	-8,1937
4	1	1	0	0	+10,9	-6,4291
5	-1	0	0	0	-2,8	-1,2528
6	0	0	0	-1	+6,5	-3,0175
7	0	0	-1	0	+7,2	-1,1325
8	0	1	0	0	+8,1	-0,6319
ω	-10	-20	+20	+24		
[a			0	1		
[b	3	1	1	0		
[c		3	3	1		
[d			3	3		

Hệ phương trình pháp dạng như sau :

$$3 K_a + K_b + K_d - 10 = 0$$

$$3 K_b + K_c - 20 = 0$$

$$3 K_c + K_d + 20 = 0$$

$$3 K_d + 24 = 0$$

c. Giải hệ PTPD theo sơ đồ Gauss :

Dòng	a K _a	b K _b	c K _c	d K _d	ω
a	3	1	0	1	-10
E ₁	-1	-1/3	0	-1/3	+10/3
b		3	1	0	-20
E ₁ ba		-1/3	0	-1/3	+10/3
b ₁		8/3	1	-1/3	-50/3
E ₂		-1	-3/8	1/8	6,25
c			3	1	+20
E ₁ ca			0	0	0
E ₂ cb ₁			-3/8	1/8	6,25
c ₂			21/8	9/8	26,25
E ₃			-1	-3/7	-10
d				3	+24
E ₁ da				-1/3	+10/3
E ₂ db ₁				-1/24	-50/24
E ₃ dc ₂				-27/56	-78,75/7
d ₃				2,413	14
E ₄				-1	-6,533
Nghiệm	K_a = +2,8	K_b = + 8,133	K_c = -7,2	K_d = -6,533	

c) Bảng tính độ cao các điểm :

Điểm A		Cao độ 50,000 m		
I	II	III	IV	
55,1763	43,5709	57,0609	41,8063	

d) Kiểm tra :

$$\begin{aligned}
 h_{1bs} - h_{5bs} + h_{4bs} &= 0 \\
 h_{4bs} + h_{2bs} + h_{8bs} &= 0,1 \text{ mm} \\
 h_{3bs} - h_{7bs} + h_{2bs} &= -0,3 \text{ mm} \\
 h_{1bs} - h_{6bs} + h_{3bs} &= 0,1 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

BÀI TẬP VỀ BÌNH SAI GIÁN TIẾP

I/ KHÁI NIỆM VỀ BÌNH SAI GIÁN TIẾP :

Bình sai gián tiếp là phương pháp bình sai dựa vào hàm số quan hệ giữa các đại lượng cần xác định và các trị đo để xác định giá trị gần đúng của đại lượng cần xác định và số hiệu chỉnh của các trị đo.

Trình tự bình sai gián tiếp như sau :

Bước 1 : Chọn ẩn số, Vừa đủ (độc lập, không phụ thuộc vào nhau)

Bước 2 : Lập hệ phương trình số hiệu chỉnh.

Bước 3 : Giải hệ phương trình số hiệu chỉnh theo nguyên tắc số bình phương nhỏ nhất.

Bước 4 : Xác định giá trị gần đúng của các ẩn số và số hiệu chỉnh của các trị đo.

Bước 5 : Đánh giá độ chính xác.

• II. HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHUẨN DẠNG TỔNG QUÁT :

- Giả sử người ta tiến hành đo n đại lượng, được các giá trị là
nhưng bài toán đặt ra là cần có t đại lượng đo cần thiết. Để giải bài toán này người ta chọn t ẩn số độc lập sao cho có các giá trị lần lượt là x, y, \dots, u .

Giữa các ẩn số và trị đo có quan hệ hàm số được biểu diễn như sau: Nếu gọi u là giá trị sắc xuất nhất của các trị đo có hàm số quan hệ là:

Gọi u là số hiệu chỉnh các trị đo. Mà số hiệu chỉnh

Suy ra :

Đây chính là hệ phương trình số hiệu chỉnh dạng tổng quát. Trong một số trường hợp hệ này không giải được phải đưa về dạng tuyến tính như sau :

- Nếu gọi \dots là các số hiệu chỉnh của ẩn số với các giá trị gần đúng là
- \dots ta có :

Khi đó \dots

- Khai triển theo chuỗi Taylor ta có :

—

—

—

Đặt

$\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \dots$

Suy ra : $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \dots$

Đây chính là hệ phương trình số hiệu chỉnh dạng tổng quát. Hệ này có n phương trình và $n+t$ ẩn số. Dạng đầy đủ là :

.....

• III. HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHUẨN DẠNG TỔNG QUÁT :

- Hệ PT số hiệu chỉnh ở trên có n phương trình và n+t ẩn số nên không thể giải một cách thông thường mà phải áp dụng nguyên tắc số bình phương nhỏ nhất tức là xác định các giá trị v sao cho : \mathbf{u}

\mathbf{u}

- Đặt hàm số :
- Để Φ min thì $\Phi'_{\delta x} = 0$; $\Phi'_{\delta y} = 0$;; $\Phi'_{\delta u} = 0$. Bình phương 2 vế sau đó cộng tổng số ta có :
- $[aa]\delta x + [ab]\delta y + \dots + [at]\delta u + [a1]=0$
- $[ab]\delta x + [bb]\delta y + \dots + [bt]\delta u + [b1]=0$
-
.....
- $[at]\delta x + [bt]\delta y + \dots + [tt]\delta u + [t1]=0$
- Đây là hệ phương trình chuẩn dạng tổng quát.

- Bảng tính và kiểm tra hệ số của hệ phương trình chuẩn :

STT	a] δ_x	b] δ_y	...	t] δ_z	l	s
1	a ₁	b ₁	t ₁	l ₁	S ₁
2	a ₂	b ₂	t ₂	l ₂	S ₂
.....					
n	a _n	b _n	t _n	l _n	S _n
Σ					
[a	[aa]	[ab]	...	[at]	[al]	[as]
[b	[ab]	[bb]	[bt]	[bl]	[bs]
.....					
[t			[tt]	[tl]	[ts]
[l				[ll]	[ls]

Giải hệ phương trình này theo sơ đồ Gauss ta sẽ tính được các giá trị $\delta x; \delta y \dots \delta u$.

Sau đó thay vào bảng tính v_i để từ đó tính được trị sau bình sai

II/ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TOÁN CỤ THỂ :

Bình sai gián tiếp kết quả trạm đo sau :

$$\beta_1 = 46^{\circ} 20' 20'' \quad A$$

$$\beta_2 = 43^{\circ} 39' 20''$$

$$\beta_3 = 90^{\circ} 00' 10''$$

$$\beta_4 = 33^{\circ} 40' 10''$$

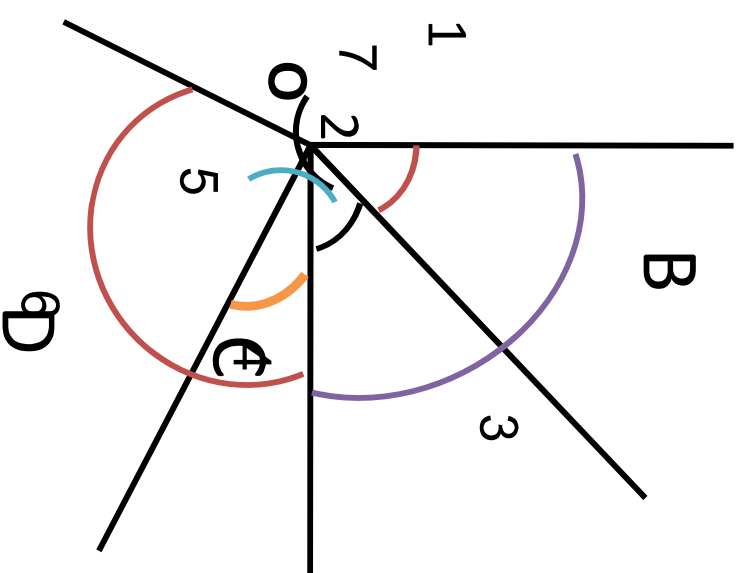
$$\beta_5 = 40^{\circ} 30' 30''$$

$$\beta_6 = 74^{\circ} 10' 50''$$

$$\beta_7 = 195^{\circ} 49' 30''$$

GIẢI

E



Bước 1 : Chọn ẩn số

$$\text{Đặt } x = \beta_1 \Rightarrow x_0 = \beta_1 = 46^{\circ} 20' 20''$$

$$y = \beta_2 \Rightarrow y_0 = \beta_2 = 43^{\circ} 39' 20''$$

$$z = \beta_4 \Rightarrow z_0 = \beta_4 = 33^{\circ} 40' 10''$$

Bước 2 : Lập hệ phương trình số hiệu chỉnh

$$\beta_1 + v_1 = x_0 + \delta_x$$

$$\Rightarrow v_1 = x_0 + \delta_x - \beta_1 = \delta_x + (46^0 20' 20'' - 46^0 20' 20'') = \delta_x$$

$$\beta_2 + v_2 = y_0 + \delta_y$$

$$\Rightarrow v_2 = y_0 + \delta_y - \beta_2 = \delta_y + (43^0 39' 20'' - 43^0 39' 20'') = \delta_y$$

$$\beta_3 + v_3 = (x_0 + \delta_x) + (y_0 + \delta_y)$$

$$\Rightarrow v_3 = (x_0 + \delta_x) + (y_0 + \delta_y) - \beta_3 = \delta_x + \delta_y - 30$$

$$\beta_4 + v_4 = z_0 + \delta_z$$

$$\Rightarrow v_4 = z_0 + \delta_z - \beta_4 = \delta_z + (33^0 40' 10'' - 33^0 40' 10'') = \delta_z$$

$$\beta_5 + v_5 = t_0 + \delta_t$$

$$\Rightarrow v_5 = t_0 + \delta_t - \beta_5 = \delta_t + (40^0 30' 30'' - 40^0 30' 30'') = \delta_t$$

$$\beta_6 + v_6 = (z_0 + \delta_z) + (t_0 + \delta_t) \Rightarrow v_6 = \delta_z + \delta_t - 10$$

$$\beta_7 + v_7 = 360^0 - \{ (x_0 + \delta_x) + (y_0 + \delta_y) \} - \{ (z_0 + \delta_z) + (t_0 + \delta_t) \} \Rightarrow v_7 = -\delta_x - \delta_y -$$

$$\delta_z - \delta_t + 10$$

$$v_1 = \delta_x$$

$$v_2 = \delta_y$$

$$v_3 = \delta_x + \delta_y - 30$$

$$v_4 = \delta_z$$

$$v_5 = \delta_t$$

$$v_6 = \delta_z + \delta_t - 10$$

+ Lập hệ phương trình số hiệu chỉnh

STT	a] δ_x	b] δ_y	c] δ_z	d] δ_t	I	S	Số hiệu chỉnh v_i	
1	1	0	0	0	0	1	+8.32	
2	0	1	0	0	0	1	+8.32	
3	1	1	0	0	-30	-28	-13.36	
4	0	0	1	0	0	1	-3.51	
5	0	0	0	1	0	1	+1.89	
6	0	0	1	1	-10	-8	-11.62	
7	-1	-1	-1	-1	+10	+6	-5.02	
Σ	1	1	1	1	-30	-26		
a]	3	2	1	1	-40			
b]		3	1	1	-40			
c]			3	2	-20			
d]				3	-20			
I]					1100			
S] Hệ phương trình chuẩn là:							888	

$$3\delta_x + 2\delta_y + \delta_z + \delta_t - 40 = 0$$

$$3\delta_y + \delta_z + \delta_t - 40 = 0$$

$$3\delta_z + 2\delta_t - 20 = 0$$

$$3\delta_t - 20 = 0$$

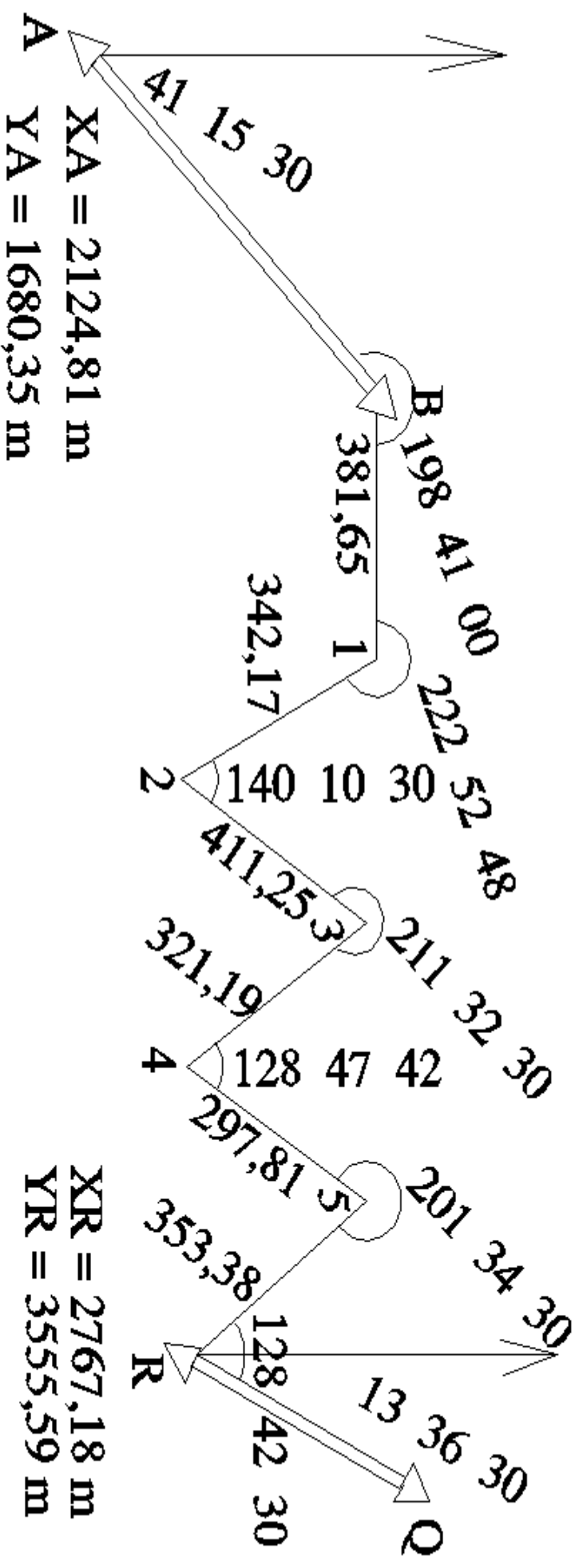
Giải hệ phương trình chuẩn theo sơ đồ Gauss

Dòng	a] δ_x	b] δ_y	c] δ_z	d] δ_t	1	Ghi chú
a	3	2	1	1	-40	
E_1	-1	-2/3	-1/3	-1/3	+40/3	
b	3	3	1	1	-40	
E_1ba		-4/3	-2/3	-2/3	+80/3	
b_1		+5/3	+1/3	+1/3	-40/3	
E_2		-1	-1/5	-1/5	+8	
c			3	2	-20	
E_1ba			-1/3	-1/3	+40/3	
E_2cb_1			-1/15	-1/15	+40/15	
c_2			+13/5	+8/5	-60/15	
E_3			-1	-8/13	+60/39	
d				3	-20	
E_1da				-1/3	+40/3	
E_2db_1				-1/15	+40/15	
E_3dc_2				-64/65	+480/507	
d_3				+21/13	-1548/507	
E_4				-1	+1.89	
δ_x					+8.32	
δ_y					+8.32	
δ_z					-3.50	
δ_t					+1.89	

Trò sau bình sai :

STT góc	Tri đo góc	V_i	Góc sau bình sai	Kiểm tra
1	46 ⁰ 20' 20"	+8.32	46 ⁰ 20' 28.32"	$\beta_{1bs} + \beta_{2bs} = \beta_{3bs}$ $\beta_{4bs} + \beta_{5bs} = \beta_{6bs}$ $\beta_{1bs} + \beta_{2bs} + \beta_{4bs} + \beta_{5bs} + \beta_{7bs} = 360^0$
2	43 ⁰ 39' 20"	+8.32	43 ⁰ 39' 28.32"	
3	90 ⁰ 00' 10"	-13.36	89 ⁰ 59' 56.64"	
4	33 ⁰ 40' 10"	-3.51	33 ⁰ 40' 06.49"	
5	40 ⁰ 30' 30"	+1.89	40 ⁰ 30' 31.89"	
6	74 ⁰ 10' 50"	-11.62	74 ⁰ 10' 38.38"	
7	195 ⁰ 49' 30"	-5.02	195 ⁰ 49' 24.98"	

BÌNH SAI ĐƯỜNG CHUYỂN KINH VỸ



cao của các tuyến đo, chiều dài các tuyến đo như trên hình vẽ. Hãy bình sai để tính độ cao chính xác nhất của điểm nút Q ? đánh giá độ chính xác của kết

quả đo ?

