

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC NÔNG NGHIỆP I**

TS. ĐÀM XUÂN HOÀN



TRẮC ĐỊA

(Giáo trình cho ngành Địa chính & Quản lý Đất đai)

Hà nội – 2007

Chương 1

NHỮNG KIẾN THỨC CHUNG VỀ TRẮC ĐỊA

1.1. Đối tượng và nhiệm vụ của trắc địa

Trắc địa là một khoa học nghiên cứu hình dạng, kích thước trái đất và biểu diễn bề mặt trái đất dưới dạng bình đồ hoặc bản đồ. Ngoài ra trắc địa còn giải quyết hàng loạt các vấn đề trong đo đạc các công trình như chuyển bản thiết kế ra thực địa, quan sát độ lún, biến dạng các công trình: thủy điện, thủy lợi, xây dựng... vì đối tượng nghiên cứu của trắc địa rất rộng người ta chia trắc địa ra nhiều chuyên ngành khác nhau như:

Trắc địa cao cấp: Nghiên cứu hình dạng, kích thước trái đất, nghiên cứu việc xây dựng lưới trắc địa quốc gia, nghiên cứu hiện tượng địa động học, giải các bài toán trắc địa trên bề mặt trái đất và trong vũ trụ.

Trắc địa công trình: Nghiên cứu việc khảo sát, tham gia thiết kế, thi công các công trình, quan sát độ lún, biến dạng của các công trình....

Trắc địa ảnh: nghiên cứu việc xây dựng bản đồ bằng ảnh máy bay, ảnh mặt đất, ảnh vệ tinh, dùng ảnh thay thế cho các phương pháp truyền thống để quan sát độ lún và biến dạng của các công trình xây dựng.

Ngày nay xu hướng chung người ta gọi các ngành: trắc địa, bản đồ, viễn thám là Geomatics. Người ta coi Geomatics gồm kiến thức của các môn trắc địa cao cấp, trắc địa công trình, trắc địa ảnh viễn thám, biên tập bản đồ, hệ thống thông tin đất, tin học.

Trong chương trình môn học này chúng ta nghiên cứu những kiến thức cơ bản của môn trắc địa phổ thông. Phạm vi nghiên cứu là đo đạc trên phạm vi nhỏ của bề mặt trái đất. Các số liệu đo đạc (chiều dài, góc...) được tiến hành trên mặt phẳng và biểu diễn chúng lên mặt phẳng (không tính đến ảnh hưởng độ cong của bề mặt trái đất). Vì vậy nhiệm vụ cơ bản của môn học này là trang bị cho sinh viên những kiến thức cơ bản về trắc địa trên mặt phẳng, biết cách xây dựng bình đồ, bản đồ để từ đó giúp sinh viên vận dụng kiến thức của mình vào lĩnh vực chuyên môn trong ngành quản lý và quy hoạch đất đai.

1.2 Các đơn vị thường dùng trong trắc địa

Trong trắc địa thường phải đo các đại lượng hình học như chiều dài, góc bằng, góc đứng... và các đại lượng vật lý như: nhiệt độ, áp suất....

1.2.1 Đơn vị đo chiều dài

Năm 1791 tổ chức đo lường quốc tế lấy đơn vị đo chiều dài trong hệ thống SI là mét với quy định: "Một mét là chiều dài ứng với 4.10^{-7} chiều dài của kinh tuyến đi qua Paris" và đã chế tạo ra một thước chuẩn có độ dài 1m bằng thép không gỉ, có độ giãn nở rất nhỏ đặt tại Viện đo lường Paris.

Từ sau thế kỷ 19, độ chính xác của thước chuẩn không còn đáp ứng được yêu cầu đo lường các phân tử vô cùng nhỏ. Vì thế năm 1960 quy định đơn vị đo chiều dài là: "Một mét là chiều dài bằng 1.650.763,73 chiều dài của bước sóng bức xạ trong chân không của nguyên tử Krypton - 86, tương đương với quỹ đạo chuyển rời của điện tử giữa 2 mức năng lượng $2P_{10}$ và

5d₅". 1 mét (m) = 10 decimét (dm) = 10² centimet (cm) = 10³ milimet (m.m) = 10⁶ micromet (μm) = 10⁹ nanomét (Nm).

Đơn vị đo diện tích thường dùng là mét vuông (m²), kilômét vuông (km²) và hecta (ha).

$$1 \text{ km}^2 = 10^6 \text{ m}^2 = 100 \text{ ha}, 1 \text{ ha} = 10^4 \text{ m}^2$$

Ngoài ra một số nước còn dùng đơn vị đo chiều dài của Anh là:

$$1 \text{ foot} = 0,3048 \text{ m}, 1 \text{ inch} = 25,3 \text{ mm}$$

1.2.2. Đơn vị đo góc

Trong trắc địa thường dùng 3 đơn vị đo góc là: Radian, độ, Grad.

1- Radian: Ký hiệu là Rad là 1 góc phẳng có đỉnh trùng với tâm của 1 vòng tròn và chắn 1 cung trên đường tròn với chiều dài cung tròn đúng bằng bán kính của đường tròn đó.

Độ lớn của góc bất kỳ sẽ bằng tỷ số giữa độ dài cung chắn bởi góc và bán kính vòng tròn.

Góc tròn là góc ở trên đường tròn chắn cung tròn có chiều dài bằng chu vi hình tròn. Chu vi hình tròn có chiều dài là: $2\pi R$ nên góc tròn có độ lớn là: $2\pi \text{Rad}$. Radian là đơn vị đo góc được dùng trong tính toán, đặc biệt là khi sử dụng các phương pháp nội suy các giá trị hàm lượng giác.

2. Độ: ký hiệu là (°) là góc ở tâm đường tròn chắn 1 cung tròn có chiều dài bằng 1/360 chu vi hình tròn. 1 độ chia thành 60 phút, 1 phút chia thành 60 giây, ký hiệu là: 0' "

Ví dụ: góc được viết $A = 120^\circ 25' 42''$

Tuy nhiên góc đó có thể viết bằng độ, phút và phần mười phút. Góc trên có thể viết là: $A = 120^\circ 25' 7$

3. Grad: ký hiệu là Gr là góc ở tâm chắn cung tròn có độ dài bằng 1/400 chu vi đường tròn. 1 Grad chia thành 100 phút Grad (miligrad), 1 phút Grad chia thành 100 giây Grad (decimiligrad), ký hiệu tương ứng là: c, cc

Ví dụ: Góc B = $172^{\text{gr}} 12^{\text{c}} 27^{\text{cc}}$

4. Quan hệ giữa các đơn vị:

Từ định nghĩa ba loại đơn vị đo góc, ta có quan hệ:

$$1 \text{ góc tròn} = 2\pi \text{Rad} = 360^\circ = 400 \text{ gr}$$

Từ đó suy ra các quan hệ để chuyển đổi các đơn vị đo góc. Khi tính toán

$$2\pi \text{ Rad} = 360^\circ \text{ suy ra: } \alpha^{\text{Rad}} = \alpha^\circ \frac{\pi}{180}$$

$$\alpha^\circ = \alpha^{\text{Rad}} \frac{180}{\pi}$$

Đặt các hệ số:

$$\rho^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 17' 44'' 8$$

$$\rho' = \frac{180 \times 60}{\pi} = 3438'$$

$$\rho'' = \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi} = 206265''$$

Tương ứng với công thức trên ta có công thức chuyển đổi giữa độ và Radian:

$$\alpha^{\circ} = \rho^{\circ} \cdot \alpha^{\text{Rad}}$$

$$\alpha' = \rho' \cdot \alpha^{\text{Rad}}$$

$$\alpha'' = \rho'' \cdot \alpha^{\text{Rad}}$$

Trong các bài toán kỹ thuật khi tính toán giá trị các hàm số lượng giác của các góc nhỏ có thể dùng quan hệ tương đương, nghĩa là chỉ lấy số hạng bậc nhất trong công thức khai triển hàm lượng giác thành chuỗi số.

$$\sin \varepsilon = \varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{3!} + \frac{\varepsilon^5}{5!} + \dots \approx \varepsilon.$$

$$\text{tg } \varepsilon = \varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{3!} + \frac{\varepsilon^5}{5!} + \dots \approx \varepsilon.$$

Nghĩa là giá trị góc nhỏ tính bằng giây được lấy bằng giá trị góc tính bằng Radian.

$$1'' \approx \sin 1'' \approx \frac{1'' \text{Rad}}{206265''} = 0,000004848 \text{ Rad}$$

Ví dụ: Có 1 góc nhỏ $\alpha = 15''$ chắn 1 cung tròn có bán kính $R = 1000\text{m}$. Ta có thể suy ra chiều dài cung tròn chắn bởi cung đó là:

$$C = R \cdot \frac{\alpha''}{\rho} = 1000000 \text{ mm} \cdot \frac{15''}{206265''} = 72,7 \text{ mm}$$

1.3. Khái niệm về các mặt đặc trưng cho hình dạng của Trái đất

Khi nghiên cứu hình dạng trái đất người ta thấy rằng trái đất có dạng elíp quay, dẹt ở 2 cực, bề mặt tự nhiên của trái đất rất phức tạp. Diện tích bề mặt trái đất là: 510575.10^3 km^2 trong đó đại dương chiếm 71,8%, lục địa chiếm 28,2%. Độ cao trung bình của lục địa so với mực nước đại dương khoảng gần 900m. Như vậy bề mặt hình học trái đất không thể biểu diễn bằng một phương trình toán học nào được. Tuy nhiên trong một số trường hợp tính toán gần đúng người ta coi trái đất có dạng hình cầu, bán kính là: 6371 km.

Trong đo vẽ bản đồ các số liệu đo đạc được tiến hành trên mặt cong, khi biểu diễn chúng lại thực hiện trên mặt phẳng. Để xử lý các số liệu đo đạc người ta đưa ra các loại mặt dùng trong trắc địa như sau:

1.3.1. Mặt Geoid và Kvazigeoid.

1. Mặt Geoid

Mặt Geoid là bề mặt trái đất giới hạn bởi mặt đẳng thế đi qua điểm tính độ cao. Việc

xác định mặt Geoid được xác định gần với mực nước biển trung bình. Thế trọng trường tại Geoid được viết là: W_0 .

2. Mặt Kvazigeoid

Vì những biến đổi phức tạp của giá trị trọng trường, để xác định chính xác Geoid ngoài các trị đo trắc địa trên bề mặt trái đất còn cần có hiểu biết đầy đủ về cấu tạo của trái đất, đây là điểm không dễ làm được. Viện sĩ Nga Molodenskii đưa ra lý thuyết xác định mặt gần với mặt Geoid, ở đồng bằng chỉ chênh lệch so với Geoid từ 2 đến 4 cm, vùng núi chênh không quá 2m và được gọi là mặt Kvazigeoid. Nhiều nước trên thế giới trong đó có Việt Nam dùng mặt Kvazigeoid làm mặt cơ sở để xác định độ cao quốc gia gọi là độ cao thường⁽¹⁾.

1.3.2. Mặt Ellipsoid trái đất và mặt Ellipsoid quy chiếu

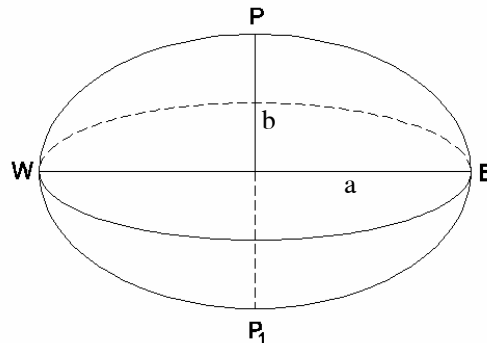
1. Mặt Ellipsoid trái đất

Như ta đã biết mặt Geoid hoặc Kvazigeoid là khối đại diện cho tính chất vật lý của Trái đất. Nó có liên quan chặt chẽ đến trị đo trắc địa nhưng không thể dùng làm cơ sở để xử lý toán học các trị đo trắc địa vì không thể dùng phương trình toán học nào để biểu thị mặt đó được (mặt không có phương trình toán học).

Từ lý thuyết về khối chất lỏng quay quanh trục, người ta nghĩ đến việc biểu diễn toán học của Trái đất phải là 1 khối Ellip quay, đặt ở 2 cực gọi là Ellipsoid trái đất. Bởi vì mặt Ellipsoid là mặt toán học, nên để thực hiện các tính toán trên mặt này trong Trắc địa cao cấp đã xây dựng các công thức quy chiếu các trị đo (góc, chiều dài...) lên mặt này.

Khối Ellip có trọng tâm và xích đạo trùng với trọng tâm và xích đạo của trái đất, có khối lượng bằng khối lượng trái đất quay quanh trục tạo ra bề mặt gần với mặt Geoid trên phạm vi toàn cầu gọi là Ellipsoid chung hay Ellipsoid trái đất. Kích thước của Ellipsoid trái đất được đặc trưng bởi bán trục lớn a, bán trục nhỏ b, độ dẹt f.

$$f = \frac{a - b}{a}$$



Hình 1.1

¹ * Ngoài độ cao thường còn có độ cao chính, độ cao động lực

Có nhiều nhà khoa học trên thế giới xác định kích thước Ellipsoid (bảng 1.1).

Bảng 1.1

Tên Ellip soid	Năm xác định	Bán trục lớn a (m)	Độ dẹt f
Everest	1830	6.377.276	1:300,80
Hayford	1909	6.378.286	1: 297,00
Karaxovski	1940	6.378.245	1: 298,3
Reference	1967	6.378.100	1: 298,25
W.G.S-84	1984	6.378.137	1: 298,257

2. Mặt Ellipsoid quy chiếu

Trước khi có Ellipsoid chung do yêu cầu xử lý toán học của mỗi quốc gia tính ra Ellipsoid cho phù hợp với lãnh thổ của nước mình, có thể dùng Ellip soid của nước khác nhưng cả 2 trường hợp được định vị cho phù hợp nhất với Geoid của lãnh thổ nước mình. Ellip soid được sử dụng riêng của từng nước gọi là Ellip soid quy chiếu. Trong hệ toạ độ HN-72 Việt Nam lấy Ellipsoid Kraxovski (1940) làm Ellip soid quy chiếu. Hiện nay Việt Nam có hệ toạ độ mới VN-2000 lấy Ellip soid W.G.S-84 làm Ellip soid quy chiếu. Gốc toạ độ đặt tại khuôn viên Viện nghiên cứu Địa chính trên đường Hoàng Quốc Việt - Hà Nội.

1.4. Độ cao tuyệt đối, tương đối, chênh cao

Để nghiên cứu bề mặt gồ ghề của trái đất phục vụ cho việc xây dựng các công trình: thủy lợi, thủy điện, giao thông, xây dựng.... và nghiên cứu bề mặt trái đất người ta đưa ra các định nghĩa về độ cao.

1.4.1. Định nghĩa

Độ cao của một điểm là khoảng cách thẳng đứng từ điểm đó đến mặt thủy chuẩn.

Mặt thủy chuẩn: mặt thủy chuẩn là mặt có phương vuông góc với đường dây dọi tại mọi điểm.

Như vậy, về định nghĩa trên bề mặt trái đất có vô số mặt thủy chuẩn. Cứ qua 1 điểm trên bề mặt Trái đất có 1 mặt thủy chuẩn đi qua. Để phân biệt các mặt thủy chuẩn người ta phân chúng thành 2 loại:

Mặt thủy chuẩn đại địa:

Mặt thủy chuẩn đại địa là mặt nước biển, đại dương ở trạng thái trung bình, yên tĩnh. Đó cũng chính là mặt Kvazigeoid.

Mặt thủy chuẩn giả định:

Mặt thủy chuẩn giả định là mặt thủy chuẩn đi qua một điểm bất kỳ. Điểm này được giả định độ cao gọi là độ cao giả định.

1.4.2. Độ cao tuyệt đối

Độ cao tuyệt đối của 1 điểm là khoảng cách thẳng đứng từ điểm đó đến mặt thủy chuẩn đại địa. Độ cao này được gọi là độ cao thường. Điểm gốc độ cao có độ cao là 0m. Việt Nam lấy mực nước biển trung bình tại Trạm nghiệm triều Hòn Dấu - Đồ Sơn - Hải Phòng làm điểm độ cao gốc. Độ cao được ghi trên bản đồ là độ cao tuyệt đối.

1.4.3. Độ cao tương đối

Độ cao tương đối của một điểm là khoảng cách thẳng đứng từ điểm đó đến mặt thủy chuẩn giả định gọi là độ cao giả định.

Để phục vụ việc nghiên cứu bề mặt trái đất, phục vụ việc xây dựng các công trình thủy lợi, thủy điện, giao thông... trong phạm vi lãnh thổ của một nước người ta đã xây dựng lưới độ cao gồm nhiều cấp, gọi là lưới độ cao Nhà nước.

Tuy nhiên các điểm độ cao Nhà nước vẫn rất thưa thớt không đáp ứng được cho tất cả các công trình. Vì vậy trên khu vực nhỏ khi xây dựng các công trình người ta có thể tính toán theo đơn vị độ cao tương đối (độ cao giả định).

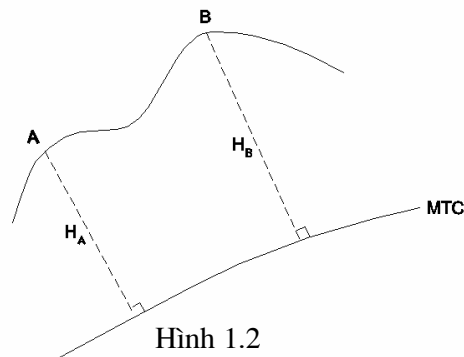
Khi muốn chuyển độ cao tương đối về độ cao tuyệt đối người ta phải đo nối độ cao (được trình bày trong chương 2 của giáo trình này).

1.4.4. Chênh cao

Chênh cao là hiệu độ cao của 2 điểm.

Giả sử điểm A có độ cao là H_A , điểm B có độ cao là H_B (hình 1.2). Chênh cao của 2 điểm A và B là:

$$h_{AB} = H_B - H_A$$



Hình 1.2

Nếu độ cao điểm B lớn hơn độ cao của điểm A thì $h_{AB} > 0$

Nếu độ cao của điểm B nhỏ hơn độ cao của điểm A thì $h_{AB} < 0$

Như vậy chênh cao có dấu.

Khi biết độ cao của điểm A là H_A , biết chênh cao h_{AB} ta có thể tính được độ cao của điểm B là:

$$H_B = H_A + h_{AB}$$

Chênh cao h_{AB} được xác định bằng nhiều phương pháp khác nhau: phương pháp đo cao hình học, phương pháp đo cao lượng giác, phương pháp đo cao bằng thiết bị GPS (Global Positioning System)... (được trình bày ở chương 2).

1.5. Bình đồ, bản đồ và mặt cắt

1.5.1. Bình đồ

Bình đồ là hình chiếu thu nhỏ của 1 phần nhỏ bề mặt trái đất lên giấy theo một tỷ lệ nhất định (không tính đến ảnh hưởng độ cong của bề mặt trái đất).

Như ta đã biết để phục vụ các mục đích khác nhau. Ví dụ khi cần khảo sát, thiết kế một khu vực nhỏ người ta cần biểu diễn các yếu tố (như địa hình, địa vật) lên trên giấy theo một tỷ lệ nhất định. Khi đó người ta coi bề mặt trái đất trong khu vực đo vẽ là phẳng. Các yếu tố đo đạc (chiều dài, góc...) được xác định coi như xác định trên mặt phẳng và khi biểu diễn chúng cũng được tiến hành trên mặt phẳng, vì vậy không có sự biến dạng. Các yếu tố được biểu thị theo một tỷ lệ nhất định gọi là tỷ lệ bình đồ. Tỷ lệ bình đồ thường lớn: tỷ lệ 1:500, 1:1000, 1:2000. Bình đồ thường biểu diễn 1 khu vực nhỏ, ở đó thường không có điểm tọa độ, độ cao Nhà nước. Tọa độ và độ cao trên bình đồ thường là giả định. Thực tế cho thấy một khu vực có diện tích khoảng 20km² người ta có thể biểu diễn nó dưới dạng bình đồ, ngoài phạm vi đó phải biểu diễn dưới dạng bản đồ.

1.5.2. Bản đồ

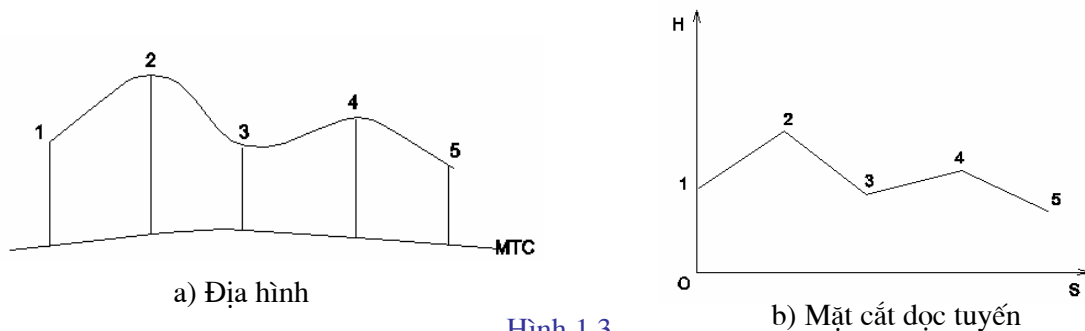
Bản đồ là hình chiếu thu nhỏ của một phần hay toàn bộ trái đất lên giấy theo một tỷ lệ nhất định (có tính đến ảnh hưởng độ cong của bề mặt trái đất).

Vì vậy điểm khác nhau cơ bản giữa bình đồ và bản đồ là ở chỗ các yếu tố đo đạc trên bình đồ được coi như đo trên mặt phẳng và việc biểu diễn nó cũng được tiến hành trên mặt phẳng, coi như không có sự biến dạng. Còn trong bản đồ các yếu tố đo đạc được thực hiện trên mặt cong, khi biểu diễn chúng lại tiến hành trên mặt phẳng vì vậy không thể tránh được sự biến dạng. Do đó người ta phải tính toán sự biến dạng đó bằng cách chiếu các yếu tố đo (khi xây dựng lưới tọa độ, độ cao Nhà nước) lên mặt Ellipsoid quy chiếu, từ mặt Ellipsoid quy chiếu được chiếu lên mặt phẳng trung gian (mặt nón hoặc mặt trụ). Từ mặt trung gian đó trải ra mặt phẳng. Qua quá trình thực hiện phép chiếu người ta tính toán số hiệu chỉnh về góc và chiều dài. Hệ thống tọa độ, độ cao trong đo vẽ bản đồ được thống nhất trong từng quốc gia. Bản đồ Việt Nam trước đây được thống nhất trong 1 hệ tọa độ HN-72, Ellipsoid quy chiếu là Ellipsoid Kraxovski. Hiện nay Việt Nam đang sử dụng hệ tọa độ VN-2000, Ellipsoid quy chiếu là Ellipsoid W.G.S-84.

Bản đồ được chia làm 2 loại đó là bản đồ địa lý chung và bản đồ chuyên đề. Tỷ lệ bản đồ theo mục đích sử dụng, bản đồ có tỷ lệ 1/200, 1/500, 1/1.000, 1/1.000.000...

1.5.3. Mặt cắt địa hình

Khi khảo sát các tuyến đường mương máng ngoài bình đồ hoặc bản đồ còn phải lập mặt cắt dọc và ngang tuyến. Mặt cắt phục vụ cho việc thiết kế, tính toán khối lượng đào đắp... khác với bình đồ, bản đồ biểu diễn mặt đất trên mặt phẳng ngang, còn mặt cắt địa hình là hình chiếu của mặt cắt dọc hoặc ngang của một tuyến địa hình lên mặt phẳng thẳng đứng



Để biểu diễn địa hình bằng mặt cắt dọc, ta ra thực địa đóng các cọc theo sự thay đổi của địa hình (cọc 1, 2, 3, 4, 5 - hình 1.3a). Sau đó tiến hành đo độ cao và khoảng cách giữa các cọc. Trên giấy kẻ li lấy trục thẳng đứng làm trục độ cao (H), trục nằm làm trục khoảng cách ngang theo tỷ lệ đứng và tỷ lệ ngang biểu thị các điểm 1, 2, 3, 4, 5 (hình 1.3b). Tùy thuộc vào độ dốc địa hình chọn tỷ lệ đứng và ngang cho phù hợp. Thường tỷ lệ đứng lớn hơn tỷ lệ ngang. Ví dụ tỷ lệ đứng là 1/500, tỷ lệ ngang là 1/1000.

1.6. Tỷ lệ bản đồ, độ chính xác của tỷ lệ bản đồ

1.6.1. Tỷ lệ bản đồ

Khi thành lập bản đồ (hoặc bình đồ) kết quả đo đạc được thu nhỏ lại 100, 1000 lần để biểu thị trên giấy. Mức độ thu nhỏ phụ thuộc vào diện tích khu vực, yêu cầu mức độ chi tiết của đối tượng biểu thị, mục đích sử dụng bản đồ. Mức độ thu nhỏ gọi là tỷ lệ bản đồ.

Tỷ lệ bản đồ là tỷ số giữa đoạn ab trên bản đồ và đoạn thẳng AB tương ứng ngoài thực địa, ký hiệu tỷ lệ bản đồ là 1/M.

$$\frac{1}{M} = \frac{ab}{AB}$$

Tỷ lệ bản đồ được biểu thị bằng phân số có tử số bằng 1.

$$\text{Ví dụ: Bản đồ tỷ lệ } \frac{1}{M} = \frac{1}{500}, \frac{1}{M} = \frac{1}{1000} \dots$$

Như vậy khi biết được chiều dài đoạn ab trên bản đồ, chiều dài tương ứng AB ngoài thực địa ta có thể tính được tỷ lệ bản đồ. Ví dụ đo trên bản đồ được đoạn thẳng ab = 5cm, chiều dài AB tương ứng ngoài thực địa là AB = 100m. Vậy tỷ lệ bản đồ là:

$$\frac{1}{M} = \frac{ab}{AB} = \frac{5\text{cm}}{100\text{m}} = \frac{5\text{cm}}{10000\text{cm}} = \frac{1}{2000}$$

Trong thực tế khi biết tỷ lệ bản đồ 1/M, biết chiều dài đoạn thẳng ab trên bản đồ ta có thể tính được chiều dài đoạn AB ngoài thực địa và ngược lại.

Ví dụ 1: Biết tỷ lệ bản đồ 1/10000 chiều dài đoạn ab là 2cm, tính chiều dài AB ngoài thực địa.

$$\begin{aligned} \text{Theo định nghĩa: } \frac{1}{M} &= \frac{ab}{AB} \text{ suy ra: } AB = ab.M \\ &= 2\text{cm}.10000 = 20000 \text{ cm} = 200\text{m}. \end{aligned}$$

Ví dụ 2: Biết tỷ lệ bản đồ là 1/2000, đoạn AB = 100m. Hãy biểu diễn đoạn AB lên trên bản đồ. Từ định nghĩa ta có:

$$\frac{1}{M} = \frac{ab}{AB} \text{ suy ra: } ab = \frac{AB}{M} = \frac{100\text{m}}{2000} = \frac{10000\text{cm}}{2000} = 5\text{cm}$$

Như vậy biểu diễn đoạn AB ngoài thực địa lên bản đồ tỷ lệ 1/2000 là đoạn ab = 5cm.

1.6.2. Độ chính xác của tỷ lệ bản đồ

Bằng thực nghiệm người ta thấy rằng đối với mắt người bình thường để phân biệt được 2 điểm ở khoảng cách nhìn là 20cm, thì khoảng cách nhỏ nhất giữa 2 điểm là 0,1mm. Từ đó người ta đưa ra định nghĩa về độ chính xác của tỷ lệ bản đồ.

Độ chính xác của tỷ lệ bản đồ là khoảng cách ngoài thực địa tương ứng với 0,1mm theo tỷ lệ bản đồ.

Ví dụ: bản đồ tỷ lệ 1:10000 độ chính xác của nó là: $0,1\text{mm} \times 10000 = 1000\text{mm} = 1\text{m}$.

Vậy độ chính xác của bản đồ tỷ lệ 1/10000 là 1m, tương tự độ chính xác của bản đồ tỷ lệ 1/500 là $0,1\text{mm} \times 500 = 50\text{mm} = 5\text{ cm}$.

Như vậy bản đồ có tỷ lệ càng lớn độ chính xác càng cao và ngược lại. Ngoài ra bản đồ có tỷ lệ càng lớn mức độ chi tiết càng cao, biểu thị được vật có diện tích vùng nhỏ. Bản đồ có tỷ lệ càng nhỏ tính khái quát về địa hình và địa vật càng cao. Tùy theo mục đích sử dụng mà người ta sử dụng bản đồ có tỷ lệ thích hợp.

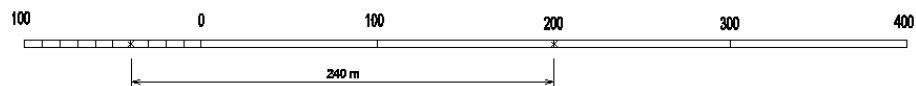
1.7. Thước tỷ lệ

Để thuận tiện cho việc sử dụng bản đồ dưới mỗi tờ bản đồ người ta thường dựng thước tỷ lệ. Có 2 loại thước tỷ lệ là thước tỷ lệ thẳng và thước tỷ lệ xiên.

1.7.1. Thước tỷ lệ thẳng

Giả sử dựng thước tỷ lệ thẳng cho bản đồ tỷ lệ 1:5000

Trên đoạn thẳng cơ bản AB = 2cm tương ứng với tỷ lệ bản đồ là 100m ngoài thực địa (hình 1.4). Ta đặt các đoạn liên tiếp có độ dài 2cm, 4cm, 6cm tính từ điểm gốc 0, tương ứng với chúng là: 100m, 200m ngoài thực địa. Trên đoạn cơ bản AB ta chia làm 10 phần nhỏ bằng nhau. Như vậy mỗi đoạn nhỏ có độ dài 2mm tương ứng với 10m ngoài thực địa (hình 1.4).



Hình1.4

Cách sử dụng thước tỷ lệ thẳng:

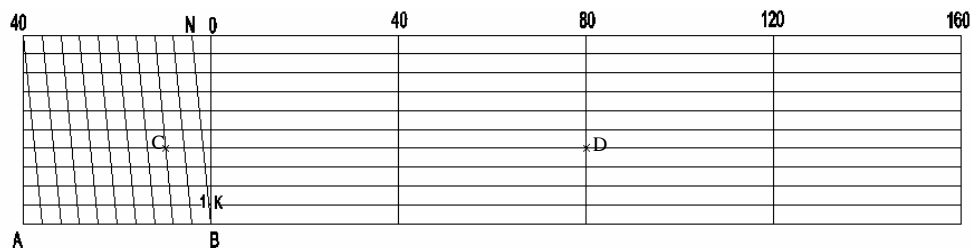
Dùng compa đo chiều dài đoạn thẳng ab trên bản đồ tỷ lệ 1/5000. Giữ nguyên khẩu độ compa uớm vào thước đọc được giá trị thực địa của đoạn thẳng AB = 240m.

1.7.2. Thước tỷ lệ xiên

Để nâng cao độ chính xác xác định chiều dài trên bản đồ, ở bản đồ tỷ lệ lớn người ta thường dùng thước tỷ lệ xiên.

1. Cách dựng thước tỷ lệ xiên

Giả sử cần dựng thước tỷ lệ xiên cho bản đồ tỷ lệ 1/2000. Trên nửa đoạn thẳng ta lấy đoạn cơ bản là AB = 2cm ứng với chiều dài 40m ngoài thực địa. Bắt đầu từ 0 đặt các đoạn liên tiếp có chiều dài là: 2cm, 4cm, 6cm, 8cm tương ứng với giá trị thực địa là 40m, 80m, 120m, 160m (hình 1.5).



Hình 1.5

Dựng các ô vuông tương ứng có kích thước 2 x 2cm, ở ô vuông thứ nhất chia các cạnh ô vuông thành các phần bằng nhau ($n = 10$, $m = 10$). Theo chiều ngang kẻ các đường song song và đều nhau.

Theo chiều đứng kẻ các đường xiên song song và đều nhau. Với cách dựng như trên ta có ΔIKB đồng dạng với ΔNOB . Ta có tỷ số.

$$\frac{IK}{NO} = \frac{BK}{BO} \rightarrow IK = \frac{BK \cdot NO}{BO} \quad (1.1)$$

$$\text{mà } \frac{BK}{BO} = \frac{1}{n}, NO = \frac{AB}{m} \quad (1.2)$$

Thay (1.2) vào (1.1) ta được:

$$IK = \frac{AB}{m \cdot n} = \frac{40}{10 \cdot 10} = 0,4m$$

và các đoạn tiếp theo có chiều dài tương ứng ngoài thực địa là: 0,8m, 1,2m, 1,6m, 2,0m...

2. Sử dụng thước tỷ lệ xiên

Đo trên bản đồ đoạn ab bằng compa. Giữ nguyên khẩu độ compa đó ướm vào thước đọc được chiều dài CD ngoài thực địa là:

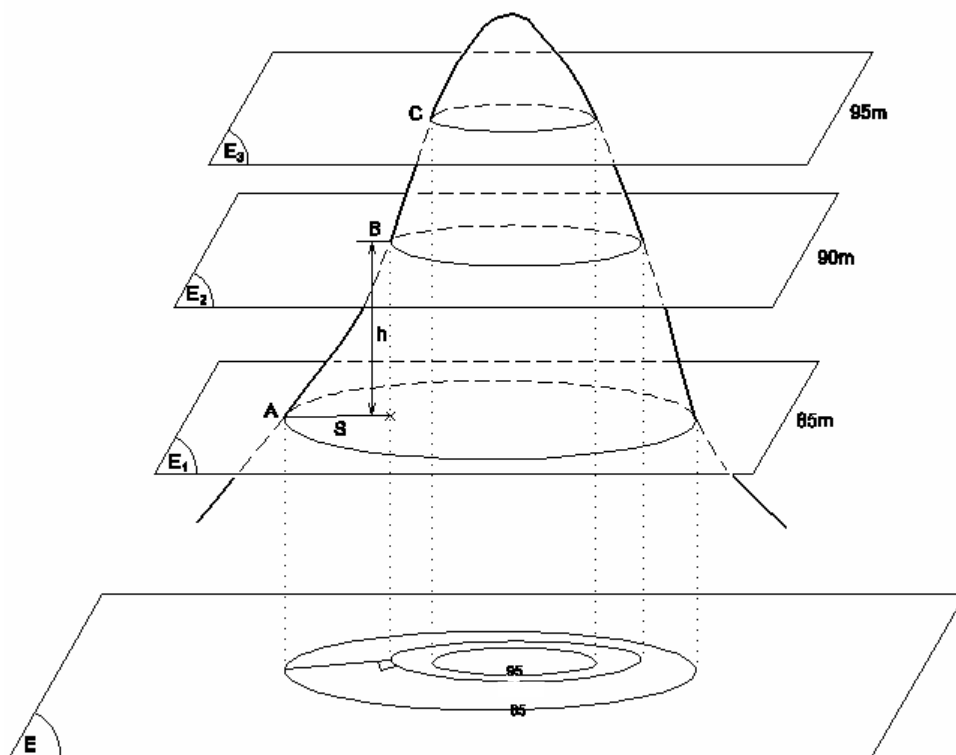
$$CD = 80m + 8m + 1,6m = 89,6m$$

1.8. Phương pháp biểu diễn địa hình bằng đường đồng mức

Trên bản đồ địa hình thường thể hiện 2 yếu tố đó là địa hình và địa vật. Việc biểu diễn địa hình có thể được thực hiện bằng các phương pháp: phương pháp tô màu, phương pháp kẻ vân... Nhưng thông dụng và chính xác nhất là phương pháp biểu diễn địa hình bằng đường đồng mức (đường bình độ, đường đẳng cao).

Giả sử có địa hình (một quả đồi). Ta tưởng tượng dùng các mặt phẳng E1, E2, E3 (các mặt phẳng này song song với mặt thủy chuẩn) cắt quả đồi theo các mặt phẳng ngang đó. Các mặt phẳng này cách đều nhau một khoảng là h (hình 1.6). Các vết cắt nhận được được chiếu thẳng đứng xuống mặt phẳng ngang E. Hình chiếu của chúng là các đường cong khép kín được gọi là đường đồng mức (đường bình độ) h được gọi là khoảng cao đều của đường đồng mức. Có 3 loại đường đồng mức:

Đường đồng mức con, đường đồng mức cái và đường đồng mức phụ.



Hình 1.6

Đường đồng mức con: Là đường đồng mức biểu thị bằng nét nhỏ và trên đó không ghi độ cao.

Đường đồng mức cái: Là đường đồng mức biểu thị bằng nét lớn hơn đường đồng mức con và trên nó có ghi độ cao.

Đường đồng mức phụ: Ở vùng đồng bằng địa hình bằng phẳng vì vậy khoảng cách giữa các đường đồng mức lớn, để nội suy các điểm độ cao trên bản đồ được dễ dàng giữa 2 đường đồng mức con ngoài ra kẻ thêm một đường đồng mức phụ, đường đồng mức phụ được thể hiện bằng nét đứt trên đó không ghi độ cao.

1. Các tính chất của đường đồng mức:

- Các điểm nằm trên cùng một đường đồng mức có cùng độ cao ngoài thực địa.
- Các đường đồng mức là các đường cong tròn trịa, liên tục khép kín.
- Nơi nào có đường đồng mức càng thưa thì địa hình càng thoải và ngược lại đường đồng mức càng mau địa hình càng dốc. Nếu chúng trùng nhau thì ở đó có vách đứng.
- Các đường đồng mức không bao giờ cắt nhau (trừ trường hợp địa hình hàm ếch).

Những yếu tố địa hình không biểu thị được bằng các đường đồng mức như vách núi, bờ mương được dùng ký hiệu khác để biểu thị. Để phân biệt giữa núi và hồ người ta thường dùng ký hiệu nét chỉ hướng dốc hoặc ghi chú độ cao địa hình.

- Khoảng cách ngắn nhất giữa 2 đường đồng mức là đoạn vuông góc tại chỗ dốc nhất.

2. Nguyên tắc chọn khoảng cao đều của đường đồng mức

Chênh cao giữa 2 đường đồng mức kề nhau gọi là khoảng cao đều, ký hiệu là h . Việc chọn h phải đảm bảo tính kinh tế, kỹ thuật. Trị số h càng nhỏ thì mức độ biểu thị địa hình trên bản đồ càng chính xác. Tuy nhiên đòi hỏi khối lượng đo đạc ngoài thực địa càng nhiều và giá thành càng cao. Ngoài ra trị số h còn phụ thuộc vào độ dốc địa hình khi đo. Tỷ lệ bản đồ nhỏ độ dốc địa hình lớn thì không thể biểu thị các đường đồng mức với khoảng cao đều nhỏ được vì khi đó các đường đồng mức sẽ chồng lên nhau. Cho nên việc tính toán khoảng cao đều của đường đồng mức phải dựa vào 2 yếu tố đó là: độ dốc địa hình và tỷ lệ bản đồ. Trong thực tế khoảng cao đều của đường đồng mức được quy định cụ thể trong quy phạm đo vẽ bản đồ địa hình (bảng 2.2).

Bảng 2.2

Địa hình	Khoảng cao đến h (m)		
	1:500	1:2000	1: 10000
Vùng bằng phẳng (độ dốc $v < 2^\circ$)	0,5	1,0	2,0
Vùng đồi ($2^\circ < V < 6^\circ$)	1,0	2,5	5,0
Vùng núi ($V > 15^\circ$)	1,0	5,0	5,0

1.9. Ký hiệu quy ước của bản đồ

Trên bản đồ địa hình (hoặc địa chính) thường biểu thị 2 yếu tố đó là: địa hình và địa vật. Địa hình được biểu thị bằng độ cao điểm hoặc bằng đường đồng mức.

Các yếu tố địa vật được biểu thị trên bản đồ bằng các phương pháp khác nhau đối với địa vật có kích thước lớn như sông, hồ, đường quốc lộ, khu công nghiệp... thì phải biểu thị đúng vị trí, kích thước của nó theo tỷ lệ bản đồ. Tức là chúng được biểu thị theo tọa độ phẳng (x, y) hoặc theo tọa độ cực (B, S). Khi xác định nó trên bản đồ theo tỷ lệ ta có thể tính được kích thước, diện tích của chúng ngoài thực địa và cách biểu thị như vậy được gọi là biểu diễn địa vật theo tỷ lệ.

Đối với vật có kích thước nhỏ mà không thể biểu diễn nó theo tỷ lệ được người ta biểu thị phi tỷ lệ. Ví dụ: giếng nước, cột điện, đường mòn, địa giới.... khi đó người ta xác định chính xác tâm của nó và dùng ký hiệu quy ước để biểu thị. Các ký hiệu quy ước được trình bày rõ trong cuốn "Ký hiệu bản đồ địa hình" hoặc cuốn "ký hiệu bản đồ địa chính". Các ký hiệu quy ước này được xây dựng trên cơ sở khoa học. Tức là khi nhìn vào ký hiệu người ta liên tưởng đến địa vật có hình dạng tương tự. Điều đó giúp cho người dùng dễ nhớ, dễ sử dụng.

Ngoài ra để thể hiện nội dung của địa vật còn phải ghi chú bằng chữ hoặc bằng số như địa danh làng, xã, tên sông núi, độ sâu lòng hồ, hướng dòng chảy... Tuy nhiên các ghi chú cũng cần tuân theo các quy định sau:

Chữ ghi chú trên bình đồ, bản đồ phải viết song song với cạnh khung trên hoặc dưới. Tên gọi của sông, suối, mỏm núi cần viết dọc theo hướng của chúng, độ cao của đường đồng mức được ghi ở chỗ ngắt quãng và đầu chữ được quay lên phía cao. Khi thành lập bình đồ hoặc bản đồ cần tuân theo các quy định tùy theo loại bản đồ (bản đồ địa chính hoặc bản đồ địa hình).

1.10. Các hệ tọa độ thường dùng trong trắc địa

Để xác định vị trí một điểm trên mặt đất trong trắc địa người ta thường dùng nhiều hệ tọa độ khác nhau. Hệ tọa độ địa lý, hệ tọa độ trắc địa, hệ tọa độ vuông góc phẳng Gauss - Kruger, hệ tọa độ UTM.

Trong giáo trình này, chúng ta xét hệ tọa độ thường dùng trong trắc địa thực hành.

1.10.1. Hệ tọa độ địa lý

Hệ tọa độ địa lý còn được gọi là hệ tọa độ thiên văn.

Tọa độ địa lý của một điểm trên mặt đất được xác định bởi kinh và vĩ độ địa lý và được định nghĩa:

Vĩ độ địa lý: vĩ độ địa lý của một điểm là góc hợp bởi đường dây dọi đi qua điểm đó và mặt phẳng xích đạo. Vĩ độ địa lý được ký hiệu là φ . φ biến đổi từ $0 \div 90^\circ$ về 2 phía Bắc và Nam tính từ xích đạo (hình 1.7).

Kinh độ địa lý:

Kinh độ địa lý của một điểm là góc nhị diện hợp bởi mặt phẳng kinh tuyến gốc và mặt phẳng kinh tuyến đi qua điểm đó, kinh độ địa lý được ký hiệu là λ . λ biến đổi từ $0 \div 180^\circ$ về 2 phía Đông và Tây tính từ kinh tuyến gốc^(2*).

Nếu điểm đó nằm phía Đông kinh tuyến gốc thì điểm đó có kinh độ Đông. Nếu điểm đó nằm ở phía Tây kinh tuyến gốc thì điểm đó có kinh độ Tây. Tọa độ địa lý của 1 điểm có thể đo trên bản đồ hoặc xác định trực tiếp ngoài thực địa bằng việc "đo thiên văn".

Việt Nam hoàn toàn nằm ở phía Bắc bán cầu và phía Đông kinh tuyến Greenwich cho nên toàn bộ lãnh thổ Việt Nam đều có vĩ độ Bắc và kinh độ Đông.

Ví dụ: Cột cờ Hà Nội có tọa độ địa lý là:

$$\varphi = 21^\circ 02' \text{B}, \lambda = 105^\circ 50' \text{Đ}$$

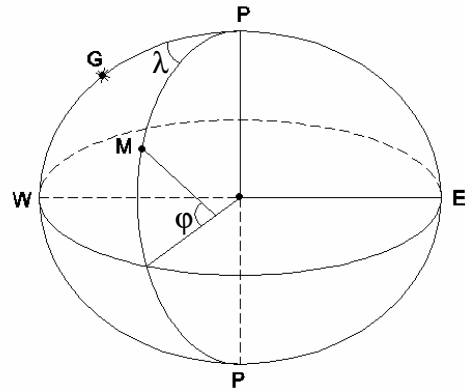
Trên các tờ bản đồ địa hình thường biểu thị lưới kinh vĩ tuyến và tọa độ địa lý của các góc khung của tờ bản đồ. Chênh lệch vĩ độ và kinh độ của góc khung là:

$$\Delta\varphi = \varphi_N - \varphi_M, \quad \Delta\lambda = \lambda_N - \lambda_M$$

Từ sự chênh lệch đó và tọa độ của các góc khung bản đồ ta có thể xác định được tọa độ địa lý của bất kỳ điểm nào trên bản đồ.

1.10.2. Hệ tọa độ vuông góc Gauss - Kruger

Từ thế kỷ 19 nhà toán học K.F. Gauss đã đưa ra phép chiếu hình bản đồ và sau đó được Kruger hoàn thiện. Vì vậy gọi là phép chiếu Gauss - Kruger. Phép chiếu được mô tả như sau:



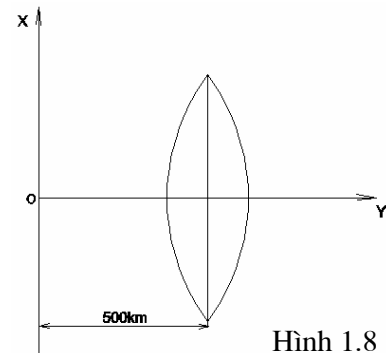
Hình 1.7

² Kinh tuyến gốc là kinh tuyến đi qua đầu thiên văn Greenwich - Luân Đôn

Người ta chia quả đất thành 60 múi, hoặc 120 múi, mỗi múi là 6° hoặc 3° đánh dấu theo thứ tự từ Tây sang Đông tính từ kinh tuyến gốc. Mỗi múi được chia thành 2 phần đều nhau bởi kinh tuyến giữa múi gọi là kinh tuyến trục. Từ tâm O của quả đất chiếu lên mặt trụ sau đó cắt mặt trụ theo đường sinh và trải ra mặt phẳng. Mặt phẳng này gọi là mặt phẳng chiếu hình Gauss.

Hệ tọa độ được xây dựng trên mặt phẳng của múi chiếu 6° trong mặt phẳng chiếu hình Gauss được gọi là hệ tọa độ Gauss- Kruger. Trong đó nhận hình chiếu của kinh tuyến trục làm trục X, của xích đạo làm trục Y. Như vậy nếu tính từ gốc về phía Bắc x luôn luôn mang dấu dương, về phía Nam mang dấu âm. Còn trị số y về phía Đông mang dấu dương, về phía Tây mang dấu âm. Bán cầu Bắc có $x > 0$, y có thể âm có thể dương. Để khi tính toán tránh y âm ta quy ước điểm gốc O của tọa độ $x_0 = 0$, $y_0 = 500$ km, nghĩa là tịnh tiến kinh tuyến trục về phía Tây 500 km (hình 1.8)

Để tiện việc sử dụng trên bản đồ địa hình người ta kẻ sẵn lưới tọa độ vuông góc Gauss bằng những đường song song với trục OX và OY tạo thành lưới km. Chiều dài cạnh của lưới ô vuông có thể tính đến ảnh hưởng của biến dạng tương ứng với tỷ lệ bản đồ. Ví dụ với bản đồ tỷ lệ 1:10000 chọn ô vuông 10 cm x 10cm, bản đồ tỷ lệ 1:25000 chọn ô vuông 4 cm x 4cm, bản đồ tỷ lệ 1:50.000 chọn ô vuông 2cm x 2cm.



Hình 1.8

Phía ngoài khung bản đồ có ghi trị số X và Y của các đường song song. Để phân biệt ngay được tọa độ của điểm nằm ở múi chiếu thứ mấy và cách điểm gốc O bao nhiêu người ta quy định cách viết hoành độ y và ghi kèm theo thứ tự múi chiếu.

Ví dụ: tọa độ điểm Láng Trung (Hà Nội) là: 2325464,246; 48.505973,362 có nghĩa là điểm cách xích đạo ở phía Bắc: 2325464,246 m và ở múi thứ 48 về phía đông kinh tuyến giữa 105°Đ .

$$(505973,362 - 500000,000 = 5973,362\text{m})$$

để tính trị số kinh độ của kinh tuyến giữa múi thứ n (*) nào đó ta dùng công thức

$$\lambda_N = 6^\circ \cdot n - 3$$

Đảo Hoàng Sa nằm ở múi thứ 49 kinh tuyến giữa của múi này có kinh độ độ là: $\lambda = 6^\circ \cdot 19 - 3 = 111^\circ\text{Đ}$

Lưới khống chế trắc địa mặt phẳng XY ở Việt Nam trong hệ tọa độ HN-72 được xây dựng theo hệ tọa độ vuông góc Gauss - Kruger.

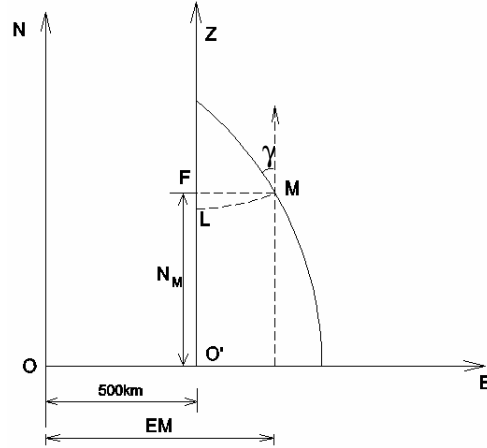
Trong đó Ellip soid quy chiếu là Ellip soid Kraxovski.

(*) Đối với múi nằm ở phía Đông thì n phải hiểu là số múi trừ đi 30. Ví dụ: $n = 49$, thì hiểu là $n = 49 - 30 = 19$

1.10.3. Hệ tọa độ vuông góc UTM (N.E)

Phép chiếu UTM (Universal Transverse Mercator) khác với phép chiếu Gauss là ở chỗ Ellip soid quy chiếu cắt mặt trụ chứ không tiếp xúc với mặt trụ tại kinh tuyến giữa (kinh tuyến trục). Điều đó làm hạn chế sự biến dạng ở 2 kinh tuyến biên. Dựa trên cơ sở của phép chiếu người ta xác định hệ tọa độ gọi là hệ tọa độ UTM.

Trong phép chiếu UTM hình chiếu của kinh tuyến giữa và xích đạo là 2 đường thẳng vuông góc với nhau được chọn làm trục tọa độ (hình 1.9). Trong đó M là điểm cần xác định tọa độ. O' là giao điểm hình chiếu kinh tuyến trục O'Z và xích đạo O'E. Điểm F là hình chiếu của M lên kinh tuyến trục. Cung LM là hình chiếu của vĩ tuyến qua M. Cung ZM là hình chiếu của kinh tuyến qua M. γ là độ lệch kinh tuyến (độ gần kinh tuyến). Tọa độ UTM của điểm M được xác định bởi tung



Hình 1.9

độ N_M (North) và hoành độ (E_M) (East) giống như quy định trong phép chiếu Gauss người ta rời O' đến 0, $00' = 500$ km tức là gốc tọa độ là 0 vì vậy tọa độ:

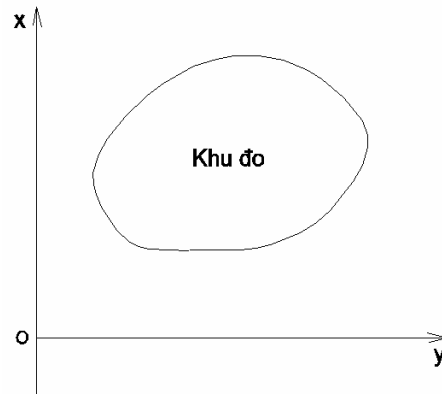
$$E_M = E' + 500 \text{ km.}$$

Trước năm 1975 quân đội Mỹ sử dụng hệ tọa độ UTM với Ellip soid quy chiếu là Ellip soid Everest để thành lập bản đồ địa hình miền Nam Việt Nam. Do đó khi sử dụng bản đồ này cho thống nhất ta phải chuyển hệ tọa độ UTM (X_{UTM} và Y_{UTM}) sang hệ tọa độ Gauss - Kurger (X_G , Y_G).

Trong hệ tọa độ VN-2000 ta cũng dùng phép chiếu UTM nhưng Ellip soid quy chiếu là Ellip soid W.G.S-84. Gốc tọa độ nằm tại khuôn viên Viện Nghiên cứu địa chính - Hà Nội.

1.10.4. Hệ tọa độ giả định

Khi đo vẽ bình đồ ở khu vực nhỏ, ở đó không có hệ tọa độ Nhà nước ta có thể giả định một hệ tọa độ vuông góc. Trong đó gốc tọa độ 0 là tùy ý. Ta có thể giả thiết tọa độ điểm gốc 0 là x_0, y_0 (hình 1.10). Trục x trùng với kinh tuyến từ. Trục này có thể xác định được bằng cách đặt máy kinh vĩ tại 0 để xác định kinh tuyến từ tại đó. Trục y vuông góc với trục x. Để $x > 0$, $y > 0$ ta chọn gốc tọa độ nằm ở vị trí thích hợp. Khi đó tọa độ các điểm trong khu đo thuộc hệ tọa độ giả định x_0, y_0 đã lựa chọn.

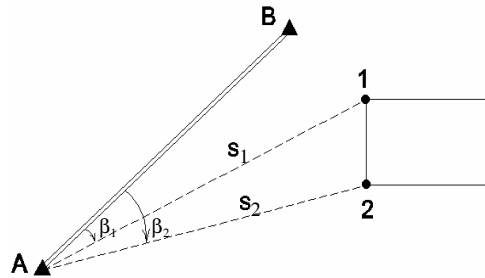


Hình 1.10

1.10.5. Hệ tọa độ cực

Trong đo vẽ điểm chi tiết bằng phương pháp toàn đạc thường dùng hệ tọa độ này.

Giả sử trên mặt phẳng chọn điểm A là điểm cực, và 1 hướng AB làm trục cực. Vị trí điểm 1 được xác định bởi góc β_1 cạnh cực S_1 (hình 1.11) góc cực β_1 là góc tính từ hướng trục cực AB theo chiều kim đồng hồ đến hướng cạnh cực S_1 , còn cạnh cực S_1 là chiều dài ngang tính từ điểm gốc A đến điểm 1. Tương tự như vậy để xác định điểm 2 cần biết góc cực β_2 và cạnh cực S_2 ...



Hình 1.11

Trong đo vẽ điểm chi tiết điểm A là điểm đặt máy kinh vĩ, còn điểm B là điểm định hướng.

Để xác định điểm chi tiết i nào đó cần phải xác định góc cực β_i và chiều dài cạnh cực S_i tương ứng.

1.11.1. Định hướng đường thẳng

Khi biểu thị một đoạn thẳng lên trên bình đồ hoặc bản đồ không những biết chiều dài đoạn thẳng mà còn phải biết phương hướng của nó. Việc xác định hướng của 1 đường thẳng so với hướng gốc gọi là định hướng đường thẳng. Hướng gốc (hướng chuẩn) có thể là hướng của kinh tuyến thực hoặc kinh tuyến từ hoặc kinh tuyến trục. Tùy theo hướng của kinh tuyến gốc mà có các loại góc khác nhau.

1. Góc phương vị

Góc phương vị của một đường thẳng là góc ngang hợp bởi hướng bắc của kinh tuyến với hướng của đường thẳng. Góc phương vị được tính theo chiều kim đồng hồ, biến đổi từ $0^\circ \div 360^\circ$.

Nếu kinh tuyến đó là kinh tuyến thực góc phương vị đó gọi là góc phương vị thực ký hiệu là $A_{\text{thực}}$ ($A_{\text{thực}}$ biến đổi từ $0^\circ \div 360^\circ$).

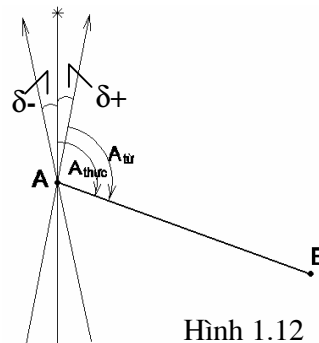
Nếu kinh tuyến đó là kinh tuyến từ thì góc phương vị đó gọi là góc phương vị từ, ký hiệu là $A_{\text{từ}}$ ($A_{\text{từ}}$ biến đổi từ $0^\circ \div 360^\circ$).

Kinh tuyến thực: Kinh tuyến thực là đường giao của mặt phẳng qua trục trái đất và bề mặt trái đất.

Kinh tuyến từ: Kinh tuyến từ là đường giao của mặt phẳng qua trục của kim nam châm và bề mặt trái đất. Tại một điểm trên bề mặt trái đất hướng của kinh tuyến thực và kinh tuyến từ không trùng nhau. Góc hợp bởi kinh tuyến thực và kinh tuyến từ gọi là độ từ thiên của kim nam châm, ký hiệu là δ .

Nếu kim nam châm lệch về phía Đông kinh tuyến thực thì δ mang dấu +, nếu kim nam châm lệch về phía Tây kinh tuyến thực thì δ mang dấu -.

Quan hệ giữa góc phương vị thực và phương vị từ là: $A_{\text{thực}} = A_{\text{từ}} \pm \delta$



Hình 1.12

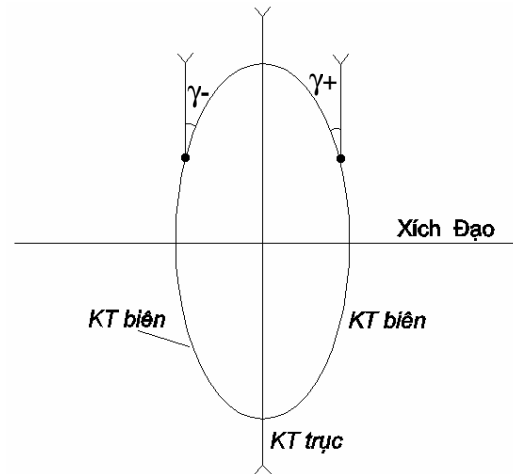
2. Góc định hướng

Góc định hướng của một đường thẳng là góc ngang hợp bởi hướng bắc của kinh tuyến trục hoặc đường song song với kinh tuyến trục với hướng của đường thẳng. Góc định hướng biến đổi từ $0 \div 360^\circ$ theo chiều kim đồng hồ, góc định hướng ký hiệu là α .

Kinh tuyến trục: Trong phép chiếu bản đồ người ta chia trái đất làm nhiều múi 6° hoặc 3° , một múi được giới hạn bởi 2 kinh tuyến là 2 kinh tuyến biên. Kinh tuyến nằm ở giữa múi gọi là kinh tuyến trục (hình 1.13)

Độ gần kinh tuyến: Độ gần kinh tuyến của 1 điểm là góc hợp bởi kinh tuyến trục hoặc đường song song với kinh tuyến trục và kinh tuyến đi qua điểm đó, ký hiệu là γ .

Những điểm nằm ở phía Đông kinh tuyến trục γ mang dấu +, những điểm nằm ở phía Tây kinh tuyến trục γ mang dấu -.



Hình 1.13

Tại kinh tuyến trục và xích đạo $\gamma = 0$ trong phép chiếu bản đồ người ta chiếu các yếu tố góc, chiều dài lên mặt Ellipsoid quy chiếu, sau đó chiếu lên mặt trung gian (mặt nón hoặc mặt trụ) và trải ra mặt phẳng, khi đó các cạnh là đường cong chuyển thành đường thẳng và khi đó có thêm số cải chính hướng là δ . Góc phương vị trắc địa A và góc định hướng α có quan hệ (hình 1.14)

$$\alpha = A - \gamma - \delta$$

Trong đó γ là độ gần kinh tuyến

Như vậy, có thể dùng góc phương vị thực, phương vị từ hoặc góc định hướng để định hướng đường thẳng. Thực tế trong đo vẽ bình đồ thường dùng góc phương vị từ để định hướng bình đồ vì việc xác định nó đơn giản. Trong đo vẽ bản đồ thường dùng góc định hướng để định hướng bản đồ. Một đặc điểm cơ bản của góc định hướng là: Tại các điểm khác nhau trên một đường thẳng, góc định hướng đều bằng nhau. Vì vậy, giữa góc định hướng thuận, nghịch có mối quan hệ là:

$$\alpha_{\text{thuận}} = \alpha_{\text{nghịch}} \pm 180^\circ$$

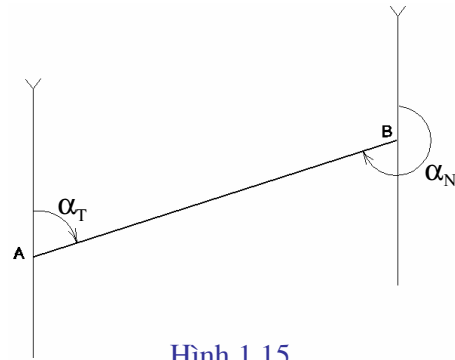
Ví dụ: Góc định hướng của đường thẳng AB là $\alpha_{\text{thuận}}$ góc định hướng của đường thẳng

BA là $\alpha_{\text{nghịch}}$

Ta có: $\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ \rightarrow \alpha_{AB} = \alpha_{BA} - 180^\circ$. Tuy nhiên, có trường hợp phải $+ 180^\circ$. Vì vậy tổng quát hóa là $\pm 180^\circ$.

3) Góc 2 phương

Vì góc phương vị, góc định hướng biến đổi từ $0^\circ \div 360^\circ$ quá trình tính toán không thuận lợi. Vì vậy người ta dùng góc 2 phương.



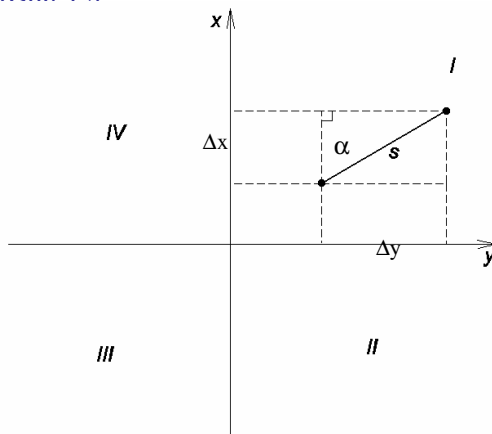
Hình 1.15

Góc 2 phương của một đường thẳng là góc ngang hợp bởi hướng Bắc - Nam gần nhất của kinh tuyến với hướng của đường thẳng. Ký hiệu là R, góc 2 phương biến đổi từ $0^\circ \div 90^\circ$ có kèm theo tên của góc phần tư (hình 1.16).

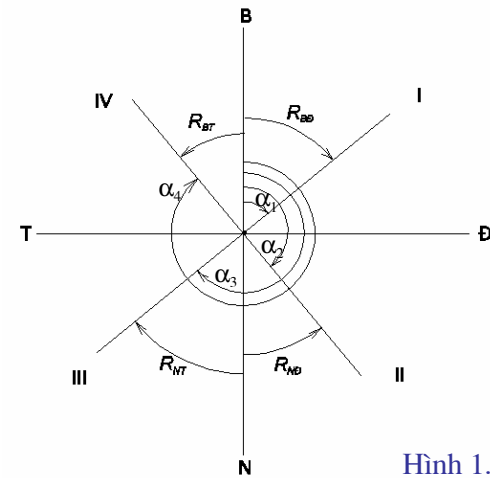
Tương ứng với góc phương vị thực có góc 2 phương thực ký hiệu là R' thực. Tương ứng với góc phương vị từ có góc 2 phương từ, ký hiệu là R' từ. Tương ứng với góc định hướng có góc 2 phương ký hiệu là R: Quan hệ giữa góc định hướng và góc 2 phương được chỉ ra ở bảng 1.3.

Căn cứ vào bảng 1.3 ta có thể chuyển từ góc định hướng sang góc 2 phương và ngược lại. Thực tế khi tính toán bằng các thiết bị thô sơ ta có thể tính chuyển từ góc định hướng sang góc 2 phương để xét dấu của $\Delta X, \Delta Y$ hoặc x,y theo các góc phần tư.

Ví dụ: Trong hệ tọa độ giả định (hình 1.7) dấu của gia số tọa độ được thể hiện trong bảng 1.4



Hình 1.7



Hình 1.6

Bảng 1.3.

Góc phần tư	Góc định hướng và 2 phương
I	$R_{BD} = \alpha_1$
II	$R_{ND} = 180^\circ - \alpha_2$
III	$R_{NT} = \alpha_3 - 180^\circ$
IV	$R_{BT} = 360^\circ - \alpha_4$

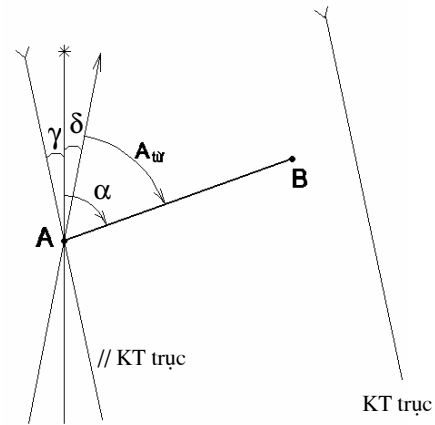
Bảng 1.4.

Góc phần tư	Góc 2 phương	Gia số tọa độ	
		ΔX	ΔY
I	R_{BD}	+	+
II	R_{ND}	-	+
III	R_{NT}	-	-
IV	R_{BT}	+	-

Thực tế cho thấy, khi biết góc phương vị từ của một đường thẳng, biết độ từ thiên δ và độ gần kinh tuyến γ ta có thể tính được góc định hướng của đường thẳng đó.

Ví dụ: Tính góc định hướng của đường thẳng AB biết góc phương vị từ của nó là $A_{\text{từ}} = 30^\circ 15'$, độ từ thiên $\delta = 5'$, độ gần kinh tuyến $\gamma = -3'$. Vẽ hình biểu diễn nó?

Dựa vào định nghĩa ta vẽ được các kinh tuyến và góc phương vị từ của đường thẳng AB. (hình 1.8).



Hình 1.8

Từ hình vẽ ta có:

$$A_{\text{thực}} = A_{\text{từ}} + \delta = 30^\circ 15' + 5' = 30^\circ 20'$$

$$\alpha = A_{\text{thực}} + \gamma = 30^\circ 20' + 3' = 30^\circ 23'$$

Vì $\alpha < 90^\circ$. Đường thẳng nằm ở góc phần tư thứ nhất $\alpha = R_{BD} = 30^\circ 23'$

1.12. Bài toán xác định tọa độ vuông góc phẳng

Trong trắc địa thường phải giải 2 bài toán cơ bản trong hệ tọa độ vuông góc phẳng đó là:

1- Bài toán trắc địa thuận:

Nội dung bài toán trắc địa thuận là:

Trong hệ tọa độ vuông góc phẳng (hình 1.19). Biết tọa độ điểm A là x_A, y_A , chiều dài đoạn AB là S_{AB} . Góc định hướng cạnh AB là α_{AB} (hoặc góc 2 phương cạnh AB là R_{BD}). Tính tọa độ điểm B.

Nhìn vào hình vẽ 1.9 ta có :

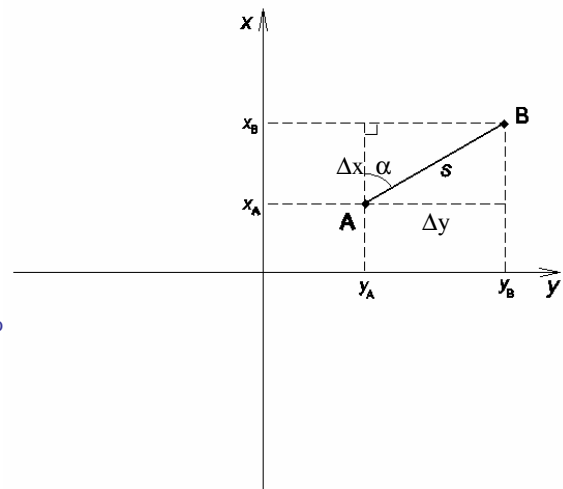
$$\Delta x_{AB} = S_{AB} \cdot \cos \alpha_{AB} = S_{AB} \cdot \cos R_{BD}$$

$$\Delta y_{AB} = S_{AB} \cdot \sin \alpha_{AB} = S_{AB} \cdot \sin R_{BD}$$

Tọa độ điểm B là:

$$x_B = x_A + \Delta x_{AB}$$

$$y_B = y_A + \Delta y_{AB}$$



Hình 1.9

2- Bài toán trắc địa ngược

Biết tọa độ điểm A là x_A, y_A , tọa độ điểm B là x_B, y_B , tính chiều dài đoạn thẳng AB; góc định hướng cạnh AB.

Trên hình 1.9 ta có:

$$\Delta x_{AB} = x_B - x_A$$

$$\Delta y_{AB} = y_B - y_A$$

$$S_{AB} = \sqrt{\Delta x_{AB}^2 + \Delta y_{AB}^2}$$

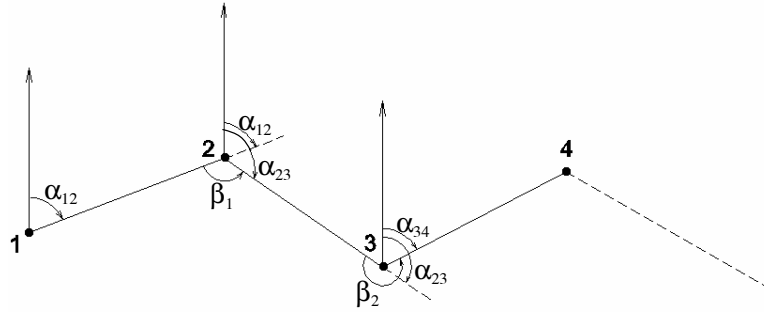
$$\operatorname{tg} R = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| \Rightarrow R = \operatorname{arctg} \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|$$

Dấu của Δx , Δy quyết định tên gọi của góc phần tư.

Trong trường hợp này $\Delta x > 0$, $\Delta y > 0$ do đó đường thẳng nằm ở góc phần tư thứ nhất R mang tên gọi là R_{BD} . Như vậy góc định hướng bằng góc 2 phương (tức là $R_{BD} = \alpha$)

3. Tính chuyển góc định hướng

Giả sử rằng có đường chuyển (hình 1.10)



Hình 1.10

Biết góc định hướng cạnh 1,2 là α_{12} , biết các góc đo $\beta_1, \beta_2 \dots$. Vấn đề là phải tính chuyển góc định hướng 1, 2 đến các cạnh khác của đường chuyển.

Nhìn vào hình vẽ ta có:

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} + 180^\circ - \beta_1$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{23} + 180^\circ - \beta_2 = \alpha_{12} + 180^\circ - \beta_1 + 180^\circ - \beta_2.$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{12} + 2 \cdot 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2). \quad (1.3)$$

Tổng quát hóa (1.3)

$$\alpha_c = \alpha_d + n \cdot 180^\circ - \sum_1^n \beta_i \quad (1.4)$$

Nếu trục X trùng với kinh tuyến trục thì α là góc định hướng, nếu trục X trùng với kinh tuyến từ thì góc α là góc phương vị từ. Trong trường hợp chung gọi là góc định hướng.

Công thức (1.4) là công thức tính chuyển góc định hướng khi góc đo ở bên phải đường đo.

Trong đó: α_c là góc định hướng cạnh cuối

α_d là góc định hướng cạnh đầu

$\sum_1^n \beta_i$ là tổng góc đo bên phải đường đo.

n là số góc đo

khi góc đo ở bên trái đường đo công thức (1.4) biến đổi là:

$$\alpha_c = \alpha_d - n \cdot 180^\circ + \sum_1^n \lambda_i \quad (1.5).$$

Trong đó $\sum_1^n \lambda_i$ là tổng góc đo bên trái đường đo.

Như vậy, khi tính chuyển được góc định hướng đến các cạnh, biết chiều dài các cạnh ta dùng bài toán trắc địa thuận có thể tính được giá số tọa độ và tọa độ các điểm kế tiếp trong đường chuyển.

Chương 2

ĐO ĐỘ CAO

2.1 MỤC ĐÍCH, Ý NGHĨA VÀ CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐO CAO.

Đo độ cao là việc xác định yếu tố hình học cơ bản để thành lập bản đồ địa hình phục vụ cho việc nghiên cứu hình dạng quả đất và sự vận động của nó theo phương thẳng đứng.

Trong chương 1, chúng ta đã làm quen với các khái niệm, độ cao tuyệt đối, độ cao tương đối, hiệu số độ cao, mặt thủy chuẩn gốc, mặt thủy chuẩn giả định, ở trong chương này ta chỉ tìm hiểu các phương pháp thông dụng xác định độ cao trong mạng lưới độ cao nhà nước từ hạng IV trở xuống (độ cao tính theo phương dây dọi từ điểm cần xác định đến mặt thủy chuẩn gốc). Ở Việt Nam, mặt thủy chuẩn gốc là mặt đi qua điểm mốc Hòn Dấu cạnh Khách sạn Vạn Hoa ở Đồ Sơn Hải Phòng) hoặc độ cao tương đối (độ cao so với mặt thủy chuẩn quy ước) phục vụ chủ yếu cho công tác thành lập bản đồ địa hình.

Dựa vào nguyên lý hình học hoặc vật lý, cũng như thiết bị đo và độ chính xác mà có những phương pháp xác định chênh cao như sau:

1. Phương pháp đo cao hình học theo nguyên lý tia ngắm nằm ngang, nghĩa là trong phạm vi đo vẽ hẹp người ta coi tia ngắm song song với mặt thủy chuẩn và vuông góc với phương dây dọi. Dụng cụ đo là máy và mia thủy chuẩn.
2. Phương pháp đo cao lượng giác theo nguyên lý của tia ngắm nghiêng. Dụng cụ đo là máy kinh vĩ, máy toàn đạc.
3. Phương pháp đo cao thủy tĩnh theo nguyên tắc bình thông nhau của chất lỏng. Dụng cụ đo là máy thủy tĩnh và thường được sử dụng trong trắc địa công trình.
4. Phương pháp đo cao áp kế dựa vào sự thay đổi áp suất không khí theo độ cao. Dụng cụ đo chủ yếu là áp kế.
5. Phương pháp đo cao radio theo nguyên lý phản xạ của sóng điện từ. Dụng cụ đo là các máy đo cao radio được đặt trên máy bay.
6. Phương pháp đo cao bằng hệ định vị toàn cầu GPS. Độ cao các điểm trên mặt đất được xác định thông qua các số liệu thu từ vệ tinh.
7. Phương pháp đo cao cơ học theo nguyên lý hoạt động của con lắc đặt trực tiếp trên ô tô để xác định độ cao theo một tuyến xác định.

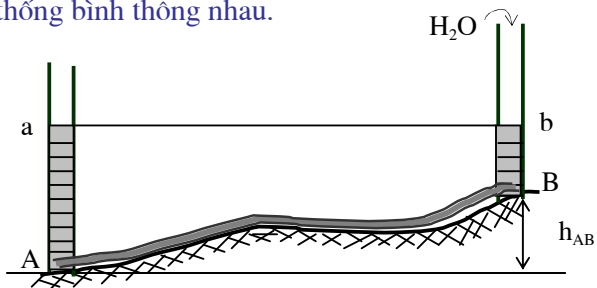
Trong phạm vi giới hạn của chương trình chỉ trình bày hai phương pháp truyền thống là đo cao hình học và đo cao lượng giác để phục vụ chủ yếu cho công tác đo vẽ thành lập bản đồ địa hình tỷ lệ lớn.

2.2 NGUYÊN LÝ VÀ CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐO CAO HÌNH HỌC.

2.2.1 Nguyên lý đo cao hình học.

Giả sử cần xác định chênh cao giữa hai điểm A và B trên mặt đất (hình 2.1). Tại 2 điểm này đặt hai ống thủy tĩnh thẳng đứng trên đó có khắc các vạch chia và ghi số. Nối 2 ống thủy tĩnh bằng ống cao su tạo thành một hệ thống bình thông nhau.

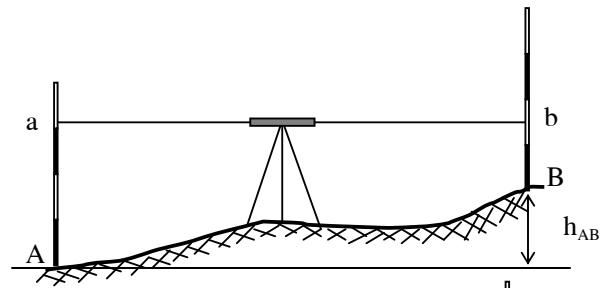
Ta đổ nước từ từ vào ống B và theo ống dẫn nước sẽ chảy sang ống A. Khi không đổ nước nữa thì mực nước ở hai ống thủy tĩnh sẽ bằng nhau. Đường nối từ mặt nước của hai ống A và B sẽ là đường nằm ngang. Đọc số vạch trên ống A được số đọc a và đọc số vạch trên ống B được số đọc b thì chênh cao giữa hai điểm A và B là:



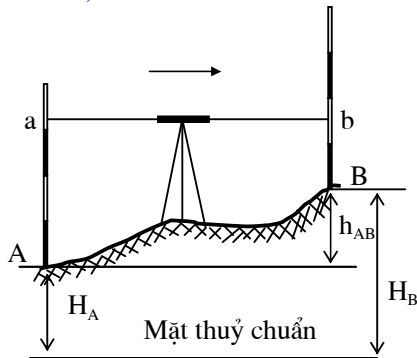
Hình 2.1

$$h_{AB} = a - b$$

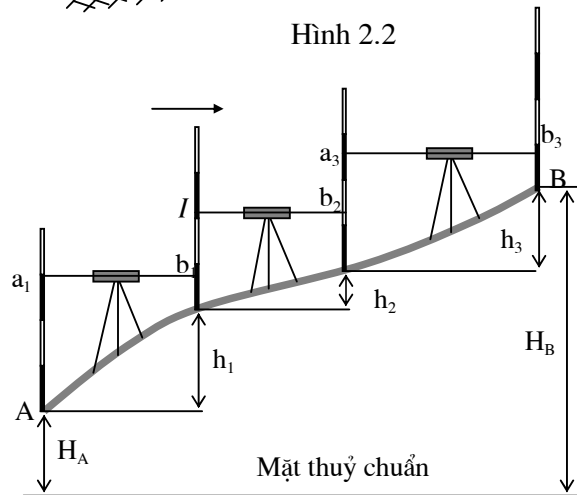
Nếu thay thế hai ống thủy tinh ở hai điểm A, B bằng hai mia thủy chuẩn dựng thẳng đứng và thay đường nằm ngang nối hai mặt nước của hai ống thủy tinh bằng tia ngắm nằm ngang của máy thủy chuẩn (hình 2.2) thì ta sẽ đọc số được trên hai mia theo tia ngắm nằm ngang, ký hiệu số đọc trên mia thủy chuẩn tại A là a, số đọc trên mia thủy chuẩn tại B là b thì chênh cao giữa hai điểm A, B sẽ là:



Hình 2.2



Hình 2.3a



Hình 2.3b

$$h_{AB} = a - b$$

(2.1)

Như vậy nguyên lý đo cao hình học là dựa vào tia ngắm nằm ngang của máy thủy chuẩn để xác định chênh cao giữa các điểm trên mặt đất.

Có hai cách để xác định chênh cao giữa hai điểm là: Đặt máy từ giữa hai điểm gọi là đo cao hình học từ giữa và đặt máy tại một điểm còn điểm kia đặt mia gọi là đo cao hình học phía trước.

2.2.2 Đo cao hình học từ giữa.

Hình 2.3 mô tả phương pháp đo cao từ giữa. Để đơn giản ta xét trong phạm vi hẹp, nghĩa là coi mặt thủy chuẩn là mặt phẳng nằm ngang. Tia ngắm truyền thẳng và song song với mặt thủy chuẩn, trục đứng của máy và mia theo phương dây dọi và vuông góc với mặt thủy chuẩn.

Để xác định chênh cao giữa hai điểm A và B trên mặt đất, người ta dựng hai mia thẳng đứng, mia có khắc vạch theo đơn vị độ dài (cm). Giữa hai điểm A, B đặt máy thủy chuẩn nhưng không nhất thiết máy phải nằm trên đường thẳng AB. Máy có thể đặt ngoài đường thẳng AB nhưng khoảng cách từ máy đến hai mia xấp xỉ bằng nhau.

Theo hướng từ A đến B chiều mũi tên ta gọi mia đặt tại A là mia sau, còn mia đặt tại B là mia trước (hình 2.3a). Sau khi cân bằng máy đưa trục ngắm vào vị trí nằm ngang, hướng ống kính đến mia sau và đọc số đọc trên mia theo dây chỉ giữa của lưới chữ thập, ký hiệu số đọc này là a. Sau đó hướng ống kính về mia trước đồng thời đọc số đọc theo dây chỉ giữa, ký hiệu số đọc này là b. Nếu gọi chênh cao giữa hai điểm A, B là h_{AB} , dễ dàng nhận thấy:

$$h_{AB} = a - b$$

(2.2)

Chênh cao giữa hai điểm A và B là hiệu của số đọc sau và số đọc trước, h_{AB} mang dấu dương (+) khi điểm B cao hơn điểm A, mang dấu âm (-) khi điểm B thấp hơn điểm A.

Ví dụ: $a = 1574$; $b = 3316$ thì $h_{AB} = -1742$ mm. Vì chênh cao mang dấu âm nên điểm B thấp hơn điểm A.

Nếu độ cao của điểm A đã biết trước là H_A thì độ cao của điểm B sẽ là:

$$H_B = H_A + h_{AB} \quad (2.3)$$

Khi hai điểm A và B cách nhau quá xa hoặc chênh cao quá lớn người ta phải bố trí nhiều trạm máy (hình 3.3a) thì chênh cao h_{AB} là tổng các chênh cao h_i của n trạm:

$$h_{AB} = \sum_{i=1}^n h_i = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{i=1}^n b_i \quad (2.4)$$

2.2.3 Đo cao hình học phía trước.

Để xác định chênh cao giữa hai điểm A và B người ta đặt máy tại điểm A, còn tại B dựng mìa thẳng đứng (hình 2.4). Sau khi đưa máy về vị trí nằm ngang, đo chiều cao máy và ký hiệu là i . Quay máy ngắm ống kính về mìa dựng thẳng đứng tại điểm B và đọc số đọc theo dây chỉ giữa của lưới chữ thập, ký hiệu là b .

Chênh cao giữa hai điểm A, B được tính theo công thức:

$$h_{AB} = i - b \quad (2.5)$$

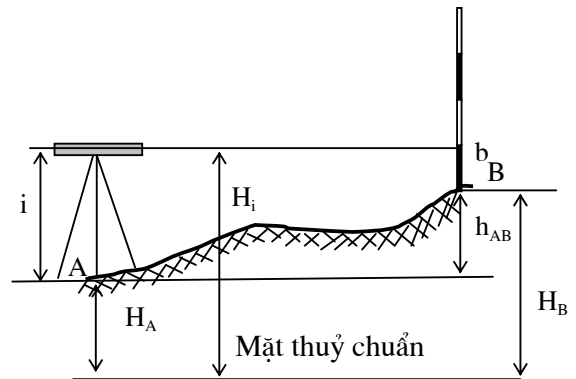
Nếu biết độ cao điểm A là H_A thì độ cao điểm B được tính theo hai cách:

- Cách 1: Tính theo chênh cao đo được:

$$H_B = H_A + h_{AB} \quad (2.6)$$

- Cách 2: Tính theo độ cao trạm máy:

$$\begin{aligned} H_i &= H_A + i \\ H_B &= H_i - b \end{aligned} \quad (2.7)$$



Hình 2.4

Trên đây ta xét sơ bộ nguyên lý đo cao hình học. Đây là phương pháp đơn giản, nhưng đạt độ chính xác cao nhất so với các phương pháp khác. Vì vậy người ta ứng dụng phương pháp này để xây dựng lưới độ cao từ hạng I đến hạng IV của nhà nước, đo cao kỹ thuật để xây dựng cơ sở độ cao dùng cho việc đo vẽ địa hình.

2.3 ẢNH HƯỞNG CỦA ĐỘ CONG QUẢ ĐẤT VÀ ĐỘ CHIẾT QUANG. SỐ HIỆU CHỈNH DO ẢNH HƯỞNG ĐỘ CONG QUẢ ĐẤT.

Như mục 2.2.3 đã nêu, khi hai điểm A và B có khoảng cách không lớn ta coi tia ngắm nằm ngang song song với mặt phẳng nằm ngang thì ta có chênh cao:

$$h_{AB} = i - b$$

Trong đó: i - là chiều cao máy
 b - là số đọc trên mìa

Nếu hai điểm A và B cách nhau quá xa thì kết quả đo chênh cao phải tính đến ảnh hưởng của độ cong quả đất và chiết quang không khí.

2.3.1. Số hiệu chỉnh do ảnh hưởng độ cong quả đất.

Theo hình 2.5 ta thấy tia ngắm song song với mặt thủy chuẩn đi qua dây chỉ giữa sẽ cắt mìa ở B tại b . Nhưng theo nguyên lý cấu tạo trục ngắm ống kính là đường thẳng hình học tiếp tuyến với mặt cầu tại J và cắt mìa B tại b' . Vì vậy chênh cao đo được sẽ chênh so với chênh cao thực một lượng là $q = b' - b$.

Nếu coi quả đất là hình cầu, bán kính R ta có thể tính:

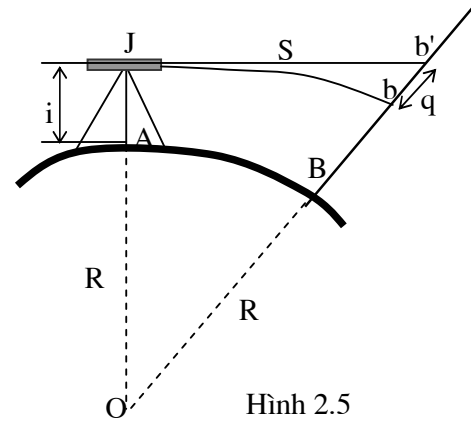
$$Ob'^2 = OJ^2 + Jb'^2$$

Mà:

$$Jb' = S$$

$$[(R+i) + q]^2 = (R+i)^2 + S^2$$
$$S^2 = 2(R + i)q + q^2$$
$$S^2 = 2R.q \Rightarrow q = \frac{S^2}{2R} \quad (2.8)$$

Nếu lấy bán kính là $R = 6371 \text{ km}$, lần lượt cho khoảng cách tăng sẽ có kết quả thể hiện ở bảng 2.1

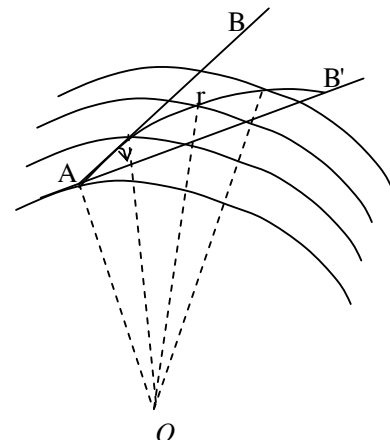


Hình 2.5

S (m)	50	100	113	500	1000	5000
q (mm)	0,2	0,8	1,0	19,6	78	1692

Giả sử không có lớp khí quyển thì từ A đến B tia ngắm đi thẳng theo hướng AB. Thực tế do tia ngắm đến điểm B khi qua các lớp khí quyển có tỷ trọng khác nhau sẽ bị ảnh hưởng khúc xạ mà tạo thành đường cong (hình 2.6). Cung của đường cong hướng mặt lõm về phía mặt đất, đường cong này gọi là đường cong chiết quang.

Hình dạng thực của đường cong chiết quang không thể xác định cụ thể, nhưng nếu khoảng cách những điểm đo không xa lắm như trong trường hợp đo cao hình học, thì ta có thể xem đường cong chiết quang có dạng cung tròn có bán kính $OA = OB = R_1$ (hình 2.7).

$$OB'^2 = OA^2 + AB'^2$$


28

$$(R_1 + \rho)^2 = R_1^2 + S^2$$

$$2R_1\rho + \rho^2 = S^2$$

Vì ρ^2 rất nhỏ so với bán kính R_1 nên coi $\frac{\rho^2}{R_1} = 0$, khi đó:

$$\rho = \frac{S^2}{2R_1} \quad (2.9)$$

Kết quả nghiên cứu đã chứng minh rằng đại lượng R_1 rất khó xác định chính xác, nó phụ thuộc vào khoảng cách giữa hai điểm A và B, vào tính chất địa hình giữa chúng, vào nhiệt độ và áp suất không khí, vào chiều cao tia ngắm so với mặt đất. Tỷ số giữa bán kính trái đất R với bán kính R_1 của đường cong chiết quang gọi là hệ số chiết quang K:

$$K = \frac{R}{R_1} \rightarrow R_1 = \frac{R}{K}$$

Thay vào công thức (3.9) ta có thể viết lại công thức dưới dạng:

$$\rho = K \frac{S^2}{2R} \quad (2.10)$$

Hệ số chiết quang K không cố định và thường thay đổi tùy theo thời gian trong ngày. Trị số trung bình của K là 0,14, do đó công thức (2.10) có dạng:

$$\rho = 0,14 \cdot \frac{S^2}{2R} \quad (2.11)$$

So sánh đại lượng này với số hiệu chỉnh do độ cong trái đất tính theo công thức (2.8) chúng ta thấy số hiệu chỉnh ρ do ảnh hưởng chiết quang trong điều kiện khoảng cách giống nhau sẽ gần bằng 1/7 số hiệu chỉnh q của độ cong quả đất, nghĩa là:

$$\rho = \frac{1}{7} \cdot q \quad (2.12)$$

Một điều khác nhau cơ bản giữa hai số hiệu chỉnh trên là: Số hiệu chỉnh do độ cong quả đất được xác định rõ về trị số và dấu của nó, còn số hiệu chỉnh về độ chiết quang thì khó xác định trước vì điều kiện thực tế.

* Chú ý: Để giảm bớt ảnh hưởng của sai số chiết quang đến các kết quả đo chênh cao cần lưu ý một số điểm sau đây:

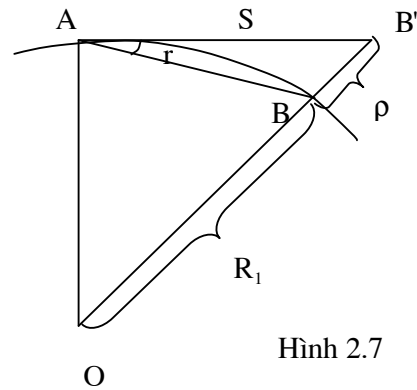
- Do ảnh hưởng của mặt trời nên đường cong chiết quang ban ngày và ban đêm có hướng lồi ngược chiều nhau. Vì vậy nên chọn thời gian đo thích hợp sau lúc mặt trời mọc và trước lúc mặt trời lặn khoảng 1,5h.

- Càng gần mặt đất sai số chiết quang càng lớn, nhưng từ độ cao 1,5÷2m nó tương đối ổn định. Vì vậy cần đặt máy sao cho tia ngắm cách mặt đất từ 1,5m trở lên.

- Cần phải đo hai chiều với khoảng thời gian khác nhau trong ngày.

- Nếu địa hình dốc thì sai số chiết quang đối với mĩa sau lớn hơn mĩa trước, vì vậy cố gắng chọn trạm máy ở giữa cách đều hai mĩa.

2.3.3 Số hiệu chỉnh chung cho ảnh hưởng của độ cong quả đất và chiết quang.



Hình 2.7

Giả sử hướng của trục ngắm máy thủy chuẩn trùng với đường cong song song với mặt ống thủy, thì trên các mìa dựng thẳng đứng tại A và B (hình 2.8) ta đọc được các trị số a và b. Chênh cao cần tìm giả thiết sẽ bằng:

$$h = a - b$$

Nhưng thực tế trục ngắm trùng với tiếp tuyến của đường cong này, do đó trong trị số đo sẽ có sai số do ảnh hưởng của độ cong quả đất q_a và q_b , và như thế, thay vào trị số a và b ta cần tính trị số $a+q_a$; $b+q_b$. Những trị số này sẽ tiếp tục bị ảnh hưởng bởi độ chiết quang gây ra làm cho tia ngắm bị cong đi và các trị số nói trên giảm đi ρ_a và ρ_b . Do đó trị số trên mìa thực tế sẽ là:

$$a' = a + q_a - \rho_a$$

$$b' = b + q_b - \rho_b$$

Gọi $q_a - \rho_a = f_a$ và $q_b - \rho_b = f_b$ là số hiệu chỉnh chung do ảnh hưởng của độ cong quả đất và độ chiết quang đối với các trị số trên mìa đặt cách máy về hai phía trước và sau với khoảng cách S_a và S_b .

Từ công thức (2.8) và (2.11) ta có:

$$f = \frac{S^2}{2R} - 0,14 \cdot \frac{S^2}{2R} = 0,43 \cdot \frac{S^2}{R} \quad (2.13)$$

Số hiệu chỉnh do ảnh hưởng chung của độ cong quả đất và chiết quang không khí luôn luôn tỷ lệ thuận với bình phương khoảng cách từ máy tới mìa.

Đối với đo cao phía trước số hiệu chỉnh này có thể lên đến 1mm khi khoảng cách từ máy tới mìa $S = 120m$.

Các trị số trên mìa có thể tính dễ dàng sau khi đã hiệu chỉnh lại ảnh hưởng của độ cong quả đất và chiết quang, nghĩa là:

$$a = a' - f_a$$

$$b = b' - f_b$$

Và chênh cao giữa hai điểm A và B sẽ là:

$$h_{AB} = a - b = a' - f_a - b' + f_b = (a' - b') + (f_b - f_a)$$

Nếu ký hiệu hiệu số các số hiệu chỉnh là $\Delta f = f_b - f_a$, thì:

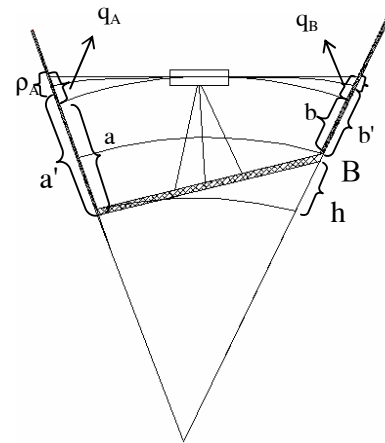
$$h_{AB} = a' - b' + \Delta f \quad (2.14)$$

Khi ta tiến hành đo cao hình học từ giữa, máy sẽ đặt khoảng giữa hai mìa. Nếu $S_a = S_b$ thì có thể tính $f_a = f_b$, do đó $\Delta f = 0$. Như vậy đo cao từ giữa sẽ không được ảnh hưởng do độ cong quả đất và chiết quang. Đó là ưu điểm của đo cao hình học từ giữa so với phương pháp đo cao phía trước.

2.4 CẤU TẠO MÁY VÀ MÌA THỦY CHUẨN.

Dựa theo cấu tạo, máy thủy chuẩn thường chia thành 2 loại: Máy thủy chuẩn có ống kính cố định và máy thủy chuẩn có ống kính rời. Riêng loại máy có ống kính rời cũng chia làm nhiều loại phụ thuộc vào vị trí của ống thủy, tuy nhiên loại này ít được sử dụng trong sản xuất vì độ chính xác thấp.

Máy thủy chuẩn có ống kính cố định, tất cả các bộ phận của nó được gắn chặt vào nhau và sự liên kết giữa chúng rất chắc chắn. Máy thủy chuẩn hiện đại có bộ phận đối quang trong, do đó có thể nhìn thấy rõ vị trí ống thủy ngay khi ngắm mìa. Đối với các máy thủy chuẩn tự động tia ngắm ngang thì sự liên hệ giữa ống thủy và ống kính hết sức chặt chẽ.



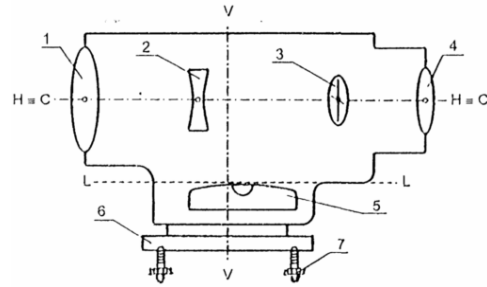
Hình 2.8

Trong những loại máy này hình của bọt thủy không những hiện ngay trên trường ngắm mà còn có tác dụng đưa trực ngắm về vị trí nằm ngang để đọc trị số trên mĩa.

Dựa vào độ chính xác, máy thủy chuẩn được chia làm 3 loại: Loại có độ chính xác cao dùng để xác định độ cao hạng I và hạng II với sai số trung phương $m_h = \pm 0,5\text{mm}/1\text{km}$ thủy chuẩn, loại máy có độ chính xác trung bình dùng để đo độ cao hạng III và hạng IV với $m_h = \pm 3\text{mm}/1\text{km}$ và loại máy thủy chuẩn kỹ thuật có $m_h = \pm 10\text{mm}/1\text{km}$ dùng để tăng dày độ cao cho các lưới khống chế cấp thấp.

2.4.1 Cấu tạo máy thủy chuẩn.

Hình 2.9 mô tả chung những bộ phận chủ yếu của máy thủy chuẩn gồm: 1 - kính vật, 2 - kính điều quang, 3 - màng chữ thập, 4 - kính mắt, 5 - ống thủy dài, 6 - đế máy, 7 - ốc cân bằng. Các trục hình học của máy bao gồm: Trục ống thủy dài LL, trục ngắm ống kính CC, trục quay máy VV.



Hình 2.9

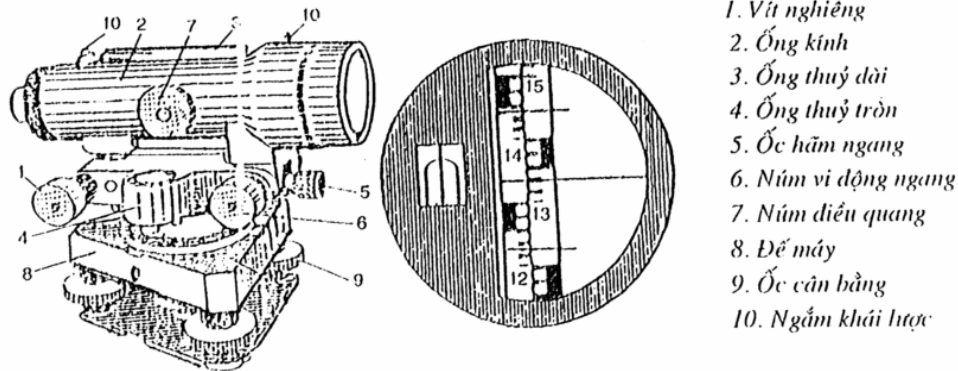
a. Máy thủy chuẩn cân bằng nhờ vít nghiêng và ống thủy dài.

Tiêu biểu cho nhóm máy này là máy thủy chuẩn HB - 1 do xưởng máy trắc địa Maxcova chế tạo. Xét về đặc điểm cấu tạo của máy gồm:

- Màng chỉ chữ thập không có ốc điều chỉnh.
- Hình ảnh hai đầu bọt nước của ống thủy dài ở trường nhìn qua hệ thống lăng kính đặc biệt trên ống thủy dài (hình 2.10).

Để điều chỉnh bọt nước vào giữa (hai nhánh parabol trên trường nhìn chập nhau) nhờ ốc vít nghiêng của máy. Giá trị khoảng chia trên ống thủy là $17-23''/2\text{mm}$.

Ống thủy dài được chế tạo đặc biệt để khi thay đổi nhiệt độ thì chiều dài bọt nước không thay đổi.



Hình 2.10

Máy thủy chuẩn HB - 1 dùng để đo thủy chuẩn hạng III, IV và thủy chuẩn kỹ thuật.

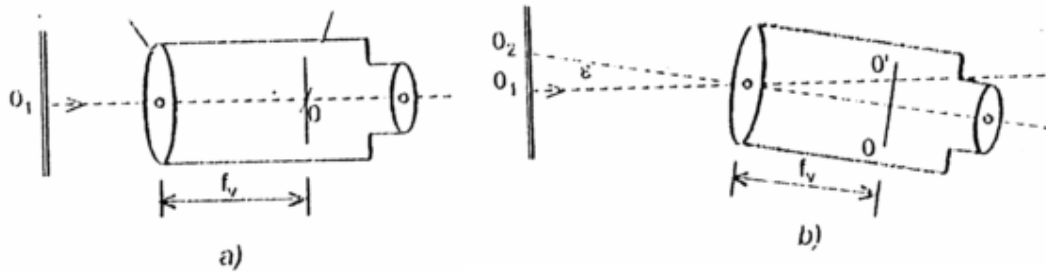
Độ phóng đại ống kính là $31\times$. Trường nhìn của ống kính là $1^{\circ}20'$, khoảng cách ngắn nhất có thể nhìn rõ vật là 3m.

b. Máy thủy chuẩn tự cân bằng trực ngắm.

Nguyên lý chung của loại máy là dựa vào tính tự cân bằng của con lắc hoặc của bề mặt chất lỏng dưới tác dụng của trọng lực. Ở trạng thái yên tĩnh dây treo con lắc trùng với phương dây dọi, còn bề mặt của chất lỏng vuông góc với phương đó.

Bộ phận tự cân bằng trực ngắm được gọi là bộ tự cân bằng (nghĩa là tự động cân bằng, tự bù trừ). Hình 2.11 mô tả đường đi của tia sáng và nguyên lý hoạt động của bộ tự cân bằng. Trên hình a thấy rằng nếu tia ngắm ở vị trí nằm ngang thì ảnh của O_1 trên mìa (1) sẽ qua kính vật (2) rơi vào tâm O của vòng chữ thập (3).

Trên hình b thấy rằng khi ống kính bị nghiêng một góc nhỏ ε so với phương nằm ngang thì ảnh của O_1 trên mìa sẽ rơi vào điểm O' còn tâm của màn chữ thập O sẽ trùng với ảnh O_2 trên mìa, nghĩa là tâm O của màn chữ thập đã dịch chuyển khỏi trục nằm ngang một khoảng OO' và được biểu thị bằng công thức:



Hình 2.11

$$OO' = f. \operatorname{tg} \varepsilon$$

Vì góc ε rất nhỏ, nên có thể coi $\operatorname{tg} \varepsilon = \varepsilon$, do đó:

$$OO' = f. \varepsilon \quad (2.15)$$

Trong đó f là tiêu cự kính vật

Nhiệm vụ của bộ cân bằng tự động là phải làm cho O trùng với O' . Để thỏa mãn điều kiện này ta đặt trên trục ngắm của ống kính cánh tay đòn quay quanh điểm K (Hình 2.12). Cánh tay đòn KO' sẽ tự động quay đi một góc β sao cho thỏa mãn điều kiện $OO' = f. \varepsilon$.

Ta xét tam giác KOO' , có:

$$OO' = f. \varepsilon = S. \operatorname{tg} \beta$$

Vì ε và β quá nhỏ nên có thể coi $\operatorname{tg} \varepsilon = \varepsilon$; $\operatorname{tg} \beta = \beta$ nên:

$$S. \beta = f. \varepsilon \quad (2.16)$$

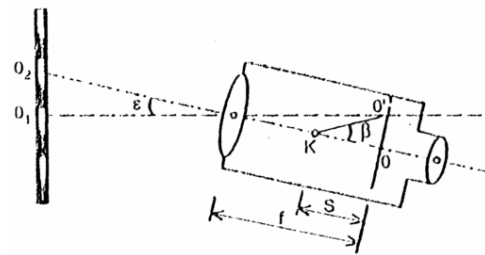
Với phương thức này màn lưới chữ thập sẽ dịch chuyển đi một lượng $f. \varepsilon$ nhờ sự quay của cánh tay đòn. Tuy nhiên sự tương quan giữa các đại lượng phải được xác định và tỷ số:

$$\frac{\beta}{\varepsilon} = \frac{f}{S} = K$$

K được gọi là hệ số cân bằng. Các máy thủy chuẩn tự cân bằng trực ngắm thường có K từ 0,4 đến 6.

2.4.2 Cấu tạo mìa thủy chuẩn.

Mìa thủy chuẩn là một thanh gỗ thông hay gỗ bạch dương dài 3 - 4m dày 2-2,5cm và rộng 10cm, có quét sơn dầu để tránh ẩm. Trên một mặt hoặc hai mặt có chia khoảng 1cm. Để dễ đọc số cứ 5 hoặc 10 khoảng chia lại thành một nhóm. Độ lớn của mỗi khoảng chia trên mìa gọi là giá trị khoảng chia (Hình 2.13).



Hình 2.12

Mia thuỷ chuẩn dùng để đo thuỷ chuẩn hạng III, IV thường là mia hai mặt. Một mặt có khoảng chia đều sơn đỏ, trắng gọi là mặt đỏ. Mặt khác có khoảng chia đều sơn đen, trắng gọi là mặt đen của mia. Đối với mặt đen, trị số không của mia trùng với đáy mia, còn mặt đỏ thì trị số tăng lên hơn 4000mm bắt đầu từ một số nào đó (thường là 4500). Với cách đánh số trên mia như vậy mà trị số lấy ở hai mặt mia sẽ khác nhau, nhưng hiệu số trị số lấy theo mỗi mặt sẽ bằng nhau, do đó có thể kiểm tra kết quả đo trong quá trình đo đạc. Số chênh số đọc giữa hai mặt đen và đỏ của một mia được gọi là hàng số mia, ký hiệu là K.

$$K = a_{\text{đỏ}} - a_{\text{đen}} \quad (2.17)$$

Khi đo thuỷ chuẩn từ giữa thường phải dùng một cặp mia nhất định, do mỗi mia có hàng số riêng nên mỗi cặp mia cũng tính được hàng số cặp mia:

$$\Delta K = K_1 - K_2 \quad (2.18)$$

Vì có sai số khắc vạch trên mia nên thông thường trị số ΔK không đúng bằng 100 mà sẽ bị sai lệch đi một vài mm.

Khi tia ngắm nằm ngang, theo dây chỉ giữa của màn chữ thập chúng ta đọc số trên hai mặt của hai mia sẽ được một cặp số đọc khác nhau, nhưng trị số chênh cao phải như nhau:

$$h = a_{\text{đen}1} - b_{\text{đen}2} = a_{\text{đỏ}1} - b_{\text{đỏ}2} \pm \Delta K \quad (2.19)$$

Với cách làm này ta luôn kiểm tra được số đọc trên từng trạm máy khi đo thuỷ chuẩn.

2.5 KIỂM TRA, KIỂM NGHIỆM MÁY THUỶ CHUẨN.

2.5.1 Kiểm tra máy thuỷ chuẩn.

Máy thuỷ chuẩn trước khi đem ra sử dụng cần phải kiểm tra, xem xét một số điều cần thiết sau đây:

1. Kính vật, kính mắt của máy có bị mốc không.
2. Các ốc điều chỉnh có làm việc tốt không.
3. Hình ảnh bọt nước dài có đối xứng thành đường parabol hoàn chỉnh không.
4. Các ốc cố định và vi động quay có nhẹ nhàng, chính xác không.
5. Các bộ phận của giá ba chân có đầy đủ không.
6. Bộ phận ngắm của máy quay quanh trục có nhẹ nhàng không.
7. Bọt nước tròn của máy khi được cân bằng đã phù hợp với bọt nước dài chưa.
8. Màn chữ thập đã về vị trí chuẩn chưa.

2.5.2 Kiểm nghiệm và hiệu chỉnh máy thuỷ chuẩn.

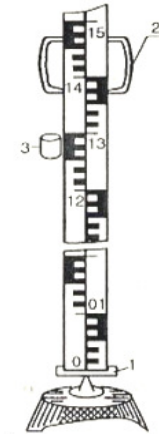
Máy thuỷ chuẩn cần thoả mãn các điều kiện hình học cơ bản sau đây:

1. Trục ống thuỷ dài cần vuông góc với trục quay máy.

Đặt ống thuỷ dài song song với hai ốc cân bằng bất kỳ, dùng hai ốc cân này đưa bọt ống thuỷ về vị trí giữa ống thuỷ. Sau đó quay máy đi 180° nếu bọt thuỷ dài vẫn ở vị trí giữa của ống thuỷ thì điều kiện được thoả mãn. Nếu bọt thuỷ bị lệch đi thì dùng hai ốc cân bằng máy đưa bọt ống thuỷ về 1/2 khoảng lệch, một nửa khoảng lệch còn lại dùng vít hiệu chỉnh ống thuỷ đưa về nốt.

2. Dây chỉ ngang của lưới chỉ chữ thập phải vuông góc với trục quay máy.

Để kiểm nghiệm điều kiện này người ta đặt máy tại một điểm, cân bằng máy thật chính xác, quay ống kính ngắm vào một điểm cố định cách máy từ 50÷60m dùng vít vi động ngang quay ống kính qua trái và qua phải của điểm cố định. Nếu điểm đó luôn nằm trên dây chỉ ngang thì điều kiện trên đạt yêu cầu.



Hình 2.13

Trong trường hợp ngược lại ta tiến hành điều chỉnh bằng cách vặn lỏng các ốc hãm của lưới chữ thập sau đó xoay mạng chữ thập đến khi điều kiện đạt yêu cầu thì vặn chặt ốc hãm.

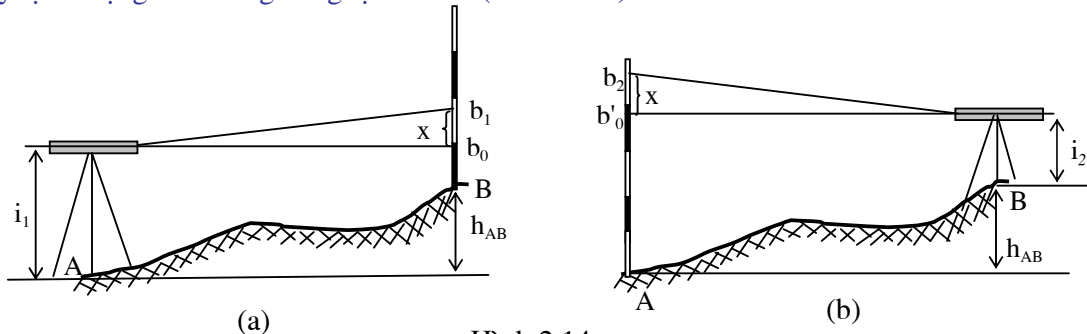
3. Trục ngắm ống kính cần song song với trục ống thủy dài.

Đây là điều kiện cơ bản của máy thủy chuẩn nhằm đảm bảo xác định chênh cao của một trạm máy được chính xác.

Hiện nay có nhiều phương pháp kiểm nghiệm và hiệu chỉnh, dưới đây ta xét hai phương pháp:

a. Phương pháp 1:

Chọn hai điểm A và B trên mặt đất cách nhau khoảng 50m đóng hai cọc. Trước tiên đặt máy tại A dựng mìa thẳng đứng tại điểm B (hình 2.14a).



Hình 2.14

Cân bằng máy chính xác, đo chiều cao máy tới mm là i_1 . Nếu trục ngắm ống kính không song song với trục ống thủy dài thì số đọc trên mìa theo dây chỉ giữa không phải là b_0 mà là b_1 chứa sai số x , từ hình 2.14a ta có thể viết:

$$h_{AB} = i_1 - b_0 = i_1 - (b_1 - x) = i_1 - b_1 + x \quad (2.20)$$

Đổi chỗ máy cho mìa (hình 2.14b), tiến hành cân bằng máy chính xác, đo chiều cao của máy là i_2 và đọc số theo dây chỉ giữa trên mìa là b_2 .

Vì chênh cao giữa hai điểm không đổi, nên số đọc b_2 chứa trị số sai số x , nghĩa là:

$$h_{AB} = b'_0 - i_2 = (b_2 - x) - i_2 = b_2 - x - i_2 \quad (2.21)$$

Giải phương trình (2.20) và (2.21) với ẩn số x ta được:

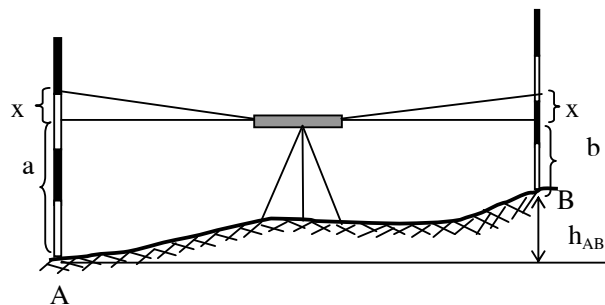
$$x = \frac{b_1 + b_2}{2} - \frac{i_1 + i_2}{2} \quad (2.22)$$

Sai số x không được vượt quá $\pm 4\text{mm}$, nếu vượt quá cần phải hiệu chỉnh. Cách hiệu chỉnh như sau:

Giả sử máy vẫn đặt tại B, mìa dựng tại A, ta dùng ốc vi động nghiêng để đưa dây chỉ giữa về số đọc đúng trên mìa là:

$$b'_0 = b_2 - x \quad (2.23)$$

Lúc này bọt ống thủy dài sẽ không còn ở vị trí giữa, ta dùng đinh hiệu chỉnh nâng lên hoặc hạ xuống ốc hiệu chỉnh ống thủy để bọt thủy dài vào vị trí giữa. Sau những bước làm trên, người ta phải đo kiểm tra lại, nếu $x \leq \pm 4\text{mm}$ thì ta đã hiệu chỉnh xong, nếu không lại tiến hành điều chỉnh lại tới khi đạt yêu cầu.



Hình 2.15

Nếu ta đặt máy ở chính giữa hai điểm A và B (hình 2.15) thì sai số góc i do trục ngắm không song song với trục ống thủy dài không ảnh hưởng đến kết quả xác định chênh cao giữa hai điểm A và B vì số đọc trên mìa A và trên mìa B cùng chứa sai số x , nghĩa là $x_a = x_b$. Từ hình 2.15 ta có:

$$h_{AB} = (a - x_a) = (b - x_b) = a - b \quad (2.24)$$

Như vậy khi đo thủy chuẩn, đặt máy ở chính giữa hai điểm mìa, mặc dù điều kiện cơ bản của máy không đạt yêu cầu, song không ảnh hưởng tới kết quả xác định độ chênh cao.

b. Phương pháp 2.

Trên mặt đất bằng phẳng đóng hai cọc A và B cách nhau 45m (hình 2.16) ở giữa hai điểm A và B người ta đặt máy thủy chuẩn, ký hiệu là I_1 và trên đường AB kéo dài đặt trạm máy I_2 , cách điểm B một khoảng bằng $1/10 AB$. Khoảng cách I_1A và I_1B không được vượt quá 2dm.

Ở vị trí đặt máy I_1 cân bằng máy chính xác rồi đọc số trên hai mìa theo dây chỉ giữa là a_1 và b_1 , chênh cao giữa A và B được tính theo công thức:

$$h_{AB1} = a_1 - b_1$$

Sau đó chuyển máy tới I_2 , tiến hành cân bằng máy và đọc số trên hai mìa theo dây chỉ giữa được số đọc a_2 và b_2 . Chênh cao giữa hai điểm A, B ký hiệu là h_{AB2} sẽ tính theo công thức:

$$h_{AB2} = a_2 - b_2$$

Nếu không có sai số góc i do trục ngắm không song song với trục ống thủy dài thì:

$$h_{AB1} = h_{AB2}$$

Nếu có sai số góc i thì $h_{AB1} \neq h_{AB2}$, hay:

$$\Delta h = h_{AB1} - h_{AB2} \neq 0$$

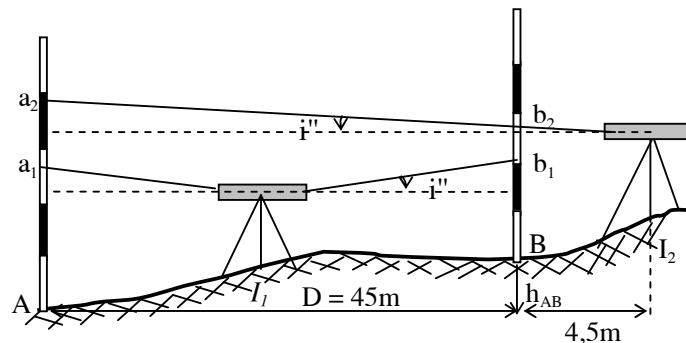
Khi đó góc i được tính theo công thức:

$$i'' = \frac{\rho''}{D} \cdot \Delta h \quad (2.25)$$

Ta tiến hành hiệu chỉnh như sau: Tính số đọc đúng cho mìa đặt tại A theo công thức:

$$a_2' = a_2 + 1,1 \cdot \Delta h \quad (2.26)$$

Khi tính được số đọc đúng người ta dùng ốc vi động đứng đưa dây chỉ ngang của lưới chữ thập về trị số đúng a_2' trên mìa tại A. Khi đó bọt ống thủy sẽ nghiêng và người ta dùng đinh hiệu chỉnh nâng lên hoặc hạ xuống ốc hiệu chỉnh ống thủy để đưa bọt thủy dài vào vị trí giữa.



Hình 2.16

Đối với các máy thủy chuẩn tự động người ta dùng ốc hiệu chỉnh màn chữ thập dịch chuyển dây chỉ ngang sao cho số đọc $a_2 = a_2'$. Sau khi điều chỉnh phải kiểm tra lại.

Chú ý: Đối với đo thủy chuẩn hạng III, IV của nhà nước, khi tính được góc i'' nhỏ hơn $20''$ thì không cần hiệu chỉnh. Trường hợp ngược lại phải hiệu chỉnh điều kiện này.

Cách ghi số và tính toán một lần kiểm tra đơn giản thể hiện ở bảng 2.2

Bảng 2.2

Trạm máy	Mia	Công thức tính	Số đọc thực mặt đen	Ký hiệu	Tính toán
I_1	A	a_1	1460	Δh	+4
	B	b_1	1325	S	45000
		$h_{AB} = a_1 - b_1$	+135	i''	18''
I_2	A	a_2	1616	a_2	1620
	B	b_2	1485		
		$h_{AB} = a_2 - b_2$	+131		

4. Kiểm nghiệm sự ổn định của trục ngắm khi thay đổi tiêu cự.

Khi đặt mia cách máy với những khoảng cách khác nhau để số đọc rõ nét ta phải thay đổi tiêu cự. Nhưng do thấu kính điều quang bị rơi và chuyển động không chính xác trên trục ngắm, gây nên sai số mà ta phải kiểm nghiệm.

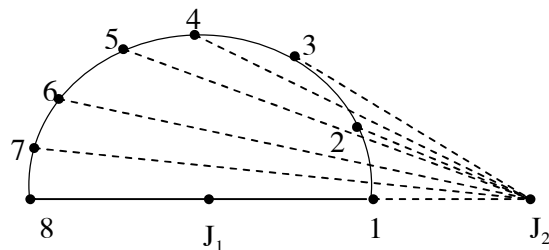
Cách kiểm nghiệm như sau:

Trên một bãi đất bằng phẳng đóng một loạt cọc 1, 2, 3, ..., 8 nằm trên một cung tròn bán kính bán kính 40 - 50m.

Đầu tiên ta đặt máy tại J_1 và lần lượt đặt mia tại các điểm 1, 2, ..., 8 (hình 2.17). Tiến hành cân bằng máy, dùng ốc vĩ động nghiêng đưa bọt thủy dài vào giữa. Ngắm máy đến mia điều chỉnh tiêu cự cho ảnh rõ nét và đọc số đọc lần lượt trên các mia dựng ở các điểm là $a_1, a_2, \dots, a_8$. Theo các số đọc tính chênh cao giữa các cọc theo công thức;

$$\left. \begin{aligned} h_{12} &= a_1 - a_2 \\ h_{23} &= a_2 - a_3 \\ \dots \dots \dots \\ h_{78} &= a_7 - a_8 \end{aligned} \right\} (2.27)$$

Sau đó người ta chuyển máy đến điểm J_2 là điểm không cách đều các điểm trên cung tròn. Tiến hành cân bằng máy chính xác và lần lượt đọc số trên các mia được số đọc là $b_1, b_2, \dots, b_8$.



Hình 2.17

Rõ ràng khi đọc số trên mia tại các điểm phải điều chỉnh lại tiêu cự của máy. Cũng theo số đọc này ta tính được chênh cao giữa các điểm:

$$\left. \begin{aligned} h'_{12} &= b_1 - b_2 \\ h'_{23} &= b_2 - b_3 \\ \dots \dots \dots \\ h'_{78} &= b_7 - b_8 \end{aligned} \right\} (2.28)$$

Chênh cao tính được theo công thức (2.27) và (2.28) không được vượt quá $\pm 4\text{mm}$, sự sai lệch lớn về giá trị chứng tỏ độ chính xác của thấu kính thấp khi điều chỉnh tiêu cự. Những máy này cần phải đưa vào xưởng sửa chữa.

2.6 ĐO CAO HẠNG IV.

Lưới độ cao hạng IV thuộc lưới độ cao nhà nước, được phát triển tăng dày từ hạng III.

Lưới độ cao hạng IV được dùng làm cơ sở độ cao để đo vẽ địa hình. Trên đường đo cao hạng IV cứ 5÷7 km cần chôn một mốc ở trên mặt đất. Hai đầu của đường đo cao hạng IV được nối đến các điểm độ cao của lưới độ cao cấp cao hơn hoặc là các điểm nút của hệ thống đường đo cao hạng IV.

Máy thủy chuẩn dùng để đo cao hạng IV phải thỏa mãn các yêu cầu sau:

- Hệ số phóng đại của ống kính phải lớn hơn 24^x trở lên. Giá trị khoảng chia trên ống thủy dài có thể tới $25''/2\text{mm}$.

- Lưới chỉ chữ thập có 3 chỉ nằm ngang.

Có thể dùng máy thủy chuẩn NI 003, HB, KONI - 007 và các loại máy có độ chính xác tương đương để đo.

Mia dùng để đo cao hạng IV là mia hai mặt (Mặt đen và mặt đỏ). Trên mỗi mia có giá trị khoảng chia là 1cm. Giữa hai mặt đen và mặt đỏ của một mia có hằng số là 4687 hoặc 4787. Mỗi cặp mia dùng để đo cao có hằng số mia là 100. Sai số ngẫu nhiên của từng dm trên mia không được vượt quá $\pm 1\text{mm}$.

Để đặt mia cần dùng cọc sắt hoặc giá đỡ mia hình tam giác.

Đường đo cao hạng IV phù hợp và khép kín chỉ đo theo một chiều và áp dụng phương pháp đo cao từ giữa. Chiều dài trung bình từ máy tới mia là 100m.

Nếu hệ số phóng đại từ 30^x trở lên thì chiều dài có thể tăng lên 150m. Số chênh khoảng cách từ máy đến hai mia không vượt quá 5m.

2.6.1 Thứ tự đo và tính toán trên một trạm máy.

Đặt máy ở giữa hai mia, sau khi cân bằng máy chính xác, quay máy ngắm về mia sau, đọc ba số đọc trên mia mặt đen theo thứ tự: Chỉ dưới (1), chỉ trên (2), và chỉ giữa (3) và ghi vào sổ đo (bảng 3.3). Quay máy đến mia trước và đọc số trên mặt đen tương tự như mia sau: Chỉ dưới (4), chỉ trên (5), chỉ giữa (6). Để nguyên máy và quay mặt đỏ mia trước, đọc số theo dây chỉ giữa (7). Quay máy về mia sau và đọc số đọc mặt đỏ theo dây chỉ giữa (8).

Như vậy đã đo xong một trạm máy, trước khi chuyển máy sang trạm đo tiếp theo cần phải kiểm tra tính toán ngay sổ đo:

- Kiểm tra số đọc trên mia theo hằng số K của mia sau và mia trước:

$$(9) = K_1 + (3) - (8)$$

$$(10) = K_2 + (6) - (7)$$

Yêu cầu số đọc trên mặt đen + K so với số đọc trên mặt đỏ của từng mia không vượt quá $\pm 3\text{mm}$.

- Tính chênh cao theo số đọc mặt đen và mặt đỏ:

$$(11) = (3) - (6)$$

$$(12) = (8) - (7)$$

$$\text{Yêu cầu } (13) = (11) - (12) \pm 100$$

- Tính chênh cao trung bình đoạn đo giữa mặt đen và mặt đỏ:

$$(14) = \{(11) + (12)\}/2$$

- Tính khoảng cách từ máy tới mia sau và mia trước:

$$(15) = (1) - (2)$$

$$(16) = (4) - (5)$$

- Tính số chênh khoảng cách từ máy đến các mia:

$$(17) = (15) - (16)$$

- Tính số chênh tích lũy trên một đoạn đo gồm nhiều trạm đo theo nguyên tắc:

$$(18) = (17) + (18) \text{ của trạm đo trước.}$$

Sau khi tính toán và kiểm tra xong ở trạm 1, nếu các số liệu đo đều nhỏ hơn trị số cho phép thì được chuyển máy sang trạm 2 và công việc đo sẽ lặp lại như trên.

Các kết quả đo và tính toán và tính toán được ghi vào sổ đo cao hạng IV bảng (2.3).

Bảng 2.3 Mẫu sổ đo cao hạng IV

Đo từ III - XT1 (L) đến III -XT2(T)

Bắt đầu: 7h30'

Ngày 20 tháng 10 năm 1996

Kết thúc: 9h30'

Người đo: Phạm Bích Tuấn

Thời tiết: Râm, mát

Người ghi: Nguyễn Thị Hiền

Hình ảnh: Rõ, ổn định

Người kiểm tra: Nguyễn Khắc Thời

TT trạm đo	Mia sau	Chỉ dưới	Mia sau	Chỉ dưới	Ký hiệu mia	Số đọc trên mia		K+Đen - Đỏ	Chênh cao TB (mm)	Ghi chú
		Chỉ trên		Chỉ trên						
	K.cách sau		K.cách trước			Mặt đen	Mặt đỏ			
	ΔS		ΔS							
1	2001 (1)		1115 (4)		S	1651 (3)	6124 (8)	+1(9)		K ₁ =4474
	1300 (2)		0414 (5)		T	0764 (6)	5339 (7)	-1(10)		K ₂ =4574
	701 (15)		701 (16)		S-T	887 (11)	785 (12)	+2(13)	+886	
	0 (17)		0 (18)						(14)	
2	2657		1933		S	2317	6891	0		
	1979		1258		T	1595	6069	0		
	678		675		S-T	+722	+822	0	+722	
	+3		+3							
3	0935		2771		S	0707	5179	+2		
	0479		2620		T	2546	7120	0		
	456		451		S-T	-1839	-1941	+2	-1840	
	+5		+8							
4	1255		1900		S	0921	5497	-2		
	0590		1231		T	1566	6039	+1		
	665		669		S-T	-645	-54	-3	-643,5	
	-4		+4							
	Σ(1) 6848(21)		7719(24)			5596(28)	23691(31)	+1	-875.5	
	Σ(2) 4348(22)		5223(25)			6471(29)	24567(32)	(34)	(35)	
	2500 (23)		2496(26)			-875(30)	-876(33)		-875,5	
	+4 (27)								(36)	

2.6.2 Tính toán tổng hợp từng trang.

Kết thúc mỗi trang sổ phải tổng hợp số liệu của các trạm ghi. Trình tự tính toán như sau:

- Tính tổng số đọc theo dây chỉ dưới, dây chỉ trên của mĩa sau và mĩa trước.

$$(21) = \Sigma(1); \quad (22) = \Sigma(2); \quad (23) = (21) - (22)$$

$$(24) = \Sigma(4); \quad (25) = \Sigma(5); \quad (26) = (24) - (25)$$

$$(27) = (23) - (26)$$

Yêu cầu (27) = (18) ở trạm cuối cùng trong trang.

- Tính tổng số đọc theo dây chỉ giữa mặt đen và đỏ mĩa sau và mĩa trước.

$$(28) = \Sigma(3); \quad (29) = \Sigma(6);$$

$$(31) = \Sigma(8); \quad (32) = \Sigma(7);$$

- Tính hiệu số giữa tổng số đọc mĩa sau và mĩa trước theo mặt đen và mặt đỏ.

$$(30) = (28) - (29)$$

$$(33) = (31) - (32)$$

- Tính tổng chênh cao trung bình:

$$(35) = \Sigma(14);$$

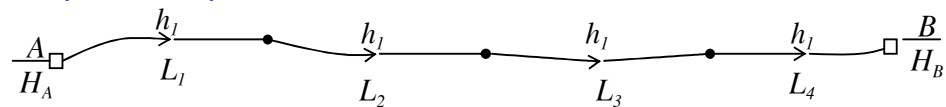
$$(36) = [(30) + (33)]/2;$$

$$\text{Yêu cầu (35) = (36)}$$

Sau khi kết thúc một đoạn đo (giữa hai điểm gốc) ta tiến hành tính toán tổng hợp bằng cách cộng dồn số liệu của tất các trang có chứa số liệu của đoạn đo đồng thời tính chênh cao trung bình giữa các mốc trên đường đo.

2.6.3. Bình sai đường đo thủy chuẩn.

Giả sử có đường đo cao hạng IV nối đến hai điểm A và B đã biết độ cao, cần xác định độ cao của các điểm mốc P_1, P_2, P_3 . Đo chênh cao bốn đoạn nối các mốc và có chênh cao trung bình mỗi đoạn là h_i và độ dài L_i (hình 2.18).



Hình 2.18

Quá trình bình sai tiến hành qua các bước sau:

- Tính tổng chênh cao của cả đường đo:

$$\Sigma h = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 \quad (2.29)$$

- Tính tổng chênh cao lý thuyết bằng hiệu số giữa độ cao điểm cuối và điểm đầu:

$$\Sigma h_{LT} = H_B - H_A \quad (2.30)$$

- Do có sai số trong quá trình đo nên tổng chênh cao của đường đo sẽ không bằng tổng chênh cao lý thuyết. Sự sai khác này gọi là sai số khép, ký hiệu là f_h và được tính theo công thức:

$$f_h = \Sigma h - \Sigma h_{LT} \quad (2.31)$$

Đối với đường đo cao khép kín thì điểm đầu và điểm cuối trùng nhau nên $\Sigma h_{LT} = 0$, do đó:

$$f_h = \Sigma h \quad (2.32)$$

Yêu cầu sai số khép phải nằm trong phạm vi cho phép, nghĩa là:

$$f_h \leq f_{h \text{ cho phép}}$$

Khi đo cao hạng IV sai số khép cho phép xác định theo công thức:

$$f_{h \text{ cho phép}} = \pm 20\sqrt{L(\text{km})} \text{ (mm)} \quad (2.33)$$

Trong đó L là chiều dài đường đo tính theo đơn vị km.

Khi $f_h \leq f_{h \text{ cho phép}}$ tính số hiệu chỉnh cho chênh cao giữa các mốc. Gọi V_{hi} là số hiệu chỉnh cho đoạn chênh cao thứ i, thì số hiệu chỉnh này được tính:

$$V_{hi} = -\frac{f_h}{L} \cdot l_i \quad (2.34)$$

Trong đó: l_i - là chiều dài đoạn đo thứ i giữa hai mốc độ cao

L - là chiều dài cả đường đo

- Tính chênh cao sau bình sai theo công thức:

$$\bar{h}_i = h_i + V_{hi} \quad (2.35)$$

- Từ độ cao điểm A với các chênh cao sau bình sai ta lần lượt tính độ cao cho các mốc trên đường đo theo công thức:

$$H_{i+1} = H_i + h_{i, i+1} \quad (2.36)$$

Việc tính toán đường đo cao hạng IV được thể hiện ở bảng 2.4

Bảng 2.4

N ^o điểm đo	Đoạn đo	l_i (km)	Chênh cao (mm)	V_{hi} (mm)	$\bar{h}_i$ (mm)	Độ cao mốc (m)	Tính toán
A						251,768	$\Sigma h_{do} = +17892$ $\Sigma h_{LT} = +17928$ $f_h = -36\text{mm}$ $f_{hcp} = \pm 69\text{mm}$
	1	2,8	9473	+9	+9482		
P ₁						261,250	
	2	2,7	7524	+8	+7532		
P ₂						268,782	
	3	1,6	-2876	+5	-2871		
P ₃						265,911	
	4	4,7	3771	+14	+3785		
B						269,696	
Σ		11.8	+17892	+36	+17928		

2.7 ĐO CAO KỸ THUẬT

Đo cao kỹ thuật dùng để xác định độ cao các điểm trên mặt đất của một khu vực phục vụ cho các công trình xây dựng trong công nghiệp, nông nghiệp, giao thông vận tải. v.v..

Phương pháp đo cao kỹ thuật cũng giống như đo cao hạng IV, nhưng khi đo kỹ thuật không cần đọc số theo dây chỉ biên mà chỉ đọc số theo dây chỉ giữa của lưới chỉ ngắm để tính hiệu số độ cao, còn khoảng cách từ máy tới mia được ước lượng gần bằng nhau. Sai số khép hiệu số độ cao trường hợp điểm đầu và điểm cuối đường đo là các điểm độ cao của lưới khống chế cấp cao hơn sẽ được xác định theo công thức (2.31). Sai số khép hiệu số độ cao cho phép được xác định theo công thức:

$$f_{h \text{ cho phép}} = \pm 30\sqrt{L(km)} \quad (\text{mm}) \quad (2.37)$$

Trong đó L là chiều dài đường đo cao tính theo km.

Trường hợp đường đo cao khép kín, sai số khép hiệu số độ cao được tính theo công thức (2.32). Sai số khép hiệu số độ cao cho phép được xác định theo công thức (2.37).

Trường hợp đường đo cao mà điểm đầu và điểm cuối không phải là điểm độ cao của lưới khống chế cấp cao hơn, khi đo cao hai lần trên đường đo thì sai số khép hiệu số độ cao là độ chênh lệch giữa kết quả của hai lần đo. Sai số khép hiệu số độ cao cho phép được xác định theo công thức (2.37).

Các số liệu về độ cao các điểm cấp cao hơn, kết quả đo và tính được ghi trong sổ đo cao ở bảng 2.5. Sổ đo cao kỹ thuật được dẫn ra làm ví dụ ở bảng 2.5 là trường hợp đo cao dọc tuyến. Các điểm $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{23}$ là các điểm cọc trên đường trục công trình cách nhau 100m một.

Bảng 2.5

N ^o trạm đo	N ^o điểm đo	Số đọc trên mìa (mm)			Hiệu số độ cao (mm)	Hiệu số độ cao trung bình (mm)	Độ cao trạm máy (m)	Độ cao các điểm (m)
		Sau	Trước	Trung gian				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	M ₁ C ₀	0951(1) 5736(4) 4785(5)	1401(2) 6183(3) 4782(6)		-450(7) -447(8)	-2 -448(9)		100.000(15) 99.550(16)
2	C ₀ C ₁ C ₁ +70	0933 5719 4786	1760 6544 4784	1248	-827 -825	-1 -826	100,483	99.550 98.723 99.235
3	C ₁ C ₂	0256 5039 4783	2958 7744 4786		-2702 -2705	-1 -2704		98.723 96.018
4	C ₂ C ₃ C ₃ .PH+20 C ₃ TR+20	1878 6660 4782	2461 7247 4786	0148 2978	-583 -587	-2 -585	97,896	96.018 95.431 97.748 94.918
		27172(10) -36298 9126(12)	36298(11)		- 9123(13)	- 4563(14)		+6 -4569(17)
27	C ₂₃ x	2372 7156 4784	0841 5624 4783		+1531 +1532	-1 +1532		107.090
28	x M ₂	2227 7009 4782	0348 5132 4784		+1879 +1877	-2 +1878		107.090 108.066
		23792 -18404 5388	18404		+5388	+2694		+6 +2688

Chiều dài hướng đo: $\Sigma_h = +9004 \text{ m}$

$$f_h \text{ cho phép} = 30\sqrt{2.4} = \pm 45\text{mm};$$

$$L = 2.4 \text{ km}$$

$$\frac{H_c - H_d}{f_h} = \frac{+8966\text{mm}}{+38\text{mm}}$$

Điểm C_{1+70} là điểm cộng, tại điểm này có sự thay đổi về địa hình, điểm này cách điểm C_1 khoảng cách là 70m. Điểm $C_{3'PH+20}$ và $C_{3'TR+20}$ là các điểm nằm trên mặt cắt ngang vuông góc với đường trục công trình, cách điểm C_3 về phía phải và phía trái 20m. Điểm x là điểm chuyển có tác dụng có tác dụng chuyển tiếp độ cao từ điểm C_{23} đến điểm mốc M_2 . Số đọc trên mìa tại các điểm cộng và các điểm mặt cắt ngang được ghi vào cột số đọc trung gian, còn các số đọc còn lại được ghi vào cột số đọc sau và số đọc trước. Hết trạm máy số 4 là hết trang sổ, cuối trang sổ cũng được tính kiểm tra như đối với sổ đo cao hạng IV.

Hết trạm máy số 28 kết thúc đường đo cao, tính sai số khép hiệu số độ cao theo công thức (2.37), số hiệu chỉnh hiệu số độ cao theo công thức (2.34), tính hiệu chỉnh hiệu số độ cao. Độ cao của các điểm có số đọc ghi ở cột số đọc trước được tính theo hiệu số độ cao đã hiệu chỉnh. Độ cao của các điểm có số đọc ghi ở cột số đọc trung gian được tính theo độ cao trạm máy. Khi tính độ cao trạm máy, dùng số đọc sau trên mìa mặt đen.

2.8 ĐO CAO Ô VUÔNG.

Phương pháp đo cao ô vuông được áp dụng ở vùng đất ít bị che khuất.

Trong khu vực đo, dùng máy kinh vĩ và thước thép để xây dựng hệ thống các đường thẳng góc tạo thành các ô vuông có cạnh từ 10m đến 100m. Tại các đỉnh ô vuông đóng cọc gỗ ở mặt đất. Ký hiệu các đường thẳng nằm ngang bằng các chữ số ả rập, các đường thẳng đứng bằng các chữ cái. Cách ký hiệu này thuận lợi cho gọi tên các đỉnh ô vuông. Thí dụ các đỉnh ô vuông ngoài cùng có tên gọi là 1a, 6a, 6g, 1g.

Tuỳ thuộc vào cạnh các ô vuông lớn hay nhỏ để bố trí trạm máy cho thích hợp. Thông thường có hai cách bố trí trạm máy sau đây:

Trường hợp các ô vuông có cạnh bằng hoặc lớn hơn 100m, người ta bố trí trạm máy ở giữa các ô vuông. (Hình 2.19)

Máy thuỷ chuẩn đặt ở trạm máy I, dùng các ốc cân máy đưa bọt thuỷ dài vào vị trí giữa ống. Sử dụng hai mìa để đo cao. Mìa dựng thẳng đứng tại 1a và 1b, đọc số trên mìa được các số đọc m và n. Tiếp theo mìa được chuyển đến đặt tại 2a và 2b, đọc số đọc trên mìa được m_1, n_1 .

Chuyển máy sang trạm máy II. Đọc số đọc trên mìa đặt tại 2a và 2b được các số đọc m_2, n_2 . Các cọc có số hiệu 2a, 2b, 3a, 3b, ..., 5a, 5b, 6b, ..., 6e, 5g, ... 2g, 1e, ..., 1b, 2b được gọi là các điểm liên hệ.

Các cọc có số hiệu 1a, 6g, 6a, 1g gọi là các điểm trung gian.

Kiểm tra kết quả đo cao bằng đẳng thức:

$$m_1 - n_1 = m_2 - n_2$$

$$\text{Hay: } m_1 + n_2 = m_2 + n_1 \quad (2.39)$$

Nghĩa là tổng các số đọc chéo của các điểm liên hệ phải bằng nhau.

Do những sai số không thể tránh khỏi trong quá trình đo nên độ chênh lệch cho phép của các tổng số này là $\pm 5\text{mm}$.

Tại các trạm máy đều phải kiểm tra trước khi chuyển sang trạm máy khác. Nếu trạm máy nào đó kiểm tra thấy độ sai lệch lớn hơn $\pm 5\text{mm}$ thì cần đo lại ngay ở trạm máy đó.

Các số đọc trên mìa được ghi vào sổ đo cao hoặc tốt nhất là ghi trực tiếp lên sơ đồ tại các cọc.

Kết thúc quá trình đo tại trạm XIX cần bình sai kết quả đo cao.

Bình sai theo hai đường đo cao khép kín.

Đường thứ nhất là 1a 6a 6g 1g 1a và đường thứ hai 2b 5b 5e 2e 2b. Tính sai số khép hiệu số độ cao theo công thức (2.31), sai số khép hiệu số độ cao theo công thức (2.37), số hiệu chỉnh theo công thức (2.34).

Sau khi bình sai hiệu số độ cao, tính độ cao ở đỉnh ô vuông theo công thức (2.36).

Các ô vuông phía trong XVII, điểm đầu và điểm cuối là điểm khống

Trong khu vực nếu có mốc độ cao ở gần thì người ta đo dẫn chuyên về một đỉnh trong lưới ô vuông. Nếu trong trường hợp không có điểm độ cao biết trước, người ta cho một điểm cọc 1a một độ cao quy ước (độ cao giả định) để tính độ cao các cọc khác trong lưới.

Trường hợp các ô vuông có cạnh nhỏ hơn 100m, giả sử các ô vuông có cạnh bằng 40m, cần bố trí trạm đo sao cho để tại một trạm máy đo được nhiều đỉnh ô vuông.(Hình 2.20)

Trước tiên dùng máy kinh vĩ và thước thép bố trí các ô vuông trên mặt đất, tại các đỉnh ô vuông đóng cọc đánh dấu.

Trong khu vực đo đặt bốn trạm máy I, II, III, IV sẽ được hết các điểm cọc. Các điểm 4b - 4c, 5đ - 6đ, 4e - 4g, 2đ - 3đ là các cạnh liên hệ. Số đọc trên mìn được ghi trực tiếp trên sơ đồ. Số đọc trên các điểm liên hệ được lấy làm tròn đến mm, còn các số đọc trên các điểm trung gian được lấy làm tròn đến cm. Tại các điểm liên hệ, số đọc trên mìn được kiểm tra theo công thức (2.39).

Xử lý kết quả đo cao được thực hiện như sau: Theo sơ đồ ở thực địa, lập đường đo cao đối với các điểm liên hệ 4b, 6đ, 4g, 2đ (hình 2.21).

Tính hiệu số độ cao đối với đường đo này:

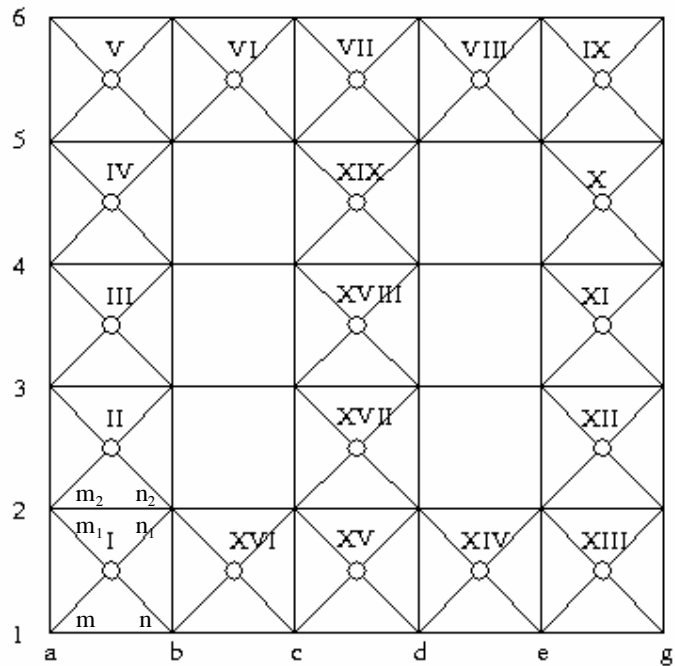
$$h_1 = 1275 - 1154 = +121\text{mm} = 0,121\text{m}$$

$$h_2 = 1506 - 2489 = -983\text{mm} = -0,983\text{m}$$

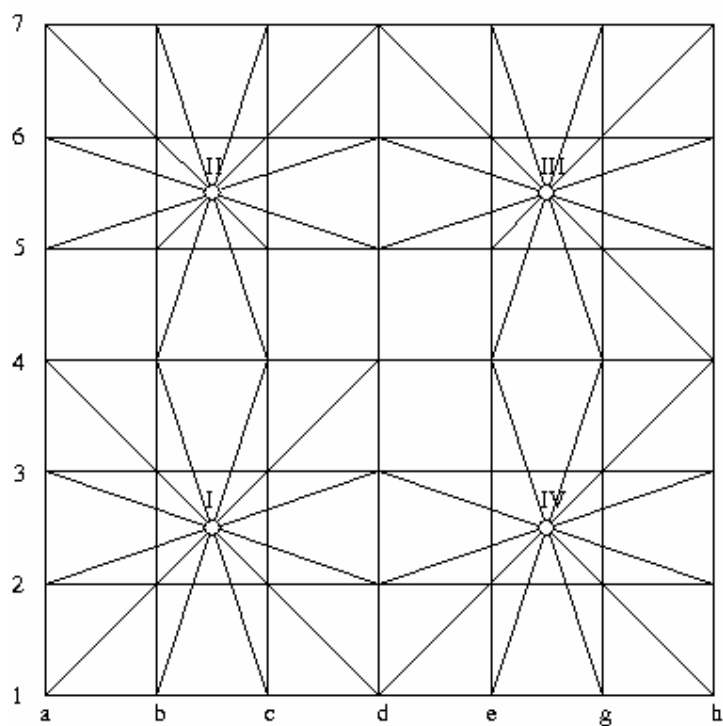
$$h_3 = 1048 - 1477 = -429\text{mm} = -0,429\text{m}$$

$$h_4 = 2067 - 0782 = +1285\text{mm} = 1,285\text{m}.$$

Các số liệu tính bình sai được ghi vào bảng 2.6.



Hình 2.19



Hình 2.20

Bảng 2.6

N ^o điểm	Hiệu số độ cao		Độ cao (m)
	Tính (m)	Đã hiệu chỉnh (m)	
4b	+1		72,000
	+0,121	+0,122	
6đ	+2		72,122
	-0,983	-0,981	
4g	+1		71,141
	-0,429	-0,428	
2đ	+2		70,713
	+1,285	+1,287	
	+1,406	+1,409	
	-1,412	-1,409	
	f = -0,006m	0,000m	

Chiều dài cạnh ô vuông bằng 40m, nên toàn bộ đường đo cao nối liền các điểm liên hệ 4b, 6đ, 4g, 2đ có chiều dài là 0,46km. Tính sai số khép hiệu số độ cao cho phép:

$$f_{\text{h cho phép}} = 50\sqrt{0,46} \text{ mm} = \pm 34\text{mm}$$

Tính số hiệu chỉnh cho các hiệu số độ cao và tính hiệu số độ cao đã được hiệu chỉnh. Lấy độ cao quy ước của điểm cọc 4b là 72,000m, lần lượt tính độ cao của các điểm liên hệ 6đ, 4g, 2đ theo công thức (2.36).

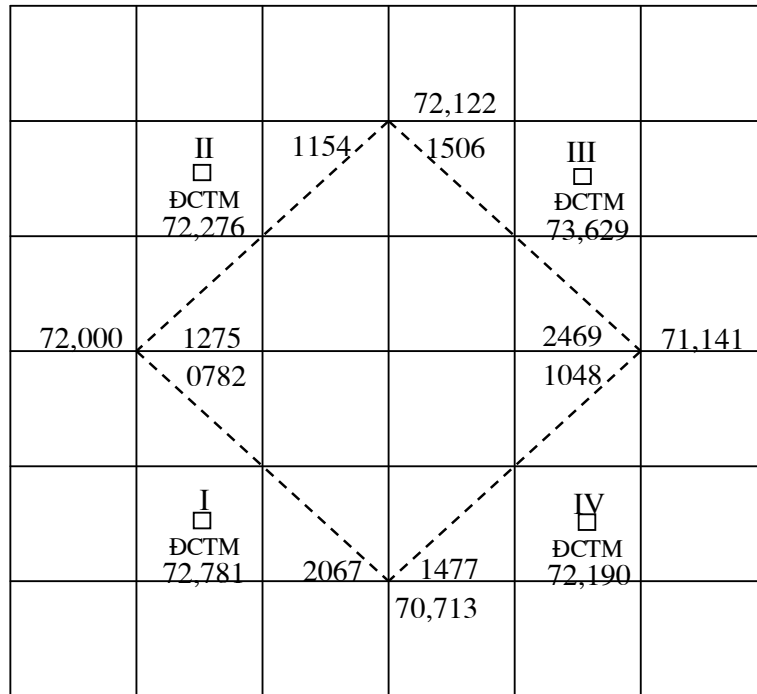
Sau khi đã có hiệu số độ cao các điểm liên hệ, tiến hành tính độ cao trạm máy (viết tắt là ĐCTM trên hình 2.21).

$$H_1^1 = 72,000\text{m} + 0,782 \text{ m} = 72,782\text{m}.$$

$$H_1^2 = 70,713\text{m} + 2,067 \text{ m} = 72,780\text{m}.$$

$$H_1^{\text{tb}} = \frac{72,782\text{m} + 72,780\text{m}}{2} = 72,781\text{m}$$

Độ cao các trạm máy khác tính tương tự. Dùng độ cao các trạm máy để tính độ cao cho tất cả các cọc. Độ cao các cọc ghi trực tiếp lên sơ đồ.



Hình 2.21

2.9 THÀNH LẬP BÌNH ĐỒ THEO KẾT QUẢ ĐO CAO Ô VUÔNG.

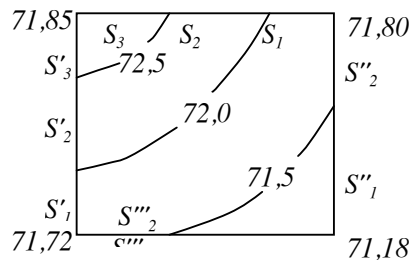
Trên giấy vẽ đã có các đỉnh ô vuông độ cao các đỉnh này được ghi làm tròn đến phần trăm mét.

Theo độ cao các đỉnh ô vuông để vẽ đường đồng mức. Dùng phương pháp nội suy để xác định vị trí các đường đồng mức.

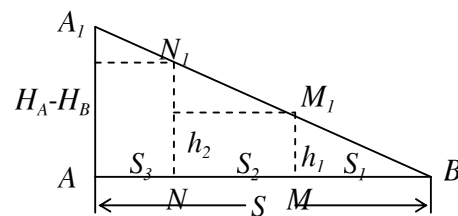
Có hai phương pháp nội suy là phương pháp giải tích và phương pháp đồ thị:

2.9.1. Phương pháp giải tích.

Giả sử trên một ô vuông có độ cao các đỉnh như trên hình 2.22 cần vẽ các đường đồng mức có khoảng cao đều $h = 0,5\text{m}$; chiều dài các cạnh ô vuông $S = 40\text{m}$.



Hình 2.22



Trên cạnh AB sẽ có các đường đồng mức có độ cao 72,0m và 72,5m. Cần xác định vị trí của các đường đồng mức này. Muốn thế chúng ta dựng lại vị trí tương đối của các điểm A, B ở thực địa như trên hình 2.23. Trên hình này điểm M là vị trí đường đồng mức có độ cao 72,0m, điểm N là vị trí đường đồng mức có độ cao 72,5m. Các hiệu số độ cao tương ứng:

$$h_1 = H_M - H_B$$

$$h_2 = H_N - H_B$$

Từ các tam giác đồng dạng AA_1B , MM_1B và NN_1B có:

$$\frac{S_1}{S} = \frac{h_1}{H_A - H_B}; \quad \frac{S_2}{S} = \frac{h_2 - h_1}{H_A - H_B}; \quad \frac{S_3}{S} = \frac{(H_A - H_B) - h_2}{H_A - H_B}$$

Rút ra:

$$S_1 = \frac{h_1}{H_A - H_B} \cdot S; \quad S_2 = \frac{h_2 - h_1}{H_A - H_B} \cdot S; \quad S_3 = \frac{(H_A - H_B) - h_2}{H_A - H_B} \cdot S$$

Cụ thể có:

$$S_1 = \frac{0,20}{1,05} \cdot 40 = 7,6\text{m}$$

$$S_2 = \frac{0,50}{1,05} \cdot 40 = 19,0\text{m}$$

$$S_3 = \frac{0,35}{1,05} \cdot 40 = 13,4\text{m}$$

Kiểm tra $S = 40,0\text{m}$

Sau khi tính được chiều dài các đoạn thẳng, theo tỷ lệ của bình đồ, từ B dọc theo hướng đến điểm A đặt đoạn S_1 , tiếp theo đặt đoạn S_2 , S_3 .

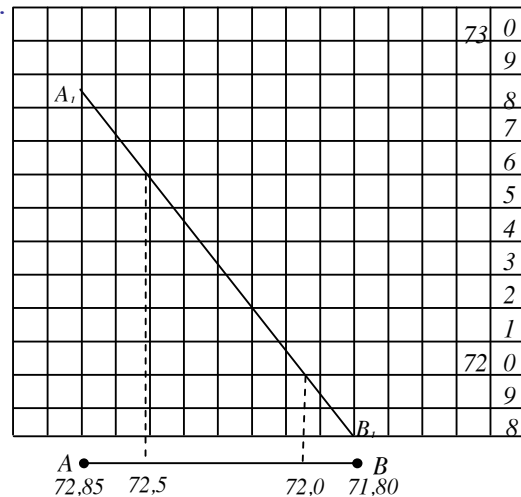
Đối với các cạnh ô vuông khác cũng làm tương tự. Sau khi xác định được vị trí các đường đồng mức, nối các điểm có cùng độ cao lại, sẽ được đường đồng mức biểu diễn địa hình khu vực đo.

2.9.2. Phương pháp đồ thị.

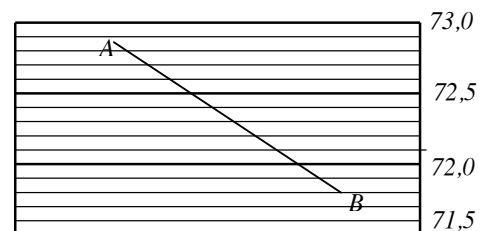
Dùng giấy bóng can kẻ các đường nằm ngang và thẳng đứng tạo thành hệ thống các ô vuông. Ghi độ cao cho các đường nằm ngang.

Lấy lại thí dụ xác định vị trí đường đồng mức 72,0 và 72,5 trên cạnh ô vuông AB. Đặt tờ giấy bóng can cho các đường nằm ngang song song với AB (Hình 2.24).

Dóng độ cao các điểm A, B lên tờ giấy bóng can được các điểm A_1 , B_1 . Đường nối A_1B_1 trên giấy bóng can gặp các đường nằm ngang có độ cao 72,0m và 72,5m. Dóng các giao điểm này xuống đường AB, sẽ xác định được vị trí của các đường đồng mức có độ cao 72,0m và 72,5m trên đường AB.



Hình 2.24

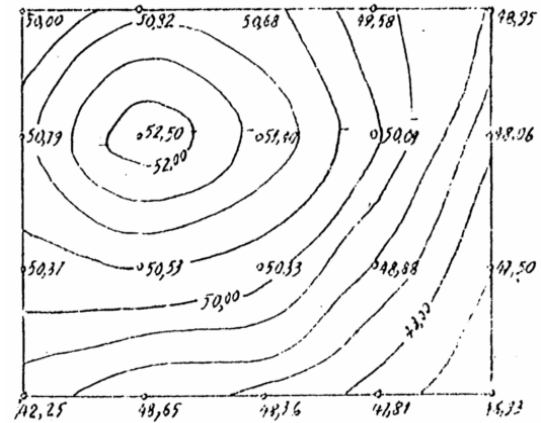


Hình 2.25

Hoặc trên tờ giấy bóng can kẻ các đường thẳng song song, ghi độ cao cho các đường thẳng này. Đặt tờ giấy bóng can lên bình đồ (hình 2.25), xoay tờ giấy bóng can để điểm A và B nằm đúng độ cao.

Đặt cạnh thước thẳng nối liền hai điểm A, B. Dùng kim châm các giao điểm của đường AB với các đường thẳng song song có độ cao 72,0m và 72,5m lên trên bình đồ, sẽ được vị trí của các đường đồng mức có độ cao 72,5m và 72m.

Xin dẫn ra ở đây thí dụ về kết quả đo cao ô vuông và biểu diễn địa hình bằng đường đồng mức trên bình đồ (hình 2.26).



Xét tam giác vuông MNJ ta có:

$$MN = S.tgv$$

$$\text{Suy ra } h_{AB} = S.tgv + i - l + q - r$$

Đặt $q - r = f$ là số hiệu chỉnh do ảnh hưởng của độ cong trái đất và chiết quang tia ngắm, ta có:

$$h_{AB} = S.tgv + i - l + f \quad (2.41)$$

Trong công thức (2.41) ta thấy chiều cao máy i , chiều cao tiêu l , góc nghiêng v và chiều dài nằm ngang S , có thể đo trực tiếp được. Số hiệu chỉnh do độ cong quả đất và chiết quang tia ngắm được tính theo công thức:

$$f = q - r = \frac{S^2}{2R}(1-k) \quad (2.42)$$

Trong đó S là khoảng cách từ máy tới điểm cần đo, R là bán kính trung bình trái đất, k là hệ số chiết quang. Nếu lấy hệ số $k = 0,14$ thì công thức (2.42) có dạng:

$$f = q - r = \frac{S^2}{2R}.0,43 \quad (2.43)$$

Thay (3.43) vào (3.41) ta được:

$$h_{AB} = S.tgv + i - l + 0,43 \frac{S^2}{2R} \quad (2.44)$$

Khi đo cao lượng giác, chênh cao thường làm tròn đến 0,01m. Vì vậy số hiệu chỉnh do độ cong quả đất và chiết quang tia ngắm chỉ cần tính khi nào giá trị của nó đạt tới 0,01m, nghĩa là với khoảng cách giữa các điểm lớn hơn 300m mới cần tính số hiệu chỉnh.

2.10.2 Trình tự thao tác và tính toán trong đo cao lượng giác.

Phương pháp đo cao lượng giác thường được áp dụng trong lập đường chuyển độ cao lượng giác và giao hội điểm độ cao độc lập.

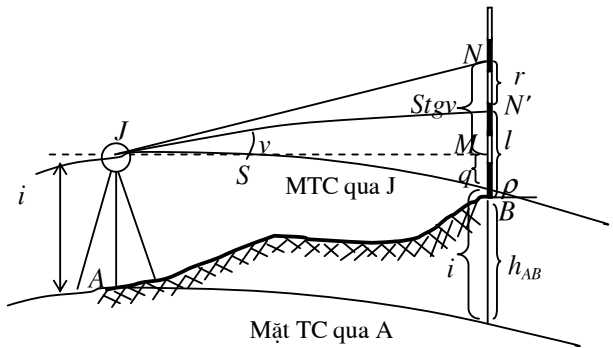
Giả sử cần xác định chênh cao, ta đặt máy ở điểm B (hình 2.29) tiến hành dọi điểm với sai số lệch tâm không lớn hơn 1cm. Cân bằng máy chính xác, đo chiều cao i của máy, sau đó tiến hành đo.

Đầu tiên đặt máy ở vị trí bàn độ trái quay ống kính ngắm đến mĩa sau A, đưa dây chỉ giữa về giá trị chuẩn trên mĩa (1m, 2m, 2,5m) đọc được số đọc chiều cao mục tiêu.

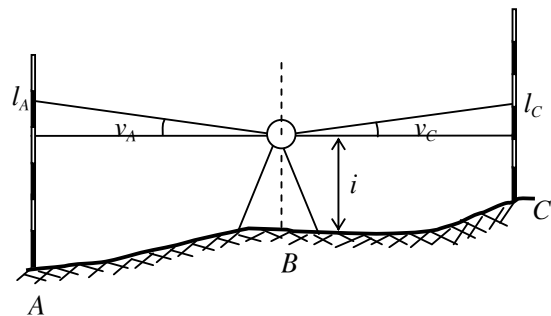
Đọc số trên dây chỉ trên và dây chỉ dưới để tính khoảng cách nằm ngang $S = K.l.c \cos v$. Đọc góc nghiêng sau đó đảo kính qua thiên đỉnh ta tìm được góc đứng, rồi tính ra chênh cao. Sau khi đo xong lần thứ nhất ta tiến hành đo lần thứ hai bằng cách thay đổi chiều cao tiêu.

Làm như vậy ta đã đo xong ở mĩa sau A, quay ống kính sang điểm ở mĩa C.

Thao tác và tính toán tương tự như ở mĩa A. Ví dụ về cách ghi sổ và tính toán thể hiện ở bảng 2.7.



Hình 2.28



Hình 2.29

MẪU SỔ ĐO ĐƯỜNG CHUYỂN ĐO CAO LƯỢNG GIÁC

Trạm máy B

Loại máy: Theo 010A – Số máy:

Thời tiết: Nắng nhẹ

Từ điểm: A đến điểm C

Người đo: Đoàn Thanh Hương

Ngày đo: 26 – 11 – 1997

Người ghi: Vũ Khắc Luận

Bắt đầu: 10h30' – Kết thúc: 11h30'

Người kiểm tra: Trần Khải

Bảng 2.7

Số liệu trạm đo			Mĩa sau A		Mĩa trước C	
			Lần đo 1	Lần đo 2	Lần đo 1	Lần đo 2
Khoảng cách	Chỉ trên		2382	2581	2319	2520
	Chỉ dưới		0821	1020	0883	1082
Khoảng cách ngang $S=K.l.\cos^2V$			156,1	156,1	143,6	143,6
			156,0	156,0	143,5	143,5
Đo góc đứng V	Bàn độ trái	Số đọc lần 1	90 ⁰ 42’9	90 ⁰ 38’4	88 ⁰ 32’4	88 ⁰ 27’2
		Số đọc lần 2	90 ⁰ 43’0	90 ⁰ 38’5	88 ⁰ 32’5	88 ⁰ 27’2
		Trung bình	90 ⁰ 43’0	90 ⁰ 38’4	88 ⁰ 32’4	88 ⁰ 27’2
	Bàn độ phải	Số đọc lần 1	269 ⁰ 18’0	269 ⁰ 22’2	271 ⁰ 28’4	271 ⁰ 33’2
		Số đọc lần 2	269 ⁰ 18’0	269 ⁰ 22’3	271 ⁰ 28’4	271 ⁰ 33’3
		Trung bình	269 ⁰ 18’0	269 ⁰ 22’2	271 ⁰ 28’4	271 ⁰ 33’2
Sai số M0			+0’5	+0’3	+0’2	+0’2
Góc đứng V			-0 ⁰ 42’5	-0 ⁰ 43’1	+1 ⁰ 28’2	+1 ⁰ 33’0
S.tgV (m)			-1,929	-1,728	+3,638	+3,888
Độ cao mục tiêu l (m)			1,60	1,80	1,60	1,80
Chiều cao máy i (m)			1,50	1,50	1,50	1,50
Chênh cao h = StgV+i-l (m)			-2,03	-2,03	+3,58	+3,59
Chênh cao trung bình (m)			-2,03		+3,58	

2.10.3 Độ chính xác của phương pháp đo cao lượng giác .

Từ công thức (2.41) ta thấy độ chính xác định chênh cao h_{AB} phụ thuộc vào độ chính xác các đại lượng S, v, i, l và f. Độ chênh cao đo bằng phương pháp đo cao lượng giác thường được xác định tới cm.

Sai số đo chiều cao máy và chiều cao mục tiêu không được vượt quá 1cm, nên có thể bỏ qua. Số hiệu chỉnh f do độ cong trái đất và chiết quang tia ngắm ở khoảng cách nhỏ hơn 300m cũng không vượt quá 1cm, do đó có thể bỏ qua.

Như vậy độ chính xác đo chênh cao chỉ còn phụ thuộc vào độ chính xác đo góc nghiêng v và chiều dài nằm ngang S.

Sự ảnh hưởng của các sai số nêu trên đến kết quả đo chênh cao có thể phân tích từ công thức:

$$h_{AB} = S.tgv$$

Lấy lg hai vế, tìm đạo hàm và chuyển về dạng sai số trung phương, ta có:

$$\begin{aligned}
m_{h_{AB}}^2 &= \left(\frac{\partial h}{\partial S}\right)^2 \cdot m_S^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial V}\right)^2 \cdot m_V^2 \\
m_{h_{AB}} &= \sqrt{m_S^2 \cdot \operatorname{tg}^2 V + \left(\frac{m_V}{\rho''}\right)^2 \cdot \frac{S^2}{\cos^4 V}} \\
m_{h_{AB}} &= \sqrt{S^2 \left(\frac{m_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{m_V}{\rho''}\right)^2 \cdot \frac{S^2}{\cos^4 V}} \quad (2.45)
\end{aligned}$$

Giả sử góc đứng v không vượt quá 30° ; $S = 100\text{m}$, m_v không lớn hơn $1'0$ và sai số đo khoảng cách không vượt quá $\frac{1}{400}$, áp dụng công thức (2.45) ta tính được $m_h = \pm 2\text{cm}$.

Trên cơ sở đó trong quy phạm quy định hạn sai $\Delta h = 2m_h = 4\text{cm}/100\text{m}$ cho trường hợp đo hai chiều (đo đi - đo về).

Sai số khép hiệu số độ cao của đường chuyền độ cao lượng giác không được vượt quá $f_{h \text{ cho phép}}$:

$$f_{h \text{ cho phép}} = \pm (0,04 \cdot S \cdot \sqrt{n}) \cdot m_h$$

Trong đó: S - Chiều dài trung bình của cạnh
 n - Số cạnh trong đường chuyền

Chương 3

ĐO VẼ BÌNH ĐỒ

3.1. Khái niệm về đo vẽ bình đồ

Như chúng ta đã biết, bình đồ là hình chiếu thu nhỏ của một phần nhỏ bề mặt trái đất lên giấy theo một tỷ lệ nhất định (không tính đến ảnh hưởng độ cong của bề mặt trái đất). Như vậy để biểu diễn một khu vực nhỏ bề mặt trái đất lên giấy trong quá trình đo đạc người ta coi bề mặt trái đất (tại khu vực đo vẽ) là phẳng. Các đại lượng đo (Góc, chiều dài...) được tiến hành trên mặt phẳng và khi biểu diễn chúng cũng tiến hành trên mặt phẳng, vì vậy chúng không bị biến dạng. Đây là điểm khác nhau cơ bản giữa bình đồ và bản đồ. Công việc đầu tiên để thành lập bình đồ một khu vực là: “Xây dựng lưới khống chế đo vẽ”

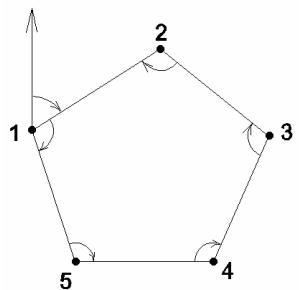
Xây dựng lưới khống chế đo vẽ:

Lưới khống chế đo vẽ là tập hợp các điểm trên mặt đất có liên hệ với nhau theo một quy luật toán học nhất định. Lưới khống chế đo vẽ bao gồm lưới mặt bằng và lưới độ cao. Thông thường các điểm khống chế mặt bằng đều có độ cao. Lưới khống chế mặt bằng và độ cao trong đo vẽ bình đồ có tọa độ gốc là tọa độ giả định. Tuy nhiên nó vẫn tuân thủ theo quy định của lưới đo vẽ khi đo vẽ bản đồ.

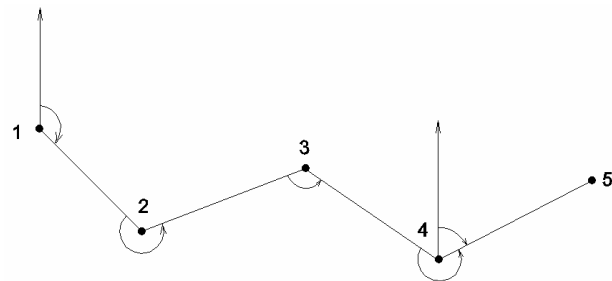
Lưới mặt bằng:

Tùy theo địa hình địa vật khu vực đo vẽ người ta bố trí lưới mặt bằng theo dạng tam giác nhỏ. Tức là các điểm của lưới liên hệ với nhau theo dạng tam giác cạnh ngắn. Trong đó đo các góc trong tam giác và chiều dài cạnh khởi tính hoặc là đo chiều dài tất cả các cạnh. Trong thực tế hiện nay dạng này ít được sử dụng.

Thực tế người ta thường dùng dạng đường chuyền. Có 2 dạng đường chuyền cơ bản, đó là đường chuyền kinh vĩ khép kín và đường chuyền phù hợp. (hình 3.1)



a) Đường chuyền khép kín



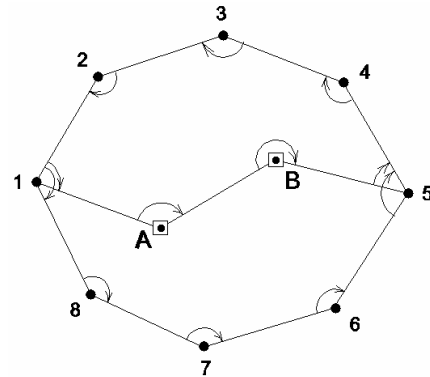
a) Đường chuyền phù hợp

Hình 3.1

Từ 2 dạng đường chuyền này người ta phải tiến hành nhiều dạng khác nhau như đường chuyền kinh vĩ có một điểm nút, 2 điểm nút...

Việc lựa chọn dạng nào tùy thuộc vào khu vực đo. Trên khu vực đo cũng có thể kết hợp cả 2 dạng đường chuyền kinh vĩ khép kín và đường chuyền phù hợp. (hình 3.2).

Trong lưới đo vẽ thường đo các góc và chiều dài các cạnh. Góc phương vị cạnh đầu (nếu là đường chuyền kinh vĩ khép kín).



Hình 3.2

Góc phương vị cạnh đầu và cuối (nếu là đường chuyền kinh vĩ phù hợp). Tọa độ điểm đầu (x_1, y_1) là giả định. Trong đo vẽ bình độ lưới này thường là lưới độc lập. Lưới đo vẽ gồm 2 cấp đó là: đường chuyền kinh vĩ cấp 1 và đường chuyền kinh vĩ cấp 2, đôi khi có thể mở rộng lưới bằng phương pháp giao hội hoặc phóng thêm điểm phụ. Đây là lưới để trực tiếp đo vẽ điểm chi tiết (điểm địa hình, địa vật).

Lưới độ cao: Khi khu vực đo vẽ không có điểm độ cao Nhà nước ta có thể giả định độ cao ban đầu (độ cao giả định). Việc lựa chọn độ cao ban đầu sao cho tương đối phù hợp với độ cao khu vực (có thể tham khảo trên bản đồ địa hình hiện có). Việc tính chuyển độ cao đến các điểm của lưới có dùng thủy chuẩn tia ngắm ngang (sử dụng máy kinh vĩ) hoặc thủy chuẩn lượng giác. Thường các điểm của lưới đo vẽ đều có độ cao (độ cao giả định).

Trong đo vẽ bản đồ lưới đo vẽ được phát triển từ lưới địa chính cấp 2 trở lên. Tọa độ, độ cao các điểm của lưới được thống nhất theo hệ tọa độ và độ cao nhà nước. Nhưng trong đo vẽ bình đồ thì tọa độ và độ cao được tính theo tọa độ, độ cao giả định. Vì vậy, lưới đo vẽ bình đồ thường là lưới độc lập (tọa độ và độ cao này chỉ có ý nghĩa trong khu vực đo vẽ).

3.2. Máy kinh vĩ quang học

Để tiến hành đo góc, chiều dài trong lưới đo vẽ ta có thể dùng các loại dụng cụ đo khác nhau: Máy kinh vĩ quang học, máy toàn đạc điện tử (Electric total station) ... và các dụng cụ đo đặc khác.

3.2.1. Cấu tạo máy kinh vĩ quang học

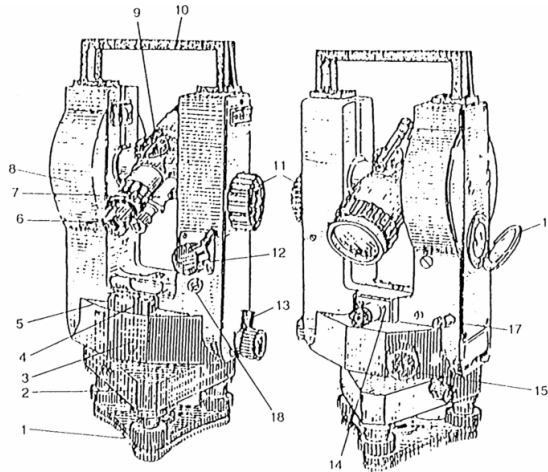
Máy kinh vĩ quang học là một dụng cụ đo có thể đo được tất cả các đại lượng đo trong trắc địa (góc ngang, góc nghiêng, khoảng cách và chênh cao) vì vậy người ta còn gọi nó là máy “toàn đạc”.

Có rất nhiều loại máy kinh vĩ khác nhau, về cơ bản chúng có hình dạng chung tương đối giống nhau. Tuy nhiên, về chi tiết chúng có thể khác nhau đôi chút. Khi sử dụng một loại máy nào ta cần nghiên cứu kỹ về nó (nghiên cứu về cấu tạo, độ chính xác của máy và cách đọc số).

1- Cấu tạo chung: Hình 3.3 là cấu tạo của máy 2T5K. Theo thứ tự ghi trên hình ta có: ốc cân máy (1); đế máy (2); hộp bàn độ ngang (3); ống thủy dài (4); ống thủy tròn (5); ống kính ngắm (6); ống kính đọc số (7); hộp bàn độ đứng (8); thước ngắm sơ bộ (9); quai sách (10); nút xóa bàn độ (11); ốc hãm và vi động dọc (12); ốc hãm và vi động ngang (13); dọi tâm

quang học (14); ốc đặt vị trí hướng (15); gương phản chiếu (16).

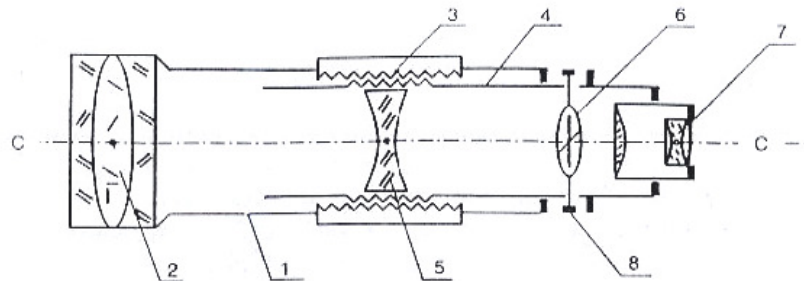
Ngoài ra máy còn được đặt trên giá 3 chân gọi là chân máy. Chân máy có thể thay đổi độ cao tùy theo chiều cao của người đo.. Giữa máy và chân máy được liên kết với nhau bằng 1 ốc nối. (hình 3.3).



Hình 3.3

2- Các bộ phận chính của máy kinh vĩ quang học

Ống ngắm: Ống ngắm trong máy trắc địa là loại kính viễn vọng cho phép ngắm được xa và chính xác. Trên hình 3.4 là sơ đồ cấu tạo của ống kính.

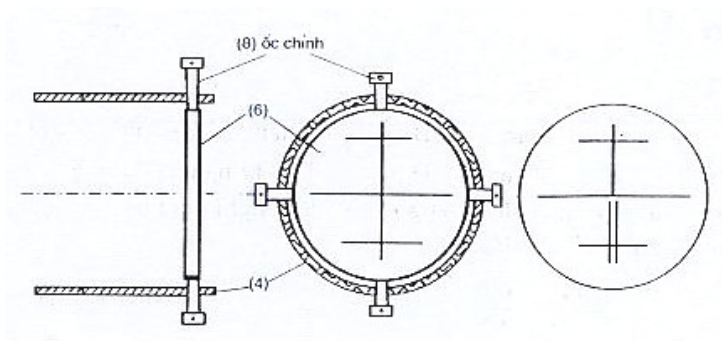


Hình 3.4

Gồm 3 ống thép hình trụ đồng tâm lồng vào nhau. Một đầu của ống trụ ngoài (1) được gắn với kính vật (2) còn đầu kia là vòng điều quang (3) có rãnh xoắn khớp với rãnh xoắn của ống trụ trong (4) có gắn kính điều quang (5) và màng chỉ chữ thập (6). Khi xoay vòng điều quang (3) thì kính điều quang (5) di chuyển dọc theo trục CC của ống kính. ống trụ thứ 3 được gắn với kính mắt (7). Trục CC của ống kính phải đi qua tâm của kính vật (2), tâm của kính điều quang (5) và tâm của kính mắt (7) cùng với giao điểm của màng chỉ thập (6). Trục CC là trục quang học của máy. Trong trường hợp lý tưởng trục này là một đường thẳng. Thực tế khi di chuyển kính điều quang (5) trục quang học bị thay đổi điều đó làm ảnh hưởng trực tiếp đến số đọc, nhất là khi đo thủy chuẩn người ta phải kiểm nghiệm điều kiện “sự thay đổi trục ngắm khi thay đổi tiêu cự”.

Màng chỉ chữ thập: Cấu tạo của màng chỉ chữ thập là một tấm kính mỏng đặt trong

một khung thép tròn (hình 3.5), trên đó khắc những đường chỉ màu đen được gọi là lưới chỉ. Có 2 dây chỉ cơ bản là chỉ đứng và chỉ ngang tạo thành chữ thập, giao điểm của chúng là điểm chuẩn để ngắm mục tiêu khi đo. Ngoài ra tùy theo chức năng của từng loại máy còn khắc những chỉ ngang là chỉ trên và chỉ dưới. Hệ thống lưới chỉ này dùng để bắt mục tiêu khi đo góc, khoảng cách từ máy đến mĩa khi đo dài. Mạng chỉ chữ thập được liên kết với 4 ốc điều chỉnh (8) nên nó có thể dịch chuyển được. Tuy nhiên có một số máy mạng dây chữ thập cố định.

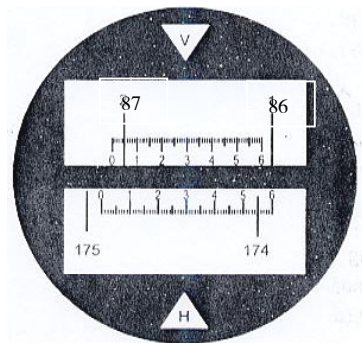


Hình 3.5.

Bàn độ ngang: Bàn độ ngang trong máy kinh vĩ dùng để đo góc ngang β . Nó có dạng hình tròn bằng thủy tinh hoặc pha lê trong suốt trên đó có chia 360^0 (hoặc 400 grad), giữa mỗi khoảng độ có thể chia thành các khoảng phút. Giá trị của một khoảng phút phụ thuộc vào số lượng phân khoảng trong một độ. Trong các loại máy này thường bộ phận đọc số là vạch chuẩn đọc số. Giá trị đọc nhỏ nhất trên máy gọi là độ chính xác của máy. Chức năng của bàn độ ngang là đo góc bằng β cho nên nó được liên kết với ống thủy dài. Tức là khi đọc số trên bàn độ ngang bọt thủy phải ở giữa lúc đó máy ở vị trí cân bằng. Việc đọc số trên bàn độ tùy thuộc vào cấu tạo bàn độ, độ chính xác của máy. Vì vậy trước khi đọc số trên bàn độ ta cần nghiên cứu cấu tạo bàn độ, độ chính xác của máy. Trước hết ta cần hiểu rằng một góc là hiệu của 2 hướng. Cho nên muốn có giá trị của góc ta phải đọc được giá trị của 2 hướng đo và giá trị đọc được trên bàn độ là giá trị của hướng.

Ví dụ: nhìn vào hình 3.6 là hình ảnh của bàn độ nằm và bàn độ đứng trong máy theo 20 A.

Phía trên là cấu tạo bộ phận đọc số trên bàn độ đứng. Phía dưới là cấu tạo bộ phận đọc số trên bàn độ nằm. Chúng có cấu tạo và cách đọc số như nhau. Trên hình 3.6 ta hiểu từ 0 đến 6 là 6 khoảng, mỗi khoảng ứng với $10'$, nghĩa là 0 là $0'$, 1 là $10'$... 6 là $60'$, còn 174 là 174^0 , 175 là 175^0 . Trong mỗi khoảng lớn lại được chia làm 10 khoảng nhỏ và như vậy giá trị của một khoảng nhỏ là $10'/10 = 1'$.



Hình 3.6

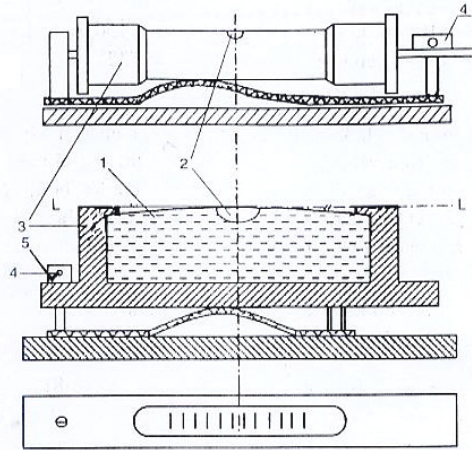
Nhưng khi đọc số ta lại ước đọc được $1/10$ khoảng nhỏ, tức là ước đọc đến $0,1'$ và như vậy độ chính xác của máy là $0,1'$ hay $6''$ ($1' = 6''$) và ta được giá trị hướng trên bàn độ nằm là :

174°55'2 hay 174° 55' 12".

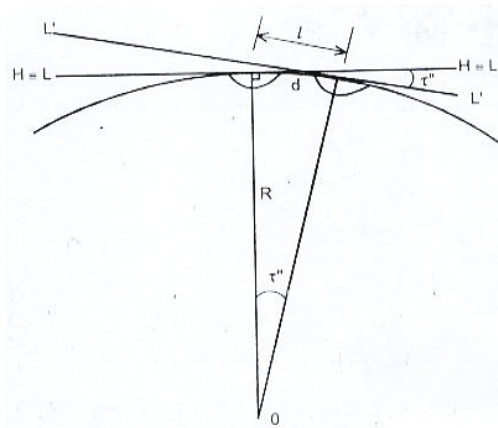
Bàn độ đứng: Tương tự bàn độ ngang, bàn độ đứng cũng làm bằng thủy tinh hoặc pha lê trong suốt chỉ khác là ngoài kiểu khắc vạch liên tục từ 0 – 360° còn có các kiểu khắc đối xứng 0°- 0°, 0° – 180°, 90° – 270°. Tùy theo cách khắc vạch mà ta có thể đọc được trị số góc đứng. Ví dụ trong máy Theo 20A người ta khắc kiểu vạch đối xứng 90° – 270°. Nghĩa là khi để ống kính ở vị trí nằm ngang (bàn độ thuận) số đọc được trên bàn độ đứng là 90°00'00". Nếu đảo kính ngấm lại điểm cũ giá trị đọc được là 270°00'00" (ống kính ở vị trí nằm ngang). Trên hình 3.6 giá trị đọc được trên bàn độ đứng là 87°04'00" và được góc $V = 90°00'00" - 87°04'00" = 2°56'00"$.

Ống thủy: Ống thủy là bộ phận quan trọng trong máy kinh vĩ quang học. Dựa vào vị trí bọt nước trong ống thủy người ta xác định được bàn độ nằm của máy đã ở vị trí nằm ngang chưa. Dựa vào đặc tính của chất lỏng là bọt khí của nó luôn luôn ở vị trí cao nhất người ta chế tạo ống thủy. Để cân bằng máy nhằm đưa bàn độ ngang về vị trí nằm ngang ta phải dùng 3 ốc cân (cân máy) khi ở mọi vị trí của bàn độ bọt thủy đều ở giữa chứng tỏ bàn độ ngang đã ở vị trí ngang. Có 2 loại ống thủy là ống thủy tròn và ống thủy dài.

Ống thủy dài: Hình 3.7 mô tả cấu tạo của ống thủy dài. Nó là một ống thủy tinh hình trụ cong bịt kín (1) bên trong chứa ête hoặc cồn chứa một ít khoảng không khí gọi là bọt nước (2). Ống thủy tinh được gắn cố định trong hộp kim loại hình trụ (3). Mặt cong của ống thủy tinh dài là một cung bán kính R (hình 3.8) điểm giữa "0" của cung là điểm chuẩn nhưng không đánh dấu mà người ta khắc đối xứng qua nó.



Hình 3.7



Hình 3.8

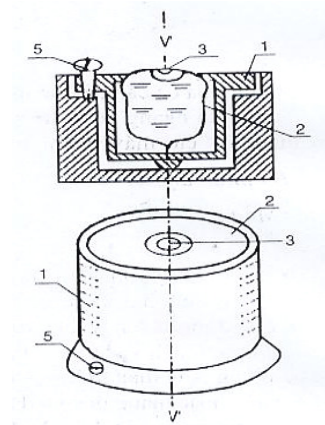
giãn cách giữa các vạch đều nhau và thường có giá trị $l = 2\text{mm}$. Hai đầu ống thủy tinh có thể nâng hoặc hạ xuống nhờ ốc điều chỉnh (4) khi cần điều chỉnh bọt nước ta dùng que hiệu chỉnh (5) để vặn ốc này. Nếu ống thủy tinh nghiêng đi một góc nào đó thì bọt nước cũng trôi đi so với điểm chuẩn "0" một cung d tương ứng (hình 3.8). Nếu cung d đúng bằng trị số giãn cách l giữa hai vạch chia ($d=l$) thì góc ở tâm tương ứng là τ'' vì l và τ'' rất bé nên ta có: $\tau'' = (l/R) \cdot \rho''$. Góc τ'' được gọi là độ nhạy của ống thủy, tức là nó biểu thị khả năng di chuyển nhanh hay

chậm của bọt nước để chiếm vị trí cao nhất. Nếu ống thủy có bán kính R càng lớn thì giá trị τ'' càng nhỏ và khả năng cân bằng càng chính xác. Độ nhạy τ'' còn được gọi là giá trị khoảng chia vạch trên ống thủy tinh theo đơn vị góc và được biểu thị bằng tỷ số τ''/l .

Ví dụ: $l = 2\text{mm}$, $R = 21\text{m}$, $\rho'' = 206265''$ ta có : $\tau'' = 20''/2\text{mm}$.

Ống thủy tròn: Vỏ của ống thủy tròn là hình trụ đứng bằng kim loại (1) bên trong ống thủy tinh (2) có mặt trên là hình bán cầu với bán kính khoảng 0,5m (hình 3.9) trên mặt chỏm cầu khắc hai vòng tròn đồng tâm (3) và khi bọt nước nằm ở tâm chỏm cầu thì máy được cân bằng tương đối.

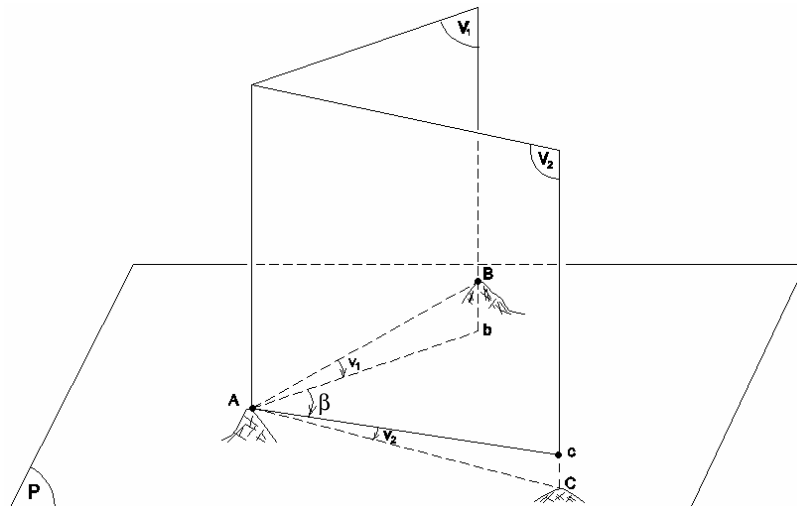
Ống thủy tròn có ốc điều chỉnh (5). Ống thủy tròn có độ nhạy τ'' khoảng 3' đến 5'. Vì vậy nó chỉ dùng cân bằng máy sơ bộ.



Hình 3.9

3.2.2. Đo góc bằng và góc đứng bằng máy kinh vĩ quang học

1- Bản chất của góc bằng và góc đứng trong trắc địa



Hình 3.10

Giả sử có 3 điểm ABC ngoài thực địa (ba đỉnh núi). Qua A ta dựng một mặt phẳng ngang P. Qua AB ta dựng một mặt phẳng thẳng đứng V_1 (V_1 vuông góc với P). Qua AC ta dựng một mặt phẳng thẳng đứng V_2 (V_2 vuông góc với P). Mặt phẳng V_1 cắt P theo đường Ab, mặt phẳng V_2 cắt P theo đường Ac. Như vậy góc bằng trong trắc địa là góc bAc thuộc mặt phẳng P. Nó cũng chính là góc hình chiếu của góc ngoài thực địa (ABC) lên mặt phẳng ngang, kí hiệu là β . Vậy bản chất của góc bằng trong trắc địa là góc hình chiếu của góc ngoài thực địa lên trên mặt phẳng ngang (hình 3.10).

Góc V_1 , V_2 là góc đứng trong trắc địa. Nó chính là góc hợp bởi tia ngắm AB hoặc AC với mặt phẳng ngang P.

Vậy góc đứng là góc hợp bởi tia ngắm với mặt phẳng ngang, kí hiệu là V .

Nếu tia ngắm ở phía trên mặt phẳng ngang thì V mang dấu +, nếu tia ngắm ở phía dưới mặt phẳng ngang thì V mang dấu - . Nếu tia ngắm trùng với mặt phẳng ngang thì $V = 0$.

Dựa trên cơ sở đó người ta thiết kế máy kinh vĩ có bàn độ nằm ngang để đo góc bằng β , bàn độ đứng vuông góc với bàn độ nằm để đo góc đứng V .

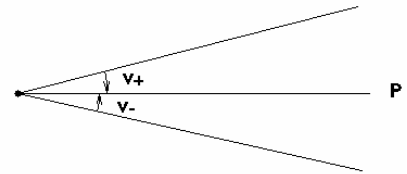
2- Đo góc bằng

Có nhiều phương pháp đo góc bằng: phương pháp đo góc đơn, phương pháp đo lặp, phương pháp đo toàn vòng, phương pháp đo tổ hợp. Việc sử dụng phương pháp đo nào tùy thuộc vào số hướng đo, độ chính xác của góc đo. Khi trạm có 2 hướng người ta thường dùng phương pháp đo góc đơn hoặc phương pháp đo lặp. Khi trạm đo có từ 3 hướng trở lên dùng phương pháp đo toàn vòng. Khi trạm đo có quá nhiều hướng dùng phương pháp đo tổ hợp.

3- Đo góc đứng

Góc đứng là góc hợp bởi tia ngắm với mặt phẳng ngang, kí hiệu là V .

Nếu tia ngắm nằm ở phía trên mặt phẳng ngang V mang dấu +, nếu tia ngắm nằm ở phía dưới mặt phẳng ngang V mang dấu -



Hình 3.11

4- Bàn độ và cách đọc số

- Cấu tạo bàn độ ngang:

Bàn độ ngang có cấu tạo là một đĩa tròn bằng thủy tinh hoặc pha lê đặc biệt trong suốt, trên đó có 360° (hoặc 400 grat) , giữa mỗi khoảng độ có thể chia thành khoảng phút.

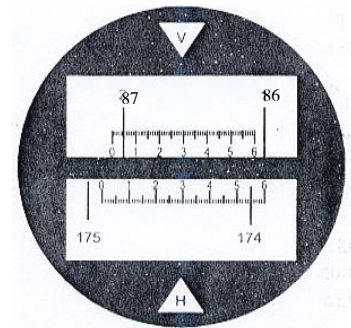
Giá trị một khoảng phút phụ thuộc vào số lượng phân khoảng trong một độ.

Ví dụ trên hình 3.12. Một độ được chia thành 6 khoảng lớn, 1 khoảng lớn là $60'/6 = 10'$ (đánh số từ 0,1,...,6). Trong một khoảng lớn chia thành 10 khoảng nhỏ, mỗi khoảng nhỏ là $1'$ và khi đọc số ta ước lượng đến $1/10$ khoảng nhỏ tương ứng với $0,1'$ (tức là $6''$) và ta nói rằng độ chính xác của máy $t'' = 6''$.

- Cách đọc số:

Giá trị đọc được trên máy là giá trị của hướng đo. Dựa trên trị số ở trên bàn độ ngang ta đọc được giá trị của hướng là $174^\circ 55' 2$. Các máy như Theo 20A có cấu tạo bàn độ như trên.

Mỗi loại máy có khắc vạch khác nhau. Tùy thuộc vào cấu tạo của nó mà ta có cách đọc số cho phù hợp. Muốn vậy trước khi đọc số ta cần nghiên cứu cách khắc vạch trên bàn độ, độ chính xác của máy để có được cách đọc số đúng.



Hình 3.12

5- Bàn độ đứng và cách đọc số

- Cấu tạo bàn độ đứng:

Tương tự như bàn độ ngang, bàn độ đứng cũng bằng thủy tinh hoặc pha lê trong suốt chỉ khác là cách khắc vạch theo kiểu khắc đối xứng $0^0 - 0^0$, $0^0 - 180^0$, $90^0 - 270^0$. (hình 3.12). Trên hình ta hiểu là 0 là 0'... 6 là 60' (tương ứng với 1^0). Như vậy từ 0 đến 1 ta hiểu là 10' chia làm 10 khoảng, mỗi khoảng là 1', ta đọc được 1/10 khoảng ứng với 0,1' tức là 6".

- Cách đọc số:

Nhìn vào bàn độ đứng ta đọc được: $87^0 04' 5$ tức là $87^0 04' 30''$. Đây là giá trị hướng về 1 điểm M nào đó. Giá trị hướng nằm ngang là $90^0 - 270^0$. Ta hiểu là: ở vị trí bàn độ trái (bàn độ thuận) hướng nằm ngang là $90^0 = 89^0 59' 60''$. Khi đó góc nghiêng V là: $V = 89^0 59' 60'' - 87^0 04' 30'' = 2^0 55' 30''$.

3.3. Các phương pháp đo góc ngang

Tùy thuộc vào số hướng trên một trạm đo người ta có thể dùng các phương pháp đo góc ngang:

- Phương pháp đo góc đơn, phương pháp đo lặp: dùng cho trạm đo có 2 hướng.
- Phương pháp đo toàn vòng: phương pháp đo tổ hợp dùng cho trạm đo có từ 3 hướng trở lên. Khi số hướng trên một trạm quá nhiều người ta dùng phương pháp đo tổ hợp.

1- Phương pháp đo góc đơn:

Giả sử ta cần đo góc AOB. Tại O ta đặt máy, cân máy và định tâm máy. Tại A,B ta dựng tiêu. Thông thường việc định tâm và cân máy được tiến hành đồng thời. Dùng 3 ốc cân của đế máy để điều chỉnh cho ảnh của điểm O vào tâm vòng tròn nhỏ của ống dọi tâm quang học. Máy được cân bằng nghĩa là điều kiện: Trục ống thủy dài phải vuông góc với trục quay của máy đã được thực hiện. Còn việc định tâm máy tức là làm cho tâm máy trùng với tâm mốc. Tuy nhiên trong thực tế 2 tâm đó không thể trùng nhau, nhưng nó phải nhỏ hơn hoặc bằng sai số cho phép. Sai số cho phép kí hiệu là e , e được tính theo công thức $e = (t'' \cdot S) / 2 \rho''$. Trong đó: S là khoảng cách từ máy đến tiêu ngắm.

$$\rho'' = 206265''.$$

t'' là độ chính xác của máy đo.

Ví dụ: $t'' = 30''$, $S = 100\text{m}$, ta có :

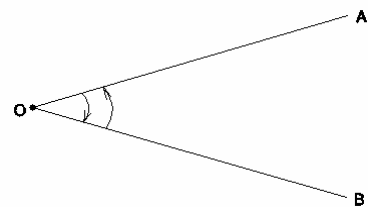
$$e = \frac{30'' \cdot 100000\text{mm}}{2 \cdot 206265''} = 7,3\text{mm}$$

Điều đó có nghĩa là: Tâm máy và tâm mốc trong trường hợp này không được lệch nhau quá 7,3mm.

Sau khi định tâm, cân máy ta tiến hành đo góc ở 2 vị trí bàn độ:

Vị trí bàn độ trái (bàn độ thuận) (hình 3.13)

Vị trí bàn độ phải (bàn độ ngược).



Hình 3.13

Để khắc phục sai số do vạch khắc không đều trên bàn độ ta phải đo góc nhiều lần ở mỗi lần đo thay đổi trị số hướng mở đầu: $180^\circ/n$ (n là số lần đo). Ví dụ $n = 3$ lần đo. Lần đầu ta đặt bàn độ là 0° , lần thứ 2 là 60° , lần thứ 3 là 120° . Trình tự đo góc đơn của một lần đo được tiến hành như sau:

- Nửa lần đo thuận kính:

Mở ốc hãm ngang và ốc hãm dọc đưa ống kính ngắm tiêu ở A (hình 3.13). Khóa ốc hãm dùng ốc vi động ngang và dọc điều chỉnh cho ảnh của tiêu ngắm trùng với chỉ đứng của dây chỉ chữ thập (Thường hướng mở đầu đặt ở vị trí 0°) đọc số: $0^\circ 00' 06''$ (ghi vào cột 3 bảng 3.1). Nếu dùng máy kinh vĩ điện tử ta ấn phím: OSET trên màn hình trị số hướng OA là $0^\circ 00' 00''$. Mở ốc hãm ngang và dọc quay máy theo chiều kim đồng hồ ngắm B. Tương tự, ngắm chính xác B và đọc được giá trị hướng B là: $162^\circ 48' 12''$ (ghi vào cột 3 dòng 2). Như vậy góc AOB đã đo được một nửa vòng đo thuận.

- Nửa lần đo đảo kính:

Đảo ống kính, quay máy ngược chiều kim đồng hồ ngắm lại điểm B đọc số được: $320^\circ 48' 00''$. Tiếp tục quay máy ngược chiều kim đồng hồ ngắm A được số đọc: $180^\circ 00' 12''$ (ghi vào cột 4). Như vậy kết thúc một vòng đo. Lần đo thứ 2 được tiến hành như lần đo 1 nhưng hướng ban đầu đặt bàn độ ở 90° .

Trong khi đo người ta phải tính ngay trị số ngắm chuẩn $2C = L - (R \pm 180^\circ)$.

Trong đó L là trị số đọc trái

R là trị số đọc phải

Ví dụ: Dòng 1 cột 5 trị số $2C = -6''$ (xem bảng 3.1) (Sai số này sẽ được trình bày trong phần kiểm nghiệm máy). Sau khi tính được giá trị trung bình của hướng ta lấy giá trị hướng sau trừ đi giá trị hướng trước được giá trị của góc đo trong một vòng đo.

Ví dụ: Vòng 1: Góc đo là $162^\circ 47' 57''$.

Vòng 2: Góc đo là $162^\circ 47' 45''$.

Tính chênh lệch giữa 2 nửa vòng đo: $\Delta_\beta = 162^\circ 47' 57'' - 162^\circ 47' 45'' = 12''$.

Quy định: $\Delta_\beta \leq \Delta_{\beta \text{ cho phép}} = 2t''$

t'' là độ chính xác của máy

Mẫu số đo góc bằng phương pháp đo góc đơn:

Ngày đo : 18 – 2 – 2003

Máy Theo 20 A

Bắt đầu: 8h 30 phút

Người đo: Nguyễn Văn Tuấn

Kết thúc: 9h 5 phút

Người ghi: Lê Tuấn Anh

Thời tiết : tốt

Người kiểm tra: Trần Quyết

Số hiệu trạm đo : 0

Bảng 3.1.

Lần đo	Điểm ngắm	Số đọc bàn độ ngang		2C	Trị số hướng trung bình	Góc đo	Góc đo trung bình
		L	R				
1	2	3	4	5	6	7	8
1	A	0° 00' 06"	180° 00' 12"	-6	0° 00' 09"	162° 47' 57"	162° 47' 51"
	B	162° 48' 12"	342° 48' 00"	+12	162° 48' 06"		
2	A	90° 00' 12"	270° 00' 12"	0	90° 00' 12"	162° 47' 45"	
	B	252° 47' 54"	72° 48' 00"	-6	252° 47' 57"		

Ở đây $t'' = 6''$, $2t'' = 12''$.

Như vậy, góc đo đạt yêu cầu. Lấy giá trị trung bình được: $\beta = 162^\circ 47' 51''$.

2- Phương pháp đo toàn vòng:

Khi đo góc trong lưới tam giác người ta thường dùng phương pháp đo toàn vòng hoặc khi đo đường chuyền mà tại trạm đo số hướng đo lớn hơn hoặc bằng 3 hướng.

Giả sử tại trạm đo có 4 hướng đo là ABCD. Trước khi đo ta phải tính toán vị trí đặt bàn độ trong mỗi vòng đo theo công thức $\delta = 180^\circ/n$

Trong đó n là số vòng đo. Ví dụ n = 3 thì vị trí bàn độ là $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ$. Một vòng đo đầy đủ gồm 2 nửa vòng đo.

Nửa vòng đo thứ nhất:

Đặt máy tại O (hình 3.13*), cân máy, định tâm máy, đặt bàn độ ở 0° ngắm A, B, C, D, A theo chiều kim đồng hồ, đọc số ở bàn độ ngang (Bảng 3.2).

Nửa vòng đo thứ 2:

Đảo kính, ngắm A, D, C, B, A quay máy ngược chiều kim đồng hồ, đọc số bàn độ ngang, kết quả ghi vào bảng 3.2. (khi đo chỉ được điều quang 1 lần).

Theo kết quả đo ta tính số cải chính cho các hướng đo như sau:

$$\Delta_T = T' - T = 0^\circ 58'' - 01^\circ 05'' = -7''$$

$$\Delta_P = P' - P = 1^\circ 07'' - 1^\circ 11'' = -4''$$

$$\Delta_{TB} = (\Delta_T + \Delta_P)/2 = (-7 - 4)/2 = -5''5.$$

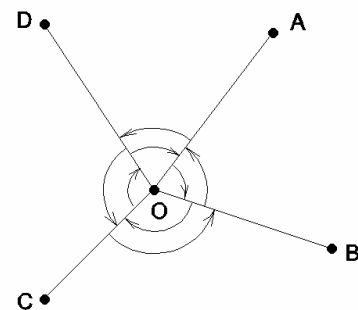
Trong đó: T là số đọc ở bàn độ trái tại A ở vòng ngắm thuận.

T' là số đọc ở bàn độ trái tại A ở vòng ngắm ngược.

P là số đọc ở bàn độ phải tại A ở vòng ngắm thuận.

P' là số đọc ở bàn độ phải tại A ở vòng ngắm ngược.

Số hiệu chỉnh cho hướng được tính theo công thức:



Hình 3.13*

$$\delta_k = \frac{-\Delta_{TB}}{m} (k-1)$$

Trong đó: k là thứ tự hướng đo

m là số hướng đo (m=4).

Mẫu số đo góc bằng phương pháp toàn vòng:

Trạm đo : 0

Ngày đo: 20 – 11 – 2003

Bắt đầu: 7h 30 phút

Kết thúc: 8h 40 phút

Thời tiết : tốt

Loại Máy: Theo 20 A

Số máy: 40102

Người đo: Lưu Văn Hải

Người ghi: Tuấn Anh

Người kiểm tra: Hoàng Vũ

Bảng 3.2.

Tên hướng	Vòng đo	Số đọc trên bàn độ	Số đọc I, II		$\frac{a_1+a_2}{2}$	$\frac{T+P}{2}$	Giá trị hướng 0''
			a ₁	a ₂	2	2	
1	2	3	4	5	6	7	8
A	T	0°	01' 07"	01' 03"	01' 05"	01' 08"	0° 00' 00"
	P	180°	01' 12"	01' 10"	01' 11'	0	
B	T	82°	24' 30"	24' 28"	24' 29'	24' 38"	82° 23' 31'
	P	262°	24' 44'	24' 48"	24' 46"	+1	
C	T	125°	33' 02"	33' 00"	33' 01'	33' 08"	125° 32' 03"
	P	305°	33' 13"	33' 15"	33' 14'	+3	
D	T	275°	30' 31'	30' 35"	30' 33"	30' 42"	275° 29' 38"
	P	95°	30' 50"	30' 52"	30' 51'	+4	
A	T'	0°	00' 59"	00' 57"	00' 58"	01' 02"	
	P'	180°	01' 09"	01' 05"	01' 07"		

Sau khi tính giá trị quy 0 của từng hướng đo trong một vòng đo ta tính được giá trị trung bình của từng hướng đo trong một vòng đo (Bảng 3.3).

Giả sử tại 0 ta đo 3 vòng, kết quả mỗi vòng đo đã được quy 0. Từ đó ta tính được giá trị trung bình hướng từ 3 vòng đo (Bảng 3.3)

Bảng 3.3

Số vòng đo	Vị trí bàn độ	B		C		D		Σ V
		62° 12'	V	107° 48'	V	237° 37'	V	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0° 00'	52"	1'	11"	-4'	40"	-3"	8"
2	60° 00'	47"	-4'	16"	+1'	46"	+3"	8"
3	120° 00"	54'	3"	18"	+3"	43"	0"	6"
		51"	0	15"	0	43"	0	22"

Đánh giá độ chính xác:

$$\mu = 1,25 \frac{\sqrt{|V|}}{m\sqrt{n(n-1)}} = 1,25 \frac{22}{4\sqrt{3(3-1)}} = 1,25 \frac{22}{4\sqrt{6}} \pm 3'$$

Trong đó: V là sai số

n là số vòng đo, n= 3

m là số hướng, m= 4

$$M = \frac{\mu}{\sqrt{n}} = \frac{\pm 3}{\sqrt{3}} = \pm 2''$$

3- Phương pháp đo lặp

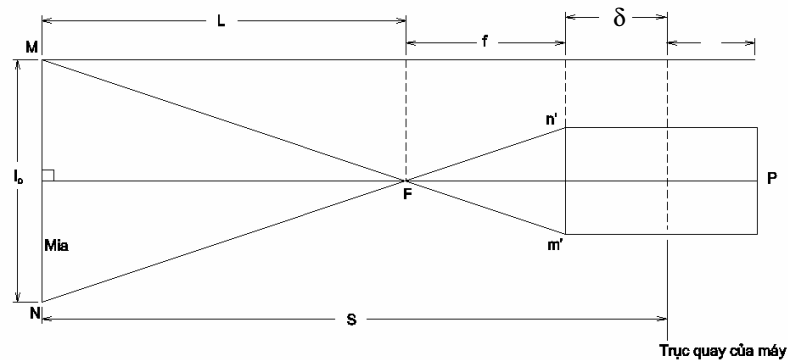
Phương pháp đo lặp được ứng dụng khi đo góc riêng biệt với yêu cầu độ chính xác cao vì nó hạn chế được sai số đọc số trong quá trình đo. Thực chất là đo một góc nhiều lần nhưng chỉ đọc số trị số đầu và cuối của trị đo. Hiện nay, phương pháp này ít được sử dụng vì các máy kinh vĩ, đặc biệt là máy kinh vĩ điện tử đã hạn chế được sai số đọc số đến mức tối đa.

3.4. Đo khoảng cách bằng máy kinh vĩ quang học

3.4.1. Xây dựng công thức xác định khoảng cách bằng dây chỉ của máy kinh vĩ quang học.

Xác định khoảng cách ngang bằng lưới chỉ của máy kinh vĩ quang học được chỉ ra 2 trường hợp:

1. Trường hợp ống kính nằm ngang:



Hình 3.14.

Giả sử qua ống kính máy kinh vĩ ngắm mìa đọc được số đọc ở dây chỉ trên, chỉ dưới hiệu của 2 số đọc là “ l_0 ”. F là tiêu điểm của kính vật máy kinh vĩ, khoảng cách từ mìa đến tiêu điểm kính vật là L, khoảng cách từ tiêu điểm kính vật đến kính là tiêu cự của kính vật f. Khoảng cách từ kính vật đến trực quay của máy là δ , khoảng cách từ chỉ trên đến chỉ dưới trong ống kính là p (hình 3.14).

Khoảng cách S từ máy đến mìa được tính theo công thức $S = L + f + \delta$.

Từ 2 tam giác đồng dạng: MFN và m'Fn' ta có: $L/f = l_0/p$ suy ra: $L = l_0 \cdot f/p$.

Đặt: $f/p = k$ ta có: $S = k \cdot l_0 + f + \delta$

$$\text{Đặt } f + \delta = c \text{ ta có } S = k \cdot l_0 + c \quad (3.1)$$

Trong đó c là hằng số.

Trong thực tế $k \approx 100$, để $k = 100$ ta dùng công thức tương đương:

$$S_i = 100 l_0 + \Delta_i \quad (3.2)$$

Trong đó Δ là số hiệu chỉnh cần xác định, số hiệu chỉnh này tùy thuộc vào khoảng cách từ máy đến mĩa.

Cách xác định Δ_i :

Để xác định Δ_i người ta đặt máy tại A, mĩa tại các điểm 1, 2, ..., n. (hình 3.15). Khoảng cách ngang $A_1, A_2, \dots, A_n$ đã được xác định trước là 10m, 20m, ..., 200m, đọc số ở dây chỉ trên và chỉ dưới sau khi đã cân bằng máy và để ống kính nằm ngang.

Từ công thức 3.2. Ta có:

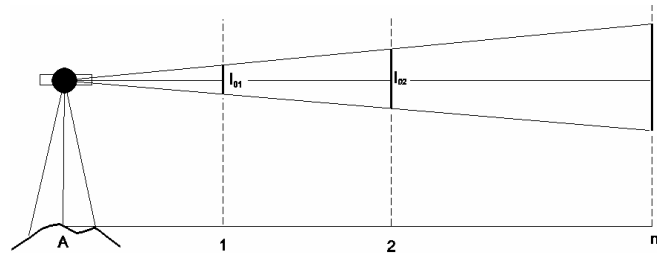
$$\Delta_i = S_i - 100l_{0i} \quad (i=1,2,\dots,16).$$

$$\text{Tức là } \Delta_1 = S_1 - 100l_{01}$$

$$\Delta_2 = S_2 - 100l_{02}$$

.....

$$\Delta_n = S_n - 100l_{0n}$$



Hình 3.15

Trong trường hợp này: $S_1 = 10\text{m}$, $S_2 = 20\text{m}, \dots, S_n = 200\text{m}$. (kết quả chỉ ra ở bảng 3.4)

Bảng 3.4.

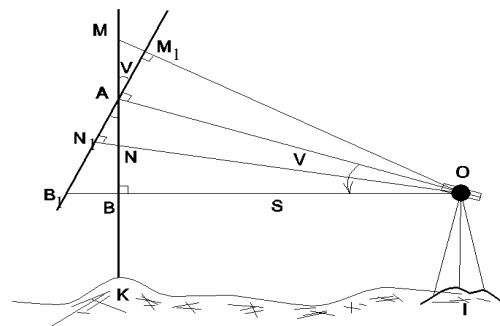
$100l_0$ (m)	Δ_i (m)	$100l_0$ (m)	Δ_i (m)	$100l_0$ (m)	Δ_i (m)	$100l_0$ (m)	Δ_i (m)	$100l_0$ (m)	Δ_i (m)
10	0	50	+0,4	90	+0,8	130	+1,1	170	+1,2
20	0	60	+0,5	100	+0,9	140	+1,1	180	+1,2
30	+0,1	70	+0,6	110	+1	150	+1,1	190	+1,2
40	+0,1	80	+0,7	120	+1,1	160	+1,2	200	+1,2

Như vậy khi đo khoảng cách ngang từ máy đến mĩa tùy theo khoảng cách đo mà ta hiệu chỉnh giá trị Δ_i cho thích hợp. Độ chính xác đo khoảng cách bằng máy kinh vĩ quang học

$$\text{đạt được: } \frac{1}{T} = \frac{1}{300}$$

2. Trường hợp tia ngắm nghiêng:

Trong thực tế đo địa hình gồ ghề, nhiều khi không thể xác định khoảng cách bằng tia ngắm ngang, khi đó ta phải đưa ống kính lên cao hoặc xuống thấp so với mặt phẳng nằm ngang. Trong trường hợp này ta dùng công thức xác định khoảng



Hình 3.16

cách ngang từ máy đến mĩa khi tia ngắm nghiêng với mặt phẳng ngang một góc V.

Giả sử máy đặt tại I, mĩa đặt tại K, cần xác định khoảng cách nằm ngang S. Trong trường hợp này ống kính nghiêng với mặt phẳng nằm ngang một góc là V. Ngắm mĩa, đọc số trên mĩa, chỉ trên cất mĩa tại M, chỉ dưới cất mĩa tại N, khoảng cách MN = l (là hiệu số đọc chỉ trên và chỉ dưới khi mĩa dựng thẳng đứng). Để chứng minh công thức, ta giả sử quay mĩa vuông góc với tia ngắm tại A. Chỉ trên cất mĩa tại M₁, chỉ dưới cất mĩa tại N₁. Khoảng cách M₁N₁ = l₀ (là hiệu số đọc chỉ trên và chỉ dưới khi mĩa dựng vuông góc với tia ngắm OA).

$$\text{Theo chứng minh trên: } OA = 100l_0 + \Delta \quad (3.3)$$

Vì khoảng cách từ mĩa đến máy quá xa, ta coi 3 tia ngắm song song với nhau, khi đó OM vuông góc với mĩa xoay tại M₁, ON vuông góc với mĩa xoay tại N₁. Như vậy tam giác vuông M₁AM và tam giác vuông NAN₁ có góc MAM₁ = NAN₁ = V (góc có cạnh tương ứng vuông góc).

Ta có:

$$\begin{aligned} M_1A &= MA \cdot \cos V \\ N_1A &= NA \cdot \cos V \\ \hline M_1A + N_1A &= (MA + NA) \cdot \cos V \\ M_1A + N_1A &= l_0; \quad MA + NA = l \end{aligned}$$

Suy ra:

$$l_0 = l \cdot \cos V \quad (3.4)$$

Thay (3.4) vào (3.3) ta có:

$$OA = 100 \cdot l \cdot \cos V + \Delta \quad (3.5)$$

$$\text{Vì góc nghiêng } V \text{ thường là nhỏ, cho nên coi: } \Delta = \Delta \cdot \cos V \quad (3.6)$$

Thay (3.6) vào (3.5) Ta có:

$$OA = 100 \cdot l \cdot \cos V + \Delta \cdot \cos V = (100l + \Delta) \cdot \cos V$$

Khi đó khoảng cách ngang từ máy đến mĩa OB = S được xác định:

$$S = OA \cdot \cos V = (100 \cdot l + \Delta) \cdot \cos^2 V \quad (3.7)$$

Xét tam giác vuông B₁AO Ta có:

$$\begin{aligned} OB_1 &= OA / \cos V = \{(100 \cdot l + \Delta) \cdot \cos V\} / \cos V = 100 \cdot l + \Delta \\ \Delta_s &= OB_1 - OB = 100 \cdot l + \Delta - (100 \cdot l + \Delta) \cdot \cos^2 V \\ \Delta_s &= (100 \cdot l + \Delta)(1 - \cos^2 V) = (100 \cdot l + \Delta) \cdot \sin^2 V \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$S = 100 \cdot l + \Delta - \Delta_s \quad (3.9)$$

Dựa vào công thức (3.8). Ta có thể lập bảng tính sẵn giá trị Δ_s . Thực tế cho thấy khi góc V = 3° tương ứng với khoảng cách S = 100, 200, 300 ta có Δ_s là: 0,27; 0,50; 0,80; khi đó

sai số tương đối tương ứng là 1/370; 1/400; 1/375. Trong khi đó sai số tương đối đo khoảng cách chỉ đạt $1/T = 1/300$. Cho nên đối với góc nghiêng $V \leq 3^\circ$ ta dùng công thức :

$$S = 100.l_0 + \Delta$$

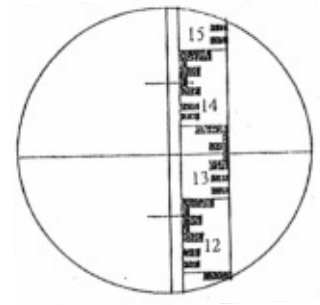
3.4.2. Đo khoảng cách ngang

1. Cấu tạo mìa:

Mìa là một thước bằng gỗ có bề rộng 10cm, dày 2–3cm, dài 2–4m. Trên đó có khắc vạch, khoảng cách các vạch là 1cm.

Số đọc trên mìa gồm 4 chữ số: m, dm, cm, mm.

Khi nhìn qua ống kính ta đọc số theo các dây chỉ chắn trên mìa.



Hình 3.17

Ví dụ: Số đọc chỉ trên là 1464 mm. Số đọc chỉ giữa: 1372mm. Số đọc chỉ dưới là 1280mm.

Kiểm tra số đọc: Chỉ giữa = (Chỉ trên + Chỉ dưới)/2

Theo hình vẽ: $(1464 + 1280)/2 = 1372\text{mm}$.

Trong khi đo số đọc chỉ giữa là 1372mm là chính xác.

2. Tính khoảng cách ngang:

- Trường hợp góc nghiêng $V \leq 3^\circ$ ta dùng công thức: $S = 100.l_0 + \Delta$; $l_0 = l_1 - l_2$

Trong đó: l_1 là số đọc chỉ trên, $l_1 = 1464\text{mm}$

l_2 là số đọc chỉ dưới, $l_2 = 1280\text{mm}$

hiệu là: $l_0 = l_1 - l_2 = 184\text{mm}$.

Tra bảng 3.4 lấy $\Delta = 0$ ta có:

$$S = 100.l_0 + 0 = 184 \times 100 = 18400 \text{ mm} = 18,4\text{m}.$$

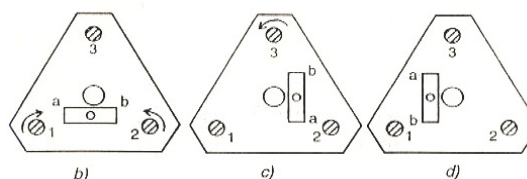
- Trường hợp góc nghiêng V lớn hơn 3° . Giả sử đọc trên bàn độ đứng được $V = 5^\circ$, khi đó áp dụng công thức:

$$S = (100.l + \Delta)\cos^2 V = 18,4.\cos^2 5^\circ = 18,3\text{m}.$$

3.5. Kiểm nghiệm và điều chỉnh máy kinh vĩ quang học

Trước khi đưa máy kinh vĩ quang học ra sử dụng nhất thiết phải tiến hành kiểm tra và kiểm nghiệm máy. Nếu phát hiện máy chưa đảm bảo yêu cầu độ chính xác thì phải điều chỉnh và tìm biện pháp khắc phục như xác định trị số của các sai số để cải chính vào trị đo hoặc chọn quy trình hợp lý để giảm bớt hoặc loại bỏ các sai số. Đối với máy kinh vĩ kỹ thuật, yêu cầu độ chính xác thấp việc điều chỉnh và kiểm nghiệm chủ yếu nhằm mục đích đảm bảo các điều kiện hình học cơ bản của các hệ trục trong máy, đó là các điều kiện cơ bản sau đây:

3.5.1. Trục ống thủy dài phải vuông góc với trục quay của máy



Hình 3.18

Mở ốc hãm bàn độ, quay bàn độ cho ống thủy dài nối chiều song song với đường nối 2 ốc cân 1, 2. Xoay ốc cân theo chiều ngược nhau cho bọt thủy tập trung vào giữa (vị trí a). Xoay bàn độ đi 1 góc 90^0 so với vị trí đầu, sao cho ống thủy vuông góc với đường nối 2 ốc cân 1, 2, bọt thủy bị lệch, dùng ốc cân thứ 3 xoay ốc cân này theo hướng thuận hoặc ngược cho bọt thủy vào giữa (làm đi làm lại một vài lần). Nếu bọt thủy vẫn ở giữa xoay bàn độ đi 180^0 so với vị trí b. Nếu bọt thủy vẫn ở giữa (vị trí c) thì chứng tỏ trục ống thủy dài vuông góc với trục quay của máy. Ngược lại ta phải hiệu chỉnh ống thủy. (hình 3.18).

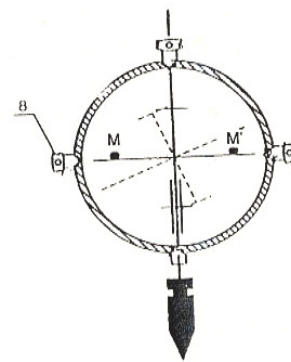
Phương pháp hiệu chỉnh như sau:

Dùng ốc cân thứ 3, đưa bọt thủy về nửa khoảng lệch, dùng ốc điều chỉnh đưa bọt thủy về nửa khoảng lệch còn lại, làm đi làm lại một vài lần cho đến khi ở mọi vị trí của máy bọt thủy đều ở giữa, đây chính là động tác cân máy trước khi đo.

3.5.2. Chỉ đứng phải thẳng đứng, chỉ ngang phải nằm ngang:

Đây là điều kiện quan trọng mà máy kinh vĩ quang học cần thỏa mãn. Điều kiện này có ảnh hưởng đến độ chính xác đo góc và đo khoảng cách. Để kiểm tra điều kiện này ta tiến hành như sau:

Sau khi cân bằng máy chính xác, đưa ống kính ngắm 1 dây chỉ mảnh có treo một quả dọi ở nơi lặng gió và quan sát nếu thấy chỉ đứng trùng với cạnh của dây dọi thì điều kiện trên thỏa mãn. Ngược lại điều kiện trên không thỏa mãn, ta điều chỉnh bằng cách nối lỏng ốc 8 (hình 3.19).



Hình 3.19

Để dịch chuyển màng chữ thập sao cho chỉ đứng trùng với dây dọi. Sau đó vặn chặt 4 ốc lại. Để kiểm tra chỉ ngang ta đưa ống kính ngắm một điểm M nào đó sau đó đưa ảnh của nó vào giao điểm màng chữ thập, sau đó cố định ốc hãm đứng (12) của ống kính rồi vặn ốc vi động ngang (13) về 2 phía. Nếu ảnh của M luôn luôn nằm trên chỉ ngang thì điều kiện trên thỏa mãn (hình 3.3).

Cần lưu ý rằng: đối với một số máy kinh vĩ có màng dây chữ thập gắn cố định với vòng kính mắt thì phải đưa máy về xưởng sửa chữa khi điều kiện trên không thỏa mãn.

3.5.3. Trục ngắm phải vuông góc với trục quay của ống ngắm (2C)

Giả sử trục HH' là trục quay của ống ngắm. Điều kiện đặt ra là trục HH' phải vuông góc với trục CC. Do điều kiện này không thỏa mãn khi ngắm thuận ta được:

$L = L' - C$, đảo kính ngắm lại điều đó được số đọc $R = R' + C$.

Như vậy, số đọc L' , R' có sai số ngắm chuẩn, sai số đó được tính:

$$2C = L' - (R' - 180^0)$$

$$C = [L' - (R' - 180^0)]/2$$

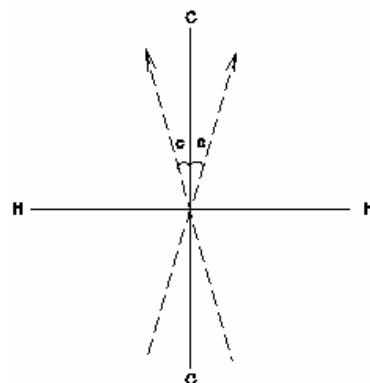
Và số đọc đúng sẽ là:

$$N = [L + (R - 180^0)] / 2 = [L' + (R' - 180^0)] / 2 \quad (3.11)$$

Như vậy đọc ở 2 vị trí bàn độ sai số ngắm chuẩn 2C sẽ bị loại trừ

Ta cũng có thể tính : $N = L' - C$

Hình 3.20



- Kiểm nghiệm sai số 2C:

Chọn một điểm M có độ cao bằng độ cao của máy, cách máy khoảng 200 – 300m. Sau khi cân bằng máy chính xác. Ngắm M đọc số ở bàn độ ngang được số đọc.

Ví dụ: $L' = 45^0 39' 4$. Sau đó đảo kính xoay máy đi 180^0 ngắm lại M đọc số được: $R' = 225^0 40' 2$.

Theo công thức (3.10) ta được:

$$C = [45^0 39' 4 - (225^0 40' 2 - 180^0)] / 2 = - 0' 4 = -24''.$$

Đối với máy kinh vĩ kỹ thuật thường quy định sai số ngắm chuẩn không được vượt quá sai số đọc số. Sai số đó được tính theo công thức thực nghiệm:

$$m_{ds} = \pm 0,15t$$

Trong đó t là giá trị khoảng chia nhỏ nhất trên thang đọc số. Ví dụ: $t = 1'$ khi sai số đọc số là : $m_{ds} = \pm 0,15t = \pm 0,15 \cdot 60'' = \pm 9''$.

Điều chỉnh sai số 2C:

Nếu trị số $C > 0,15t$ ta tiến hành điều chỉnh như sau:

Tính số đọc đúng N theo công thức (3.12)

Ví dụ: Với số liệu đã cho ta có:

$$N = 45^0 39' 4 - (- 0' 4) = 45^0 39' 8.$$

Dùng ốc vi động ngang đặt trị số đọc đúng N của bàn độ ngang. Lúc này tâm của lưới chữ thập lệch khỏi ảnh của điểm M (khóa chặt ốc hãm ngang và dọc lại). Dùng vít điều chỉnh dây chữ thập đưa tâm của nó trùng với điểm M. Cần làm một vài lần cho đến khi $C \leq 0,15t$

Biện pháp khắc phục sai số 2C:

Thực tế cho thấy nếu lấy giá trị trung bình của 2 số đọc, ta có:

$$N = [(L' - C) + (R' - C)]/2 = (L + R)/2 \quad (3.13)$$

Ta sẽ loại trừ được sai số ngẫu nhiên 2C. Trong thực tế ngoài trị số 2C người ta còn phải xét đến biến động 2C, biến động đó được tính theo công thức:

$$\Delta_{2C} = 2C_{\max} - 2C_{\min}$$

Ví dụ: Một trạm đo có 4 hướng, giá trị 2C trong 4 hướng đó là:

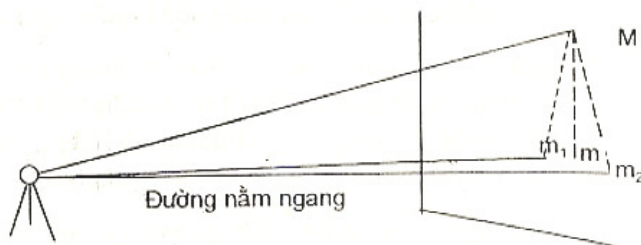
$$+12'', -6'', 0'', -18''$$

$$\text{Ta tính được: } \Delta_{2C} = +12'' - (-18'') = +30''$$

Trong quy phạm người ta quy định biến động của 2C tùy theo độ chính xác của góc đo.

3.5.4. Trục ống ngắm phải vuông góc với trục quay của máy

Đặt máy cách tường khoảng 30 – 50m. Cân máy chính xác. Ngắm điểm M với góc nghiêng khoảng $V = 30^\circ$ ở bàn độ thuận, sau đó hạ ống kính nằm ngang đánh dấu được m_1 . Đảo kính ngắm lại M, hạ ống kính nằm ngang đánh dấu được m_2 .



Hình 3.21

Nếu $m_1 \equiv m_2 \equiv m$ thì điều kiện trên được thỏa mãn. Ngược lại $m_1 \neq m_2$ ta đo Mm , m_1m_2 , góc i được tính theo công thức:

$$i = \rho' \cdot (m_1 \cdot m_2) / 2Mm; \rho' = 3438'$$

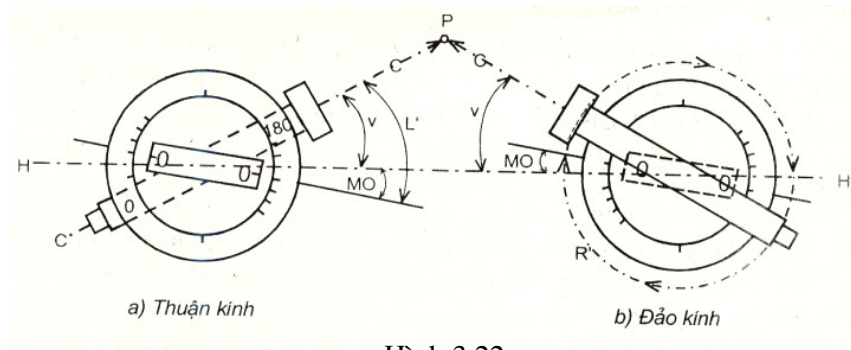
Ví dụ: $Mm = 3,6m = 3600mm$; $m_1m_2 = 1mm$.

Ta có: $i = (1 \times 3438) / (2 \times 3600) = 0'5$.

Đối với máy quang học kỹ thuật thông thường $i \leq 0'5$. Trường hợp lớn hơn $0'5$ ta phải đem máy về xưởng để sửa chữa.

3.5.5. Kiểm nghiệm và điều chỉnh sai số MO

Theo cấu tạo của bàn độ đứng khi trục ngắm nằm ngang (góc nghiêng $V=0$). Đường nối vạch $0^\circ - 0^\circ$ hoặc $0^\circ - 180^\circ$ hoặc $90^\circ - 270^\circ$ trên bàn độ đứng phải trùng với vạch chuẩn đọc số, vạch “0”. Nếu điều kiện này không đảm bảo sẽ sinh ra sai số chỉ tiêu, kí hiệu là MO. Sai số MO sẽ ảnh hưởng trực tiếp đến việc đo góc nghiêng V . Trị số MO chỉ có thể xác định khi đo góc nghiêng V ở 2 vị trí bàn độ: trái L, phải R. Ta xét 2 trường hợp với 2 vị trí trái – phải của bàn độ (hình 3.22).



Hình 3.22

Nhìn hình vẽ ta thấy khi ngắm điểm P ở 2 vị trí bàn độ trái và phải ta đọc được số đọc trên bàn độ đứng, ta được:

$$V = L' - MO \quad (3.14)$$

$$V = 360^0 - R' + MO \quad (3.15)$$

Trong đó L' , R' là số đọc ở bàn độ đứng khi ngắm P ở vị trí trái và phải đều có sai số MO. Nếu cộng hai phương trình (3.14) và (3.15) ta được:

$$2V = L' - R' + 360^0$$

$$V = \frac{L' - R' + 360^0}{2} \quad (3.16)$$

Nếu trừ phương trình (3.14) và (3.15) ta được:

$$MO = \frac{L' + R' - 360^0}{2} \quad (3.17)$$

Như vậy khi đo góc nghiêng ở hai vị trí bàn độ ta tính được góc nghiêng V theo công thức (3.16) và sai số MO bị loại trừ.

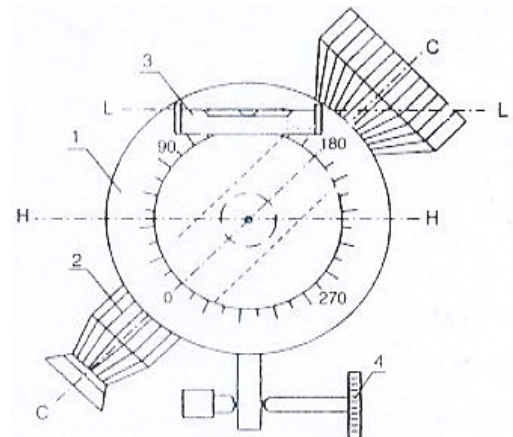
Giá trị MO được tính theo công thức (3.17).

Đưa MO về 0:

Đặt máy tại một điểm, cân máy chính xác. Ngắm một điểm P ở xa, dùng ốc cân bằng ống thủy (4) đưa bọt thủy bàn độ đứng vào giữa, đọc số trên bàn độ đứng được giá trị L' , sau đó đảo kính, ngắm lại P đọc số được giá trị R' . Tính giá trị MO theo công thức (3.17). Góc V chính xác được tính:

$V = L' - MO$. Dùng ốc cân bằng ống thủy (4) (hình 3.23) đưa góc đứng về vị trí chính xác V. Lúc này bọt nước bị lệch đi. Dùng ốc điều chỉnh trên ống thủy đưa bọt thủy về giữa.

Sau đó làm đi làm lại một số lần đến khi sai số MO nhỏ hơn sai số cho phép. Δp cho phép = 0,3t, t là giá trị vạch khắc nhỏ nhất trên bàn độ.



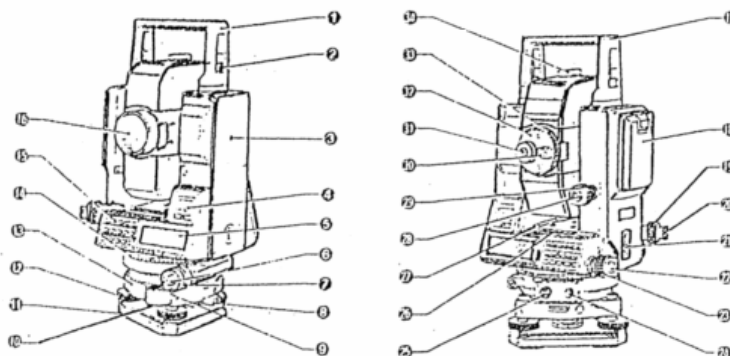
Hình 3.23

3.6. Máy toàn đạc điện tử SET.2B

3.6.1. Cấu tạo máy:

Máy toàn đạc điện tử SET.2B do hãng KoKKia (Nhật Bản) sản xuất. Độ chính xác đo góc là 2", độ chính xác đo dài là: $m_s = 3 + 2 \cdot 10^{-6} D$ có cấu tạo (H.3.24)

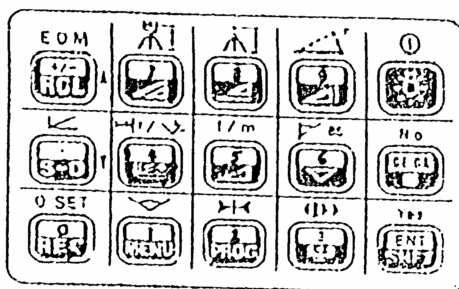
1) Các bộ phận chính



Hình 3.25

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1. Quai sách máy | 18. Ấc quy |
| 2. Ốc hãm | 19. Điều quang dọi tâm quang học |
| 3. Dấu đo chiều cao | 20. Kính dọi tâm quang học |
| 4. Màn hình phụ | 21. Tắt/mở điện |
| 5. Màn hình chính | 22. Ốc khóa bàn độ ngang |
| 6. Ốc khóa bàn độ ngang | 23. Ốc vi động bàn độ ngang |
| 7. Nắp đậy bàn độ ngang | 24. Nối ra thiết bị ngoài |
| 8. Ốc khóa máy | 25. Ổ cắm điện |
| 9. Ống thủy tròn | 26. Ống thủy dài |
| 10. Ốc điều chỉnh bọt nước tròn | 27. Ốc điều chỉnh bọt thủy dài |
| 11. Bệ máy | 28. Ốc khóa bàn độ đứng |
| 12. Ốc cân máy | 29. Ốc vi động bàn độ đứng |
| 13. Đế máy | 30. Ống kính |
| 14. Vòng tròn thay đổi bàn độ | 31. Kính mắt |
| 15. Bàn phím | 32. Vòng điều quang |
| 16. Kính vật | 33. Ống ngắm sơ bộ |
| 17. Khe nắp địa bàn | 34. Khe ngắm sơ bộ |

2) Các phím chức năng trên bàn phím



Hình 3.25

Biểu tượng	Chức năng chính	Chức năng khác
	Đổi dấu số liệu, Gọi số liệu	Chuẩn bị đo khoảng cách
	Vào dấu thập phân, Vào số liệu cắm điểm	Nhập số liệu tọa độ điểm
	Nhập số 0 Ghi dữ liệu	Đặt góc ngang 0°00'00"
	Nhập số 7 Đo khoảng cách nghiêng	Nhập độ cao máy
	Nhập số 4 Đo tọa độ 3 chiều	Vào số liệu cắm điểm
	Nhập số 1 Menu	Đặt góc ngang theo giá trị cho trước
	Nhập số 8 Đo khoảng cách bằng	Vào chiều cao máy
	Nhập số 5 Đo khoảng cách gián tiếp	Đổi đơn vị đo dài
	Nhập số 2 Đo theo chương trình	Giữ góc khi đo lặp
	Nhập số 9 Đo độ chênh cao	Vào chế độ đo bù
	Vào số 6 Đo khoảng cách 2 gương	Tính góc phương vị từ
	Vào số 3 Chế độ đo góc thông thường	Đo góc ngang TR, PH
	Chiếu sáng lưới chỉ	Kiểm tra tín hiệu phản hồi
	Dừng đo, về MHCB Thoát khỏi MODE đo	Nhập trả lời NO
	Nạp số liệu vào RAM Khởi động chức năng SHFT	Nhập trả lời Yes

3) Biểu tượng màn hình

ZA : góc thiên đỉnh

VA: góc nghiêng

HAR: góc nghiêng bên phải

HAL: góc nghiêng bên trái

HARp: góc ngang bên phải khi đo lặp

S: khoảng cách nghiêng

H: khoảng cách ngang

V: khoảng cách đứng

Ht: chiều cao máy hoặc gương

PPm: cho giá trị hiệu chỉnh khí tượng

3.6.2. Sử dụng máy

1) Khởi động và cài đặt tham số cho máy SET.2B

Đặt máy lên giá 3 chân, dọi điểm, cân máy như máy kinh vĩ thông thường. Dùng công tắc ON/OFF bên sườn máy để mở/tắt máy. Khi mở máy bật công tắc ON, khởi động 2 bàn độ: ngang và đứng. Kiểm tra điện áp nguồn nếu thấy báo “Battry low” thì phải thay ắc quy. Máy có bộ phận xác định góc nghiêng trực và tự bù xiên hoặc dùng ốc cân để điều chỉnh cho góc nghiêng trực về 0°00' 00". Trước khi tắt máy cần chuyển về chế độ màn hình cơ bản (MHCB) bằng phím [CA–CE]

Máy SET.2B có 16 tham số cần cài đặt và nó được cài đặt khi nó xuất xưởng. Các tham số của máy thường được ghi lưu cho tới khi cài đặt tham số mới. Muốn vào phần cài đặt tham số thì từ MHCB ấn phím Menu, màn hình cài đặt sẽ hiện lên. Dùng mũi tên di chuyển đến chức năng cần thiết để cài đặt các tham số.

Màn hình cơ bản	Màn hình đặt tham số
Press Funtion	1. Config
Key To Select	2. Coord
Operation	3.

2) Đo góc bằng SET.2B

Đặt hướng mở đầu về giá trị 0° 00' 00".

Ngắm máy tới hướng mở đầu sau đó ấn phím [0 – SET]. Từ màn hình cơ bản ấn [SHFT], ấn [O/REC] sẽ nhận được giá trị bàn độ ngang $H_{AL} = 0^{\circ}00' 00''$.

Đặt giá trị góc ngang cho trước ở hướng mở đầu:

- Ngắm hướng mở đầu
- Từ màn hình cơ bản ấn phím [SHFT], ấn [MENU] xuất hiện chữ HAL nhấp nháy.
- Đưa giá trị vào góc ví dụ: 30° 10' 00" và ấn [ENTER] ta có HAL = 30°10' 00".

Khóa bàn độ ngang:

Từ màn hình chế độ đo góc, quay máy cho tới khi đạt góc theo yêu cầu.

Ví dụ:

HAL = $30^{\circ}10'00''$. Ấn phím [SHFT], [PROG] khi đó giá trị góc sẽ không đổi trong khi quay máy đi hướng khác.

Ngắm máy về hướng mở đầu, ấn phím [ENTER], [PROG] sẽ được hướng mở đầu HAL = $30^{\circ}10'$.

Chế độ hiển thị màn hình đo góc:

Từ màn hình đo góc, ấn phím [Ent/SHFT] và [3/...] sẽ đổi các dạng hiện góc phải HAR, góc trái HAL, góc đo HARp.

Đo góc đơn:

- Hướng mở đầu đặt giá trị 0° , ấn [SHFT], [O/REC] HAL: $0^{\circ}00'00''$

- Ngắm hướng thứ 2 chính xác màn hình hiển thị góc cần đo HAL: $60^{\circ}10'22''$

3) Đo chiều dài:

Từ MHCB ấn phím [SHFT] và [EDM] có màn hình

- | | |
|-----------------------------------|---------------|
| 1. Kiểu đo | 1. Meas mod |
| 2. Hằng số gương | 2. Prsm Const |
| 3. Vào số hiệu chỉnh khí tượng | 3. PPM |
| a) Chế độ đo: Vào [1] chọn | |
| 1. Đo tinh | 1. Fine meas |
| 2. Đo nhanh | 2. Coar meas |
| 3. Đo đuổi | 3. Trach meas |

Ghi chú: trong chế độ đo tinh, đo nhanh còn có kiểu đo đơn (single meas) và đo lặp (repeat meas).

b) Đặt hằng số gương: Vào [PRO].

Tùy loại gương mà đưa hằng số gương tương ứng:

AP01S + AP01 có hằng số gương 30mm, “in put” “30”

AP01 có hằng số gương 40mm, “in put” “40”

CP01 có hằng số gương 0mm, “in put” “0”

Trên màn hình hiển thị:

Prism costant

PC : 0mm.

c) Vào số hiệu chỉnh khí tượng

Ấn phím [SHFT], [RCL], [3] vào nhiệt độ, áp suất và số hiệu chỉnh P.P.m.

d) Kiểm tra tín hiệu

Ngắm gương, từ màn hình cơ bản ấn phím [Ent], [MENU] để kiểm tra tín hiệu, nếu hiện (signal*) thì có tín hiệu, nếu không có phải kiểm tra lại bộ phận ngắm và gương.

Đo khoảng cách:

Sau khi đặt các tham số, ngắm chuẩn gương và ấn phím [7] đo khoảng cách nghiêng, [8] đo khoảng cách ngang, [9] đo chiều cao, sau 4 – 7 giây sẽ hiện kết quả đo trên màn hình.

4) Đo tọa độ:

Máy SET.2B có thể đo và tính ra tọa độ thẳng góc của điểm đặt gương khi cài đặt tọa độ điểm đặt máy và điểm định hướng.

a) Chọn chế độ đo:

Từ MHCB ấn phím [4] để chọn chế độ đo

b) Vào chiều cao máy và chiều cao gương:

Từ MHCB ấn [SHFT], [7] vào chiều cao máy ấn [Enter] chấp nhận về MHCB.

instr	target
Ht:1,550m	Ht: 2,000m

Từ MHCB ấn [SHFT], [8] vào chiều cao gương, ấn [Enter] về MHCB.

c) Vào tọa độ điểm trạm máy và điểm định hướng

Từ MHCB ấn [SHFT], [S – O] để vào tọa độ

- Ấn [MENU] để vào tọa độ trạm máy
- Ấn [PRO] để vào tọa độ điểm định hướng

Mỗi lần vào xong giá trị X, Y, H đều ấn phím [Enter] để chấp nhận. Cuối cùng ấn phím [CE-CA] để về MHCB.

Sau khi vào xong tọa độ ta ngắm máy chính xác về điểm định hướng máy tự động tính góc phương vị của cạnh định hướng.

- Từ MHCB ấn [SHFT], [6] sẽ hiển thị góc phương vị hướng mở đầu.

d) Tọa độ điểm gương

- Kiểm tra công tác chuẩn bị như trên
- Chọn chế độ đo, đặt số cài chính
- Vào chiều cao gương
- Kiểm tra tín hiệu phản hồi
- Ngắm gương chính xác ấn phím [4] được màn hình máy ghi số liệu.
- Muốn thoát khỏi phép đo ấn [CE-CA]
- Muốn xem lại số liệu ấn [RCL] + [4].

Ghi chú: Ngoài chức năng chính như trên máy SET.2B còn thực hiện một số phép đo đặc biệt như:

- Đo giao hội nghịch
- Đo đường chuyền
- Đo đặt máy ngoài tâm
- Đo chiều cao gián tiếp
- Đo khoảng cách giữa các gương
- Cắm điểm ngoài thực địa

Máy SET.2B có thể lưu trữ số liệu 100 điểm, gồm tiêu điểm, tọa độ điểm đã biết hoặc điểm đo.

Có thể nhập hoặc xóa số liệu:

Từ MHCB ấn [MENU]

- | | | |
|---------------|-------|-------------------------|
| 1. Config | [2] → | 1. Input ấn [1] để nhập |
| 2. Coord data | | 2. Clear ấn [2] để xóa |

Nếu nối máy với thiết bị ngoài qua cổng nối có thể đưa số liệu từ máy ra thiết bị ngoài.

Nếu nối máy SET.2B với Fild book có thể điều khiển phép đo qua fild book và ghi số liệu tự động.

3.7. Thiết kế lưới đo vẽ

Như ta biết, trước khi thành lập bình đồ, bản đồ ta phải xây dựng lưới đo vẽ.

Đối với bản đồ, lưới đo vẽ được thành lập dựa trên cơ sở lưới trắc địa khu vực. Đối với bình đồ có thể xây dựng lưới tọa độ độc lập. Lưới đo vẽ gồm lưới tọa độ mặt bằng và lưới độ cao.

1. Lưới tọa độ mặt bằng

Khi thành lập bình đồ một khu vực, công việc trước tiên là xây dựng lưới mặt bằng. Tùy thuộc vào khu vực đo người ta có thể thiết kế các dạng lưới: tam giác nhỏ, đường chuyền kinh vĩ khép kín, đường chuyền đơn...

Hiện nay sử dụng phương pháp đường chuyền là chủ yếu. Đường chuyền của lưới đo vẽ gồm 2 cấp: đường chuyền kinh vĩ cấp 1 và đường chuyền kinh vĩ cấp 2. Ngoài ra có thể dùng phương pháp giao hội, hoặc phóng điểm phụ để phát triển lưới đo vẽ.

Bắt đầu từ việc xây dựng lưới đường chuyền kinh vĩ cấp 1, sau đó phát triển đường chuyền kinh vĩ cấp 2. Việc thiết kế đường chuyền phải tuân theo các quy định sau:

- Các điểm của đường chuyền phải bố trí ở những nơi chắc chắn, có thể đặt máy để đo vẽ.
- Các điểm của đường chuyền phải trải đều trên khu vực đo.
- Tại một điểm phải nhìn thấy 2 điểm bên cạnh.
- Chiều dài các cạnh đường chuyền phải gần bằng nhau.
- Tổng chiều dài các cạnh phải tuân theo quy định tùy thuộc vào khu vực đo, được quy định trong bảng 3.5

Bảng 3.5

No	Tỷ lệ bản đồ	[S] _{max} (m)		m _β		fs/[S]	
		KV1	KV2	KV1	KV2	KV1	KV2
1	Khu vực đô thị						
	1:500, 1:1000, 1:2000	600	300	15	15	1:4000	1:2500
2	Khu vực nông thôn						
	1:1000	900	500	15	15	1:4000	1:2000
	1: 2000	2000	1000	15	15	1:4000	1:2000
	1: 5000	4000	2000	15	15	1:4000	1:2000
	1:10000 ÷ 1:25000	8000	600	15	15	1:4000	1:2000

2. Lưới độ cao

Để phục vụ cho việc đo vẽ bình đồ địa hình ngoài tọa độ mặt bằng còn cần có độ cao. Điểm khởi tính của lưới độ cao đo vẽ có thể là điểm độ cao của lưới khu vực khi đo vẽ bản đồ. Khi đo vẽ bình đồ có thể là điểm độ cao giả định. (Giả định điểm gốc độ cao cho toàn bộ khu vực đo) việc chuyển độ cao đến các điểm của lưới đo vẽ có thể sử dụng thủy chuẩn tia ngắm ngang bằng máy kinh vĩ hoặc thủy chuẩn lượng giác tùy thuộc vào khoảng cao đều của đường bình độ, điểm này được quy định trong bảng 3.6

Bảng 3.6

Khoảng cao đều cơ bản	Phương pháp xác định độ cao	Điểm khởi tính
1,0m	Thủy chuẩn tia ngắm ngang bằng máy kinh vĩ	Độ cao Nhà nước, độ cao kỹ thuật, độ cao giả định
2,0m; 5,0m; 10m; 20m	Thủy chuẩn lượng giác	Độ cao Nhà nước, độ cao kỹ thuật, độ cao giả định

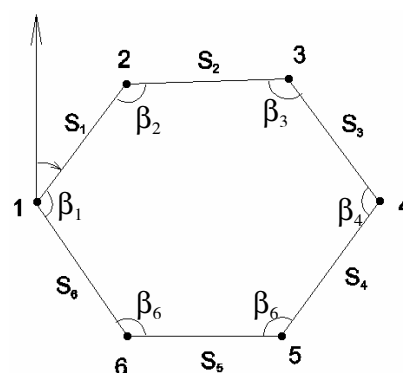
Việc thiết kế lưới độ cao đo vẽ thường trùng với các điểm của đường chuyền kinh vĩ. Tùy theo độ chính xác về độ cao mà có thể áp dụng thủy chuẩn tia ngắm ngang bằng máy kinh vĩ hoặc thủy chuẩn lượng giác. Đường thủy chuẩn tia ngắm ngang chỉ đo một chiều. Chiều dài đường chuyền không vượt quá 4km, chiều dài tia ngắm không vượt quá 200m.

3.8. Đo đạc, tính toán bình sai đường chuyền kinh vĩ khép kín

Thông thường khi khu vực đo vẽ có dạng hình vuông hoặc hình chữ nhật người ra thường thiết kế đường chuyền ở dạng khép kín.

Giả sử có đường chuyền kinh vĩ khép kín (hình 3.26) trong đó có các điểm: 1, 2, ..., 6. Trong đó cần phải đo các góc trong đường chuyền, ký hiệu: $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_6$, đo chiều dài cạnh, ký hiệu $S_1, S_2, \dots, S_6$, đo, góc phương vị cạnh mở đầu $\alpha_{12} = \alpha_0$ tọa độ điểm đầu giả định x_1y_1 .

Các góc được đo bằng phương pháp đo góc đơn hoặc đo lặp, ít nhất là 2 vòng đo (tùy thuộc vào độ chính xác của máy đo).



Hình 3.26

Chiều dài cạnh được đo bằng thước khép, hoặc bằng máy quang điện độ chính xác theo quy định đối với cấp của đường chuyền (chiều dài được đo ít nhất là 2 lần), dựa trên các kết quả đo, số liệu gốc người ta tiến hành tính toán, bình sai đường chuyền. Cuối cùng là tính ra tọa độ các điểm của đường chuyền theo tọa độ gốc. Việc bình sai được tiến hành theo 2 bước.

1. Bình sai góc

Tính tổng góc đo trong đa giác:

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n$$

Tính tổng góc đo lý thuyết trong đa giác

$$\sum_{i=1}^n \beta_{\text{lt}} = (n - 2)180^\circ$$

Trong đó n = số góc đo, trường hợp trên $n = 6$.

Tính sai số khép góc trong đa giác:

$$f_\beta = \sum_{i=1}^n \beta_{\text{do}} - \sum_{i=1}^n \beta_{\text{lt}} \leq \pm 1,5t \sqrt{n}$$

Trong đó. t : là độ chính xác của máy đo

n : số góc trong đa giác

Tính số hiệu chỉnh cho mỗi góc đo.

$$V_\beta = \frac{-f_\beta}{n}$$

Trong đó n là số góc trong đa giác

f_β là sai số khép góc trong đa giác

Như vậy, về nguyên tắc các góc được hiệu chỉnh một lượng như nhau. Tuy nhiên, khi thực hiện phép chia có dư ta có thể phân phối vào góc nhiều hơn trị bình quân tùy thuộc vào độ chính xác tính.

Góc bình sai được tính:

$$\overline{\beta}_i = \beta_i + V_\beta.$$

Trong đó: $\overline{\beta}_i$ là góc bình sai

β_i : là góc đo, V_β là số hiệu chỉnh vào góc đo.

2. Bình sai gia số tọa độ

Dựa vào góc đã bình sai tính chuyển góc phương vị đến các cạnh theo công thức:

$$\alpha_c = \alpha_d + n.180^\circ - \sum_{i=1}^n \overline{\beta}_i$$

Trong đó: α_c : là góc phương vị cạnh cuối

α_d : là góc phương vị cạnh đầu

n : là số góc tính chuyển

$\overline{\beta_i}$: là góc bình sai thứ i

Trong trường hợp này ta tính chuyển góc đỉnh hướng từ cạnh đầu đến cạnh kế tiếp, ta dùng công thức:

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^\circ - \overline{\beta_i}$$

$$\text{Ví dụ: } \alpha_{23} = \alpha_0 + 180^\circ - \overline{\beta_2}$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{23} + 180^\circ - \overline{\beta_3}$$

Cứ như vậy ta tính đến $\alpha_c = \alpha_{61}$

Để tính kiểm tra ta tính về α gốc, tức là $\alpha_{12} = \alpha_0$. Sau khi tính được góc phương vị cho các cạnh ta có thể đổi chúng sang góc 2 phương và tính gia số tọa độ theo công thức:

$$\Delta x = S_i \cos R$$

$$\Delta y = S_i \sin R.$$

Trong đó:

S_i : là chiều dài cạnh

R : là góc 2 phương

$\Delta x, \Delta y$ phụ thuộc vào tên gọi của góc phần tư

Tính tổng gia số tọa độ theo công thức;

$$\Sigma \Delta x = \Delta x_{12} + \Delta x_{23} + \dots + \Delta x_{61}$$

$$\Sigma \Delta y = \Delta y_{12} + \Delta y_{23} + \dots + \Delta y_{61}$$

Theo lý thuyết: $\Sigma \Delta x_{lt} = 0, \Sigma \Delta y_{lt} = 0$

Thực tế do quá trình đo góc, đo chiều dài có sai số:

$$\Sigma \Delta x \neq \Sigma \Delta x_{lt}$$

$$\Sigma \Delta y \neq \Sigma \Delta y_{lt}$$

Ta có:

$$f_x = \Sigma \Delta x - \Sigma \Delta x_{lt}$$

$$f_y = \Sigma \Delta y - \Sigma \Delta y_{lt}$$

Trong đó:

f_x : là sai số khép về gia số tọa độ theo trục x

f_y : là sai số khép về gia số tọa độ theo trục y

$$\text{Tính: } \frac{f_s}{[S]} = \frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{[S]} \leq \frac{1}{T_{\text{chophep}}}$$

Trong đó $[S]$ là tổng số chiều dài của đường chuyền, trong trường hợp này: $[S] = S_1 + S_2 + \dots + S_6$.

$$\frac{1}{T_{\text{chophep}}} \text{ phụ thuộc vào cấp của đường chuyền.}$$

Đối với khu vực nông thôn quy định $\frac{1}{T_{\text{chophep}}}$: đối với đường chuyên kinh vĩ cấp 1 là $\frac{1}{4000}$, đối với đường chuyên kinh vĩ cấp 2 là $\frac{1}{2000}$.

Đối với khu vực thành phố: $\frac{1}{T_{\text{chophep}}}$ đối với đường chuyên kinh vĩ cấp 2 là $\frac{1}{2500}$.

Khi $\frac{f_s}{[S]} \leq \frac{1}{T_{\text{chophep}}}$ ta tiến hành việc tính số hiệu chỉnh.

Về gia số tọa độ theo công thức:

$$V_{\Delta x} = \frac{-f_x}{[S]} S_i$$

$$V_{\Delta y} = \frac{-f_y}{[S]} S_i$$

Trong đó: $V_{\Delta x}$, $V_{\Delta y}$ là số hiệu chỉnh về gia số tọa độ cho Δx , Δy tương ứng.

$$\text{Ví dụ: } V_{\Delta x_{12}} = \frac{-f_x}{[S]} S_1$$

$$V_{\Delta y_{12}} = \frac{-f_y}{[S]} S_1$$

Cứ như vậy tính số hiệu chỉnh $V_{\Delta x}$, $V_{\Delta y}$ đối với các cạnh trong đường chuyền. Để kiểm tra ta tính:

$$\sum_i^n V_{\Delta x} = -f_x$$

$$\sum_i^n V_{\Delta y} = -f_y$$

Tính gia số tọa độ đã hiệu chỉnh:

$$\overline{\Delta x} = \Delta x + V_{\Delta x}$$

$$\overline{\Delta y} = \Delta y + V_{\Delta y}$$

Trong đó: $\overline{\Delta x}$, $\overline{\Delta y}$ là gia số tọa độ đã hiệu chỉnh.

Δx , Δy là gia số tọa độ tính

$$\text{Ví dụ: } \overline{\Delta x_{12}} = \Delta x_{12} + V_{\Delta x_{12}}$$

$$\overline{\Delta y_{12}} = \Delta y_{12} + V_{\Delta y_{12}}$$

cuối cùng tính tọa độ các điểm:

Tọa độ điểm sau = tọa độ điểm trước + Gia số tọa độ hiệu chỉnh.

Ví dụ:

$$x_2 = x_1 + \overline{\Delta x_{12}}$$

$$y_2 = y_1 + \overline{\Delta y_{12}}$$

Ví dụ: Bình sai đường chuyển kinh vĩ khép kín có 8 điểm (Kết quả tính được trình bày trong bảng 3.7).

Kết quả tính toán đường chuyển kinh vĩ khép kín

Bảng 3.7

N _o	Góc nằm ngang		Góc định hướng	Góc 2 phương	Chiều dài (m)	Giá số toạ độ tính		Giá số toạ độ hiệu chỉnh		Toạ độ (m)	
	β_{to}	$\beta_{hiệu chỉnh}$				Δx	Δy	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	125°42'5 +2	125°42'7	343°21'7	BT 16°38'3	462,80	+443,43 +1	-132,47 -16	+443,44	-132,63	-443,44	+132,63
2	144°51'5 +2	144°51'7	18°30'0	BD 18°30'3	386,38	+366,41 +1	+122,6 -13	+366,42	+122,47	0	0
3	111°46'2 +3	111°46'5	86°43'5	BD 86°43'5	301,63	+17,19	+301,14 -10	+17,19	+301,04	+366,42	+122,47
4	137°08'8 +3	137°09'1	129°34'4	NĐ 50°25'6	284,26	-181,07	+219,13 -10	-181,07	+219,03	+383,61	+423,51
5	193°06'0 +3	193°06'3	116°28'1	NĐ 63°31'9	276,12	-123,06	+247,18 -9	-123,06	+247,09	+202,54	+642,54
6	84°33'4 +3	84°33'7	211°54'4	NT 31°54'4	391,90	-332,71 +1	-207,09 -13	-332,70	-207,22	+79,48	889,63
7	189°16'0 +3	189°16'3	202°38'1	NT 22°28'1	360,90	-332,27	-138,54 -12	-332,27	-138,66	-253,22	+682,41
8	93°33'5 +2	93°33'7	289°04'4	BT 70°55'6	434,82	+142,04 +1	-410,97 -15	+142,05	-411,12	-585,49	+543,75
1	1079°57'9				2897,91	+69,07	+890,05	+969,10	+889,63	-443,44	+132,63

$f_{\beta} = -2'1$

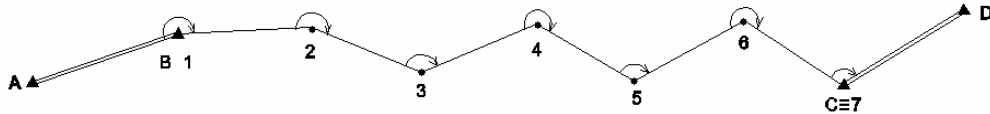
$f_{\beta_{cho\ ph\acute{e}p}} = \pm 1,5 \cdot 30'' \sqrt{8} = \pm 2'8$

$f_s = \sqrt{0,04^2 + 0,98^2} = \pm 0,98$

3.9. Tính toán, bình sai đường chuyền phù hợp

Khi khu vực đo kéo dài theo tuyến người ta bố trí đường chuyền phù hợp, hoặc là phía trong đường chuyền kinh vĩ khép kín, người ta bố trí đường chuyền phù hợp nhằm tăng thêm điểm của lưới đo vẽ. Trường hợp này các điểm của đường chuyền phù hợp là đường chuyền kinh vĩ cấp 2, điểm đầu và cuối là điểm đường chuyền kinh vĩ cấp 1. Về cơ bản việc tính toán đường chuyền kinh vĩ phù hợp giống đường chuyền kinh vĩ khép kín. Tuy nhiên cũng có một số điểm khác.

Giả sử có đường chuyền phù hợp (hình 3.27)



Hình 3.27

Trong đó cần đo các góc trong đường chuyền là: $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_7$, chiều dài các cạnh là: $S_1, S_2, \dots, S_6$. Biết tọa độ điểm đầu: x_B, y_B , tọa độ điểm cuối x_C, y_C . Trong đường chuyền phù hợp có 2 kiểu góc đo.

Nếu đi từ điểm đầu về điểm cuối góc đo ở bên phải đường đo gọi là góc đo phải, khi đó tính chuyển góc định hướng (hoặc góc phương vị) dùng công thức:

$$\alpha_c = \alpha_d + n.180^\circ - \sum_{i=1}^n \beta_i \quad (3.18)$$

Trong đó α_c là góc định hướng cạnh cuối

α_d là góc định hướng cạnh đầu

β_i là góc đo thứ i , nằm bên phải đường đo.

n là số góc tính chuyển

Trường hợp góc đo nằm bên trái đường đo dùng công thức:

$$\alpha_c = \alpha_d - n.180^\circ + \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (3.18^*)$$

Trong đó λ_i là góc đo thứ i nằm bên trái đường đo. Hình 3.27 là trường hợp góc đo nằm bên trái đường đo.

Góc định hướng cạnh đầu cạnh cuối có thể đo, cũng có thể tính ra từ tọa độ 4 điểm: ABCD nếu biết tọa độ 4 điểm này. Việc bình sai cũng được tiến hành theo 2 bước.

1. Bình sai góc

Tính tổng góc đo; nếu là góc phải.

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n$$

Tính tổng góc đo; nếu là góc trái

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$$

Từ công thức (3.18) và (3.18*)

Ta tính được tổng góc đo: $\Sigma\beta_{lt}$, $\Sigma\lambda_{lt}$

Đối với trường hợp góc phải:

$$\sum_{i=1}^n \beta_{lt} = \alpha_d - \alpha_c + n.180^\circ \quad (3.19)$$

Đối với trường hợp góc trái:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_{lt} = \alpha_c - \alpha_d + n.180^\circ \quad (3.20)$$

Tính sai số khép góc trong đường chuyền:

$$f_\beta = \sum_{i=1}^n \beta_d - \Sigma\beta_{lt}$$

Trong trường hợp này:

$$f_\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_d - \sum_{l=1}^n \lambda_{lt}$$

Tính số hiệu chỉnh vào góc đo và tính góc hiệu chỉnh như trường hợp đường chuyền kinh vĩ khép kín.

Sau khi được góc bình sai ta cũng tiến hành bình sai gia số tọa độ.

2. Bình sai gia số tọa độ

Dùng góc bình sai tính chuyển góc định hướng cho các cạnh. Trong đó cần lưu ý sử dụng công thức góc phải hoặc góc trái để tính. Trong trường hợp này, ta dùng công thức góc trái để tính chuyển.

$$\alpha_{12} = \alpha_d - 180^\circ + \bar{\lambda}_1$$

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} - 180^\circ + \bar{\lambda}_2$$

.....

Sau đó tính chuyển góc định hướng sang góc 2 phương và tính gia số tọa độ theo công thức:

$$\Delta x = S \cdot \cos R$$

$$\Delta y = S \cdot \sin R$$

Tính Δx , Δy cho tất cả các cạnh, rồi lấy tổng:

$$\sum_1^n \Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 \dots \Delta x_n$$

$$\sum_1^n \Delta y_T = \Delta y_1 + \Delta y_2 \dots \Delta y_n$$

Trong đó: $\sum_1^n \Delta x_T$ là tổng Δx tính

$\sum_1^n \Delta y_T$ là tổng Δy tính.

Tính tổng Δx lý thuyết, tổng Δy lý thuyết:

$$\sum_1^n \Delta x_{lt} = x_C - x_D$$

$$\sum_1^n \Delta y_{lt} = y_C - y_D$$

Trong đó: x_C : là tọa độ điểm cuối

x_D : là tọa độ điểm đầu

Trong trường hợp này;

x_C là tọa độ điểm C (đã cho)

x_D là tọa độ điểm B (đã cho)

Tính: $f_x = \sum_1^n \Delta x_T - \sum_1^n \Delta x_{lt}$

$$f_y = \sum_1^n \Delta y_T - \sum_1^n \Delta y_{lt}$$

Tính: $\frac{f_s}{[S]} = \frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{[S]} \leq \frac{1}{T_{\text{chophep}}}$

Sau đó tính gia số tọa độ hiệu chỉnh và tọa độ các điểm của lưới như trong trường hợp đường chuyền kinh vĩ khép kín.

Ví dụ: Tính đường chuyền phù hợp được chỉ ra ở bảng 3.8 (theo sơ đồ hình 3.27).

Kết quả tính toán đường chuyền kinh vĩ phù hợp

Bảng 3. 8

No định	Góc nằm ngang		Góc định hướng	Góc 2 phương	Chiều dài (m)	Giá số tọa độ tính		Giá số tọa độ hiệu chỉnh		Tọa độ (m)	
	$\lambda_{đo}$	$\lambda_{hiệu chỉnh}$				Δx	Δy	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A			41°18'5	BĐ: 41°18'5							
B(1)	198°40'	198°39'6			381,65	+191,01	+330,41	+190,97	+330,44	2124,81	1680,35
2	-04		59°58'1	BĐ: 59°58'1		-4	+3				
	222°52'8	222°52'5			342,17	-76,06	+333,61	-76,09	+333,63	2315,78	2010,79
3	-03		102°50'6	NĐ: 77°09'4		-3	+2				
	140°10'5	140°10'1			411,25	+186,63	+366,47	+186,59	+366,51	2239,69	2344,42
4	-04		63°00'7	BĐ: 63°00'7		-4	+4				
	211°32'5	211°32'2			321,19	-25,47	320,18	-25,50	+320,20	2426,28	2710,93
5	-03		94°32'9	NĐ: 85°27'1		-3	+2				
	128°47'7	128°47'3			297,81	+216,61	+204,38	+226,58	+204,40	2400,78	3031,13
6	-04		43°20'2	BĐ: 43°20'2		-3	+2				
	201°34'5	201°34'2			353,38	+149,86	+320,03	+149,82	+320,06	2617,36	3235,53
C(7)	-03		64°54'4	BĐ: 64°54'4		-4	+3				
	128°42'5	128°42'1									
D	-04		13°36'5	BĐ: 13°36'5							
Σ_{λ}	1232°20'5	1232°18'0			2107,45	+642,58	+1875,08	+642,37	+1875,24	2767,18	3555,59
						+642,37	+1875,24				
						$f_x = +0,21$	-0,16				

$f_{\lambda} = + 2'5$

$f_s = \sqrt{0,21^2 + 0,16^2} = \pm 0,26m$

$f_{\lambda \text{ cho phép}} = \pm 1,5.1' \sqrt{7} = \pm 3'9$

$\frac{f_s}{[S]} = \frac{0,26}{2110} = \frac{1}{8100}$

3.10. Tính toán kích thước tờ giấy vẽ

Để khu vực đo nằm gọn trong 1 tờ giấy vẽ ta cần phải tính toán kích thước giấy vẽ, tính kích thước khung tờ bình đồ sao cho các điểm của lưới đo vẽ, các điểm chi tiết nằm gọn trong khung tờ bình đồ. Việc tính toán này phải dựa vào bảng kết quả tính tọa độ của lưới đo vẽ. Giả sử dựa vào kết quả tính toán đường chuyên kinh vĩ khép kín (bảng 3.7) ta tìm ra tọa độ lớn nhất và nhỏ nhất của lưới.

$$\begin{aligned}x_{\max} &= +383,61\text{m} & x_{\min} &= -585,49\text{m} \\ y_{\max} &= +889,63\text{m} & y_{\min} &= 0\end{aligned}$$

Ví dụ: cần lập bình đồ tỷ lệ $\frac{1}{M} = \frac{1}{5000}$

Ta tính kích thước khung tờ bình đồ theo công thức

$$x_{\text{bd}} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{M} + 5\text{cm} = \frac{383,61 - (-585,49)}{50} + 5 = 24,4\text{ cm}$$

$$y_{\text{bd}} = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{M} + 5\text{cm} = \frac{889,63 + 0}{50} + 5 = 22,8\text{cm}.$$

Trong đó ta hiểu $x_{\text{bd}}, y_{\text{bd}}$ là kích thước khung của tờ bình đồ theo chiều: Bắc Nam và Đông Tây.

Kích thước tờ giấy vẽ:

Để đảm bảo tính mỹ quan và các ghi chú cần thiết trên tờ bình đồ ta cần có khoảng trống nhất định. Từ khung tờ bình đồ đến mép giấy thường để trống từ 8 ÷ 10cm. Trên cơ sở đó ta tính được khung tờ giấy vẽ.

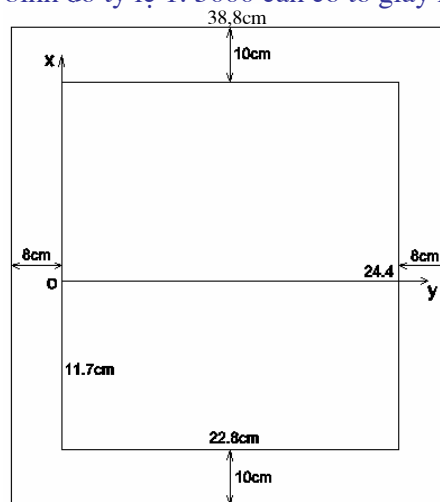
Kích thước tờ giấy từ trên xuống:

$$x_{\text{giấy}} = 24,4\text{ cm} + 20\text{cm} = 44,4\text{cm}$$

Kích thước tờ giấy theo hướng trái phải

$$y_{\text{giấy}} = 22,8\text{ cm} + 16\text{cm} = 38,8\text{cm}$$

Như vậy, để vẽ tờ bình đồ tỷ lệ 1: 5000 cần có tờ giấy kích thước: 44,4cm x 38,8cm



Hình 3.28

Tính tọa độ điểm gốc theo công thức:

$$x_{\text{gốc}} = \frac{x_{\text{min}} - x_{\text{lưới}}}{m} = \frac{-585 - 0}{50} = -11,7\text{cm}$$

$$y_{\text{gốc}} = \frac{y_{\text{min}} - y_{\text{lưới}}}{m} = \frac{0 - 0}{50} = 0\text{cm}$$

Trong đó: $x_{\text{gốc}}, y_{\text{gốc}}$ là tọa độ điểm gốc tọa độ.

$x_{\text{lưới}}, y_{\text{lưới}}$ là tọa độ đầu của lưới ô vuông việc chọn $x_{\text{lưới}}, y_{\text{lưới}}$ tốt nhất là $x_{\text{lưới}} = 0, y_{\text{lưới}} = 0$.

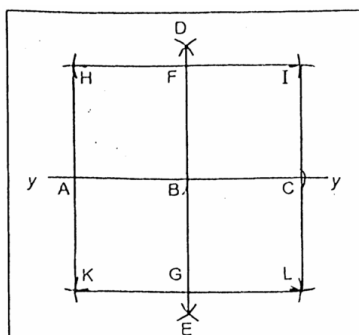
Tuy nhiên, không phải lúc nào cũng có thể chọn được như vậy. Trong trường hợp không chọn được $x_{\text{lưới}} = 0, y_{\text{lưới}} = 0$ ta phải chọn $x_{\text{lưới}}, y_{\text{lưới}}$ là một số chẵn để cho giá trị nhận được của lưới ô vuông luôn là một số chẵn.

3.11. Dựng lưới tọa độ vuông góc

Mục đích của việc chọn lưới tọa độ vuông góc là để chuyển các điểm của lưới đo vẽ lên bản vẽ được thuận lợi và chính xác. Lưới tọa độ vuông góc thực chất là các ô vuông đều nhau, có kích thước tùy thuộc vào tỷ lệ đo vẽ. Thông thường cạnh của ô vuông có kích thước là 10cm x 10cm. Có nhiều phương pháp dựng lưới ô vuông như: dựng lưới ô vuông bằng thước thẳng và compa, dựng lưới ô vuông bằng thước Drôbusép, dựng lưới ô vuông bằng các phần mềm chuyên dụng....

1. Dựng lưới tọa độ vuông góc bằng thước và compa.

Trên giấy vẽ dùng thước kẻ trục xx, yy (hình 3.29).



Hình 3.29

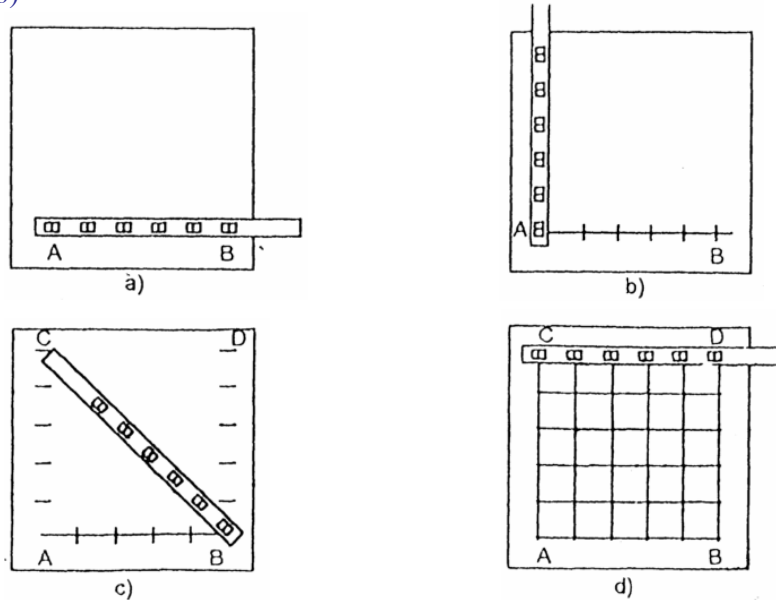
Lấy điểm A nằm trên đường yy. Từ A kẻ về phía phải 1 đoạn 10cm được điểm B. Từ B đặt tiếp 1 đoạn 10cm được C. Từ C và A làm tâm với bán kính lớn hơn BC kẻ các cung tròn cắt nhau tại D và E. Nối DE đường thẳng này đi qua B. Từ B trên đường DE lấy về 2 phía đoạn 1 đoạn bằng 10cm được F, G. Từ F, G làm tâm quay các cung tròn bán kính 10cm, các cung này cắt cung lấy tâm A và C tại HK, IL. Nếu các điểm được xác định, tạo thành các ô vuông có kích thước 10cm x 10cm. Các đường kẻ có lực nét 0,1mm. Sai số giữa các cạnh ô vuông phải nhỏ hơn 0,2mm.

2. Dựng lưới tọa độ thẳng góc bằng thước Drôbusép

Thước Drôbusép được làm bằng hợp kim độ giãn nở rất ít, trên thước có 6 lỗ khoảng cách giữa các lỗ là 10cm. Từ lỗ đầu đến cuối thước có độ dài là 70,71cm bằng đường chéo của

ô vuông có cạnh là 50cm, việc dựng lưới ô vuông bằng thước Drôbusép được tiến hành như sau:

Trên giấy vẽ lấy điểm A nằm ở phía dưới, bên trái, dọc theo cạnh thước vạch đường thẳng AB. Để điểm A trùng với vạch 0 của thước dùng bút chì vạch các vạch theo các lỗ của thước (Hình 3.30)



Hình 3.30

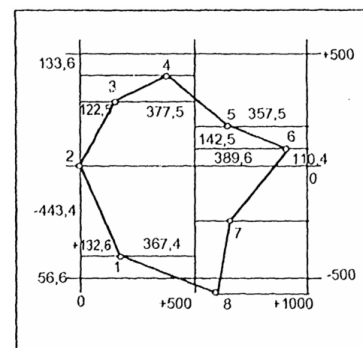
Đặt thước thẳng góc với AB, để vạch 0 của thước trùng với điểm A vạch các vạch theo các lỗ của thước. Kiểm tra xem đường AB có vuông góc với AC không bằng cách dựng thước chéo xem đoạn BC bằng 70,71cm không (hình 3.30c). Nếu được ta dựng tiếp đường BD sau đó cũng kiểm tra xem AD có bằng 70,71cm không. Nếu được, ta dựng thước nằm ngang theo đường CD và cũng vạch các vạch theo các lỗ trên thước. Nối các vạch theo hướng trái phải, trên dưới ta được các ô vuông có kích thước 10 x 10cm.

3.12. Chuyển các điểm của lưới đo vẽ lên bản vẽ

Sau khi dựng được lưới ô vuông, dùng lưới ô vuông đó chuyển các điểm của lưới đo vẽ lên bản vẽ theo tọa độ các đỉnh của đường chuyền. Giả sử cần chuyển các điểm của đường chuyền kinh vĩ khép kín (bảng 3.7) lên bản vẽ. Theo tọa độ các điểm của đường chuyền ta tiến hành tính chuyển như sau:

Điểm 2 có tọa độ (0,0) nên nó nằm tại gốc tọa độ. Để chuyển điểm 1 lên lưới tọa độ ta làm như sau: theo số liệu tọa độ (bảng 3.7) điểm 1 có tọa độ là:

$x_1 = 443,44\text{m}$, $y_1 = +132,63\text{m}$. Vì vậy điểm 1 nằm ở ô vuông phía dưới, bên trái. Từ gốc tọa độ lấy về phía dưới đặt một đoạn thẳng bằng 443,4m ngoài thực địa tương ứng với bản vẽ tỷ lệ 1:5000 là:



Hình 3.31

8,87 cm. Kiểm tra từ dưới lên 1 đoạn 56,6 m ngoài thực địa tương ứng với bản vẽ là 1,13 cm. Từ trục x sang phải 1 đoạn 132,6m thực địa tương ứng với bản vẽ là: 2,65cm, đoạn còn lại là: 367,4m tương ứng với bản vẽ là: 7,35 cm. Giao của 2 đoạn trên là vị trí điểm 1 cần xác định. Các điểm khác cũng làm tương tự và chuyển được các điểm của lưới đo vẽ lên bản vẽ theo tọa độ các điểm của chúng.

3.13. Đo vẽ toàn đạc

Đo vẽ toàn đạc là dùng máy toàn đạc để đo vẽ điểm chi tiết. Điểm chi tiết là điểm địa hình và điểm địa vật.

Điểm địa vật: là điểm thể hiện vị trí của các vật trên khu vực đo vẽ như: nhà cửa, đường xá, nương rẫy...

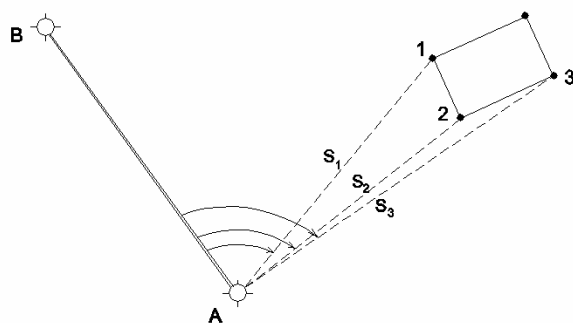
Điểm địa hình: là điểm thể hiện dáng đất của khu vực đo vẽ, đặc trưng của điểm địa hình là độ cao của điểm ngoài thực địa. Việc chuyển điểm địa hình và địa vật lên bản vẽ có thể dùng phương pháp bàn đạc hoặc toàn đạc. Tuy nhiên, hiện nay chỉ dùng phương pháp toàn đạc vì phương pháp này có thể tự động hóa trong quá trình đo vẽ.

3.13.1 Đo vẽ bình đồ địa hình bằng máy kinh vĩ quang học

Sau khi xây dựng xong lưới đo vẽ, ta tiến hành đo vẽ điểm chi tiết. Trình tự đo được tiến hành như sau:

- Đặt máy tại A (điểm của lưới đo vẽ) định tâm, cân máy định hướng máy. Việc định hướng máy được tiến hành như sau:

Đặt bàn độ ở $0^{\circ}00'$ (cố định bàn độ) quay máy đến ngắm B (điểm của lưới đo vẽ). Mở các ốc hãm bàn độ quay máy ngắm về 1 (điểm chi tiết) (H.3.32) đọc số ở bàn độ nằm được góc β_1 , được khoảng cách S_1 , đọc số bàn độ đứng được góc V_1 , đọc số chỉ ở dây chỉ giữa λ kết quả ghi vào sổ đo chi tiết (bảng 3.9)



Hình 3.32

Chú ý rằng sau khi cân bằng và định tâm máy phải đo chiều cao máy, biết độ cao điểm đặt máy ghi vào sổ đo.

Sau khi ngắm 1, ta ngắm 2 trình tự đo vẽ được tiến hành như trên và đo được các đại lượng đo cần thiết β_2 , S_2 , V_2 ...

Mẫu sổ đo chi tiết bằng máy kinh vĩ

Ngày 20/1/2003

Người đo: Lê Tuấn Anh

Trạm đo A

Người ghi: Trần Lâm

Điểm định hướng B

Người vẽ sơ đồ: Hoàng Vũ

Độ cao điểm trạm đo: $H_A = 10,0m$

Chiều cao máy: $i = 1,45m$ Người kiểm tra: Lê Việt Anh

Bảng 3.9

Điểm mia	Góc ngang β_i	Góc ngiên V	Khoảng cách ngang	Số đọc chỉ giữa	Chênh cao	Độ cao	Ghi chú
1	2	3	4	5	6	7	8
1	40 ⁰ 10'	+0 ⁰ 31'	125,28	1,40	1,18	11,18	Góc nhà
2	50 ⁰ 20'	-0 ⁰ 36'	124,50				Góc nhà
-	-	-	-	-	-	-	-

Ghi chú: trường hợp 2 điểm chi tiết có độ cao tương đương không cần phải tính độ cao điểm thứ 2. Góc nghiêng nhỏ hơn 3° không cần đọc góc nghiêng nữa.

Cứ tiến hành như vậy đo các điểm địa vật và địa hình xung quanh trạm máy. Khoảng cách tối đa từ máy đến mia tùy thuộc vào tỷ lệ bình đồ (bảng 3.10)

Bảng 3.10

Tỷ lệ bình đồ	Khoảng cao điểm cơ bản (m)	Khoảng cách lớn nhất giữa các điểm mia khi đo vẽ dáng đất (m)	Khoảng cách lớn nhất từ máy đến mia (m)	
			Dáng đất	Địa vật
1:500	1,0	30	150	60
1:1000	1,0	30	200	80
1:2000	2,0	50	250	100
1:5000	2,0	120	350	150

*** Một số điểm cần lưu ý khi đo vẽ điểm địa vật và địa hình:**

Đối với điểm địa vật:

Khi đo vẽ điểm địa vật có dạng đường thẳng.

Ví dụ: Cản biểu thị một con đường.

Nếu con đường đó được biểu thị bằng 1 nét khi điểm dựng mia là tim đường.

Nếu con đường đó được biểu thị bằng 2 nét ta có thể dựng mia tại 1 mép đường và đo chiều rộng đường. Cũng có thể dựng mia tại 2 mép đường theo kiểu so le và nối các điểm cùng một mép đường với nhau, cách này có độ chính xác cao hơn. Vì vậy khi đo vẽ ở tỷ lệ 1:200 hoặc 1:500 nhất thiết phải dựng theo cách này.

Nếu là đường cong phải dựng mia tại các điểm mà ở đó hướng của nó thay đổi, mật độ điểm mia phụ thuộc vào tỷ lệ bình đồ và độ cong của đường.

Đối với địa hình:

Đối với vùng vùng đồi núi, điểm dựng mia để đo vẽ địa hình là những điểm tại đó thay đổi độ cao, đó là các điểm đặc trưng của địa hình như: chân đồi, sườn đồi, đỉnh đồi, yên ngựa.

Đối với vùng đồng bằng các điểm dựng mia được trải đều trên khu vực. Mật độ điểm tùy thuộc vào tỷ lệ bình đồ được quy định rõ trong quy phạm. Dựa vào các điểm độ cao đó người ta kéo được các đường bình độ.

Theo kết quả đo người ta có thể chuyển các điểm chi tiết lên bản vẽ nhờ vào các dụng cụ: thước đo góc, thước thẳng theo tỷ lệ bình đồ. Kích thước của vật được biểu thị trên bình đồ tùy theo tỷ lệ bình đồ.

3.13.2. Đo vẽ bình đồ địa hình bằng máy toàn đạc điện tử:

1. Đặc điểm máy toàn đạc điện tử

Máy toàn đạc điện tử (Electric total Station) cho phép giải quyết nhiều bài toán trong trắc địa địa hình, địa chính, trắc địa công trình. Ở đây chỉ trình bày các vấn đề liên quan đến việc đo vẽ bình đồ, bản đồ tỷ lệ lớn.

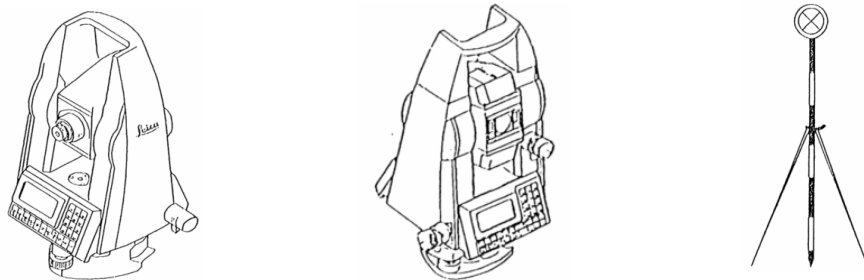
Cấu tạo của máy toàn đạc điện tử là sự ghép nối giữa các thiết bị chính là máy đo xa điện tử EDM và bộ vi xử lý CPU (Central Processing Unit). Như ta biết đặc trưng cơ bản của thước EDM là xác định khoảng cách nghiêng D từ điểm đặt máy đến gương phản xạ (điểm chi tiết). Còn đối với việc đo góc là xác định ngang β và góc nghiêng V , bộ vi xử lý CPU cho phép nhập các dữ liệu như hằng số gương, số liệu khí tượng môi trường đo (nhiệt độ, áp suất), tọa độ, độ cao (xyH) của trạm máy và điểm định hướng, chiều cao máy, chiều cao gương... Nhờ sự trợ giúp của các phần mềm cài đặt trong CPU mà các dữ liệu trên cho ta các số liệu tọa độ và độ cao điểm chi tiết, số liệu này có khi được hiển thị trên màn hình trong bộ nhớ.

2. Quy trình đo chi tiết và xử lý số liệu trạm đo của máy toàn đạc điện tử

Khác với đo chi tiết bằng máy kinh vĩ quang học, khi dùng máy toàn đạc điện tử thì toàn bộ ghi chép và xử lý số liệu được tự động hóa hoàn toàn. Tùy theo từng loại máy mà quy trình đo và xử lý số liệu có những điểm khác nhau.

a) Công tác chuẩn bị máy móc và thiết bị:

Tại một trạm đo cần có 1 máy toàn đạc điện tử, một bộ nhiệt kế, 1 áp kế, 1 thước kép 2 m để đo chiều cao máy và chiều cao gương. Để đảm bảo độ chính xác tại điểm định hướng phải có giá 3 chân gắn bảng ngắm hoặc gương phải xạ với bộ cân bằng dọi tâm quang học. Tại các điểm chi tiết có thể dùng gương sào (hình 3.33)



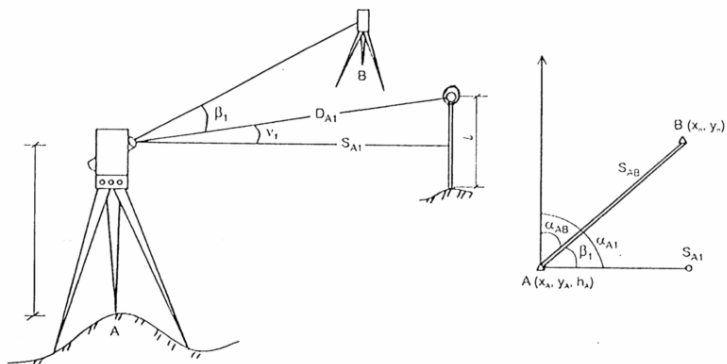
Hình 3.33

Các máy móc, thiết bị trước khi đo phải được kiểm nghiệm và điều chỉnh theo các mục chỉ dẫn trong lý lịch máy.

b) Trình tự đo:

Tại điểm B tiến hành cân và định tâm chính xác bằng ngắm (hoặc gương).

Tại A cân bằng và định tâm máy. Lắp ốc quy, mở máy và khởi động máy, kiểm tra chế độ cân bằng điện tử. Đặt chế độ đo và đơn vị đo. Đưa ống kính ngắm chính xác hướng B. Bằng các phím chức năng nhập các số liệu như hằng số gương, nhiệt độ, áp suất, tọa độ, độ cao trạm đo, tọa độ điểm định hướng, chiều cao máy, chiều cao gương, đưa trị số về hướng mở đầu $0^{\circ}00'00''$ (hình 3.34).



Hình 3.34

Quay ống kính ngắm tâm gương tại điểm chi tiết 1. Lúc này máy sẽ tự động đo và nhập dữ liệu vào CPU các trị số khoảng cách D_{A1} , góc β_1 , góc vuông góc V_1 .

Với các lệnh được thực hiện trên bàn phím, bộ xử lý CPU bằng các phần mềm tiện ích lần lượt thực hiện bài toán trắc địa thuận - ngược trong trắc địa cho ta các góc định hướng và tọa độ của điểm chi tiết.

Như vậy số liệu tọa độ không gian (xy.H) của các điểm chi tiết được CPU tự động tính toán. Số liệu này được biểu thị trên màn hình hoặc bên trong bộ nhớ trong hoặc bộ nhớ ngoài (field book).

Chương 4

TÍNH DIỆN TÍCH

4.1 CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH DIỆN TÍCH.

Khi tính diện tích cho một hình đo bất kỳ ở ngoài thực địa hoặc trên bản đồ, người ta sử dụng nhiều trị đo khác nhau. Căn cứ vào các trị đo chúng ta có các phương pháp tính diện tích như:

- Phương pháp giải tích
- Phương pháp đồ giải
- Phương pháp cơ học
- Phương pháp tổng hợp

Phương pháp giải tích để tính diện tích được thực hiện đối với các thửa đất ở ngoài thực địa trên cơ sở đo các đại lượng trực tiếp trên thực địa như chiều dài, góc nằm ngang. Người ta sử dụng các đại lượng này để tính diện tích cho các thửa đất thông qua công thức toán học ứng cho các hình cụ thể. Trong nhiều trường hợp người ta tính diện tích thông qua tọa độ vuông góc của các đỉnh đa giác khép kín.

Phương pháp giải tích là phương pháp cho độ chính xác tốt nhất, do đó thường được thường sử dụng phương pháp này để tính diện tích cho cả khu vực đo.

Phương pháp đồ giải dùng để tính diện tích cho các hình tuân theo quy luật hình học trên cơ sở đo các đại lượng đo ở trên bản đồ. Do có sai số chuyển điểm chi tiết và sai số xác định các trị đo trên bản đồ nên phương pháp này có độ chính xác không cao. Người ta dùng nó để tính diện tích cho các thửa đất trên bản đồ.

Phương pháp tổng hợp: Trong nhiều trường hợp người ta sử dụng đồng thời các đại lượng đo ở thực địa và kết hợp với các đại lượng ở trên bản đồ để tính diện tích. Phương pháp này có độ chính xác tốt hơn phương pháp đồ giải và nó được ứng dụng khi tính diện tích cho các thửa đất dài và hẹp.

Phương pháp cơ học dùng để tính diện tích cho các hình không tuân theo quy luật hình học ở trên bản đồ nhờ một dụng cụ đặc biệt là Planimeter. Dụng cụ này được chế tạo theo các cấu trúc khác nhau và độ chính xác tính diện tích cũng khác nhau nhưng thấp hơn phương pháp giải tích.

Ưu điểm của phương pháp cơ học là tính diện tích nhanh, các phép tính đơn giản, có thể sử dụng nó để tính diện tích cho những hình phức tạp như các dòng sông, ao hồ và đặc biệt có lợi cho những thửa đất không tuân theo quy luật ở những vùng đồi núi, ruộng bậc thang nhiều..

4.2 TÍNH DIỆN TÍCH BẰNG PHƯƠNG PHÁP GIẢI TÍCH.

4.1.1 Ứng dụng các công thức toán học.

Diện tích của các thửa đất tuân theo quy luật hình học được tính theo các công thức toán học.

a. Các thửa đất hình tam giác (hình 4.1).

$$P = \frac{1}{2} a.h_a = \frac{1}{2} b.h_b = \frac{1}{2} c.h_c \quad (4.1)$$

$$P = \sqrt{S(s-a)(S-b)(S-c)} \quad (4.2)$$

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$P = \frac{1}{2} a.b.\sin \gamma = \frac{1}{2} b.c.\sin \alpha = \frac{1}{2} a.c.\sin \beta \quad (4.3)$$

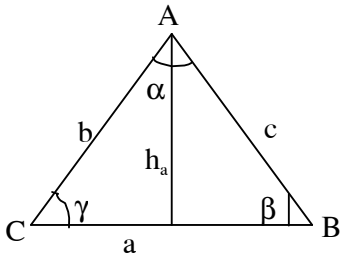
Trong đó:

- a, b, c - là các cạnh của tam giác đo ở ngoài thực địa.
- h_a, h_b, h_c - là chiều cao tam giác xuống các cạnh tương ứng.
- α, β, γ - là các góc của tam giác được đo ở thực địa.

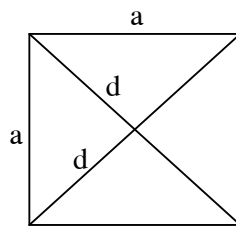
Chúng ta có thể tính diện tích của tam giác như một hàm số với các biến số là cạnh đo và hai góc kề bằng cách biến đổi công thức (4.3).

Sử dụng định lý hàm số sin có thể viết:

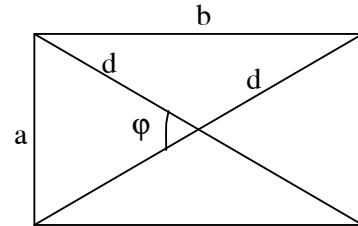
$$b = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin \beta; \quad c = \frac{b}{\sin \beta} \cdot \sin \gamma; \quad a = \frac{c}{\sin \gamma} \cdot \sin \alpha; \quad (4.4)$$



Hình 4.1



Hình 4.2



Hình 4.3

Thay (4.4) vào công thức (4.3) chúng ta sẽ nhận được:

$$P = \frac{1}{2} \frac{a^2 \sin \beta \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} \frac{b^2 \sin \alpha \cdot \sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{1}{2} \frac{c^2 \sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin \gamma} \quad (4.5)$$

Công thức (4.5) có thể biến đổi tiếp:

$$\frac{\sin \beta \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{1}{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta \cdot \sin \gamma}} = \frac{1}{\frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \beta \cdot \sin \gamma}} = \frac{1}{\frac{\sin \beta \cdot \cos \gamma + \cos \beta \cdot \sin \gamma}{\sin \beta \cdot \sin \gamma}} = \frac{1}{\cot g \beta + \cot g \gamma}$$

Bằng cách chứng minh tương tự ta có:

$$\frac{\sin \alpha \cdot \sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{1}{\cot g \alpha + \cot g \gamma}$$

$$\frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{1}{\cot g \alpha + \cot g \beta}$$

Thay các đại lượng vừa chứng minh vào công thức (4.5) chúng ta xác định công thức tính diện tích của tam giác khi đo cạnh và hai góc kề:

$$P = \frac{1}{2} \frac{a^2}{(\cot g \beta + \cot g \gamma)} = \frac{b^2}{2(\cot g \alpha + \cot g \gamma)} = \frac{c^2}{2(\cot g \alpha + \cot g \beta)}$$

b. Diện tích hình vuông (Hình 4.2)

$$P = a^2;$$

$$P = \frac{d^2}{2}$$

Trong đó a là cạnh hình vuông, d là đường chéo được đo ngoài thực địa.
 c. Diện tích hình chữ nhật (Hình 4.3).

$$P = a.b$$

$$P = \frac{d^2 \sin \varphi}{2}$$

Trong đó a, b là các cạnh của hình chữ nhật, d là đường chéo, φ là góc ngang hợp bởi giữa hai đường chéo.

d. Diện tích hình bình hành. (Hình 4.4)

$$P = b.h_b = a.h_a$$

$$P = a.b.\sin \gamma$$

$$P = \frac{d_1 d_2 \sin \varphi}{2}$$

Các đại lượng a, b là các cạnh hình bình hành, h_a, h_b là chiều cao, d_1, d_2 là các đường chéo, φ là góc ngang hợp bởi các đường chéo.

e. Tính diện tích hình thang (Hình 4.5)

$$P = \frac{a+b}{2}.h$$

Trong đó a, b là hai cạnh đáy và h là chiều cao.

f. Tính diện tích tứ giác (Hình 4.6)

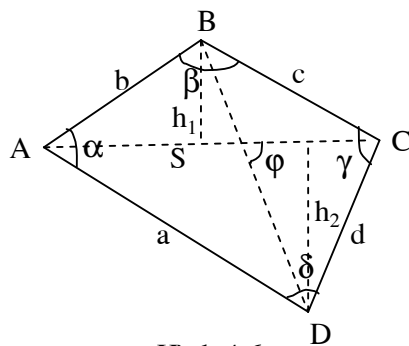
$$P = \frac{1}{2} S.(h_1 + h_2)$$

$$P = \frac{1}{2} (a.b.\sin \alpha + c.d.\sin \gamma) = \frac{1}{2} (b.c.\sin \beta + a.d.\sin \delta)$$

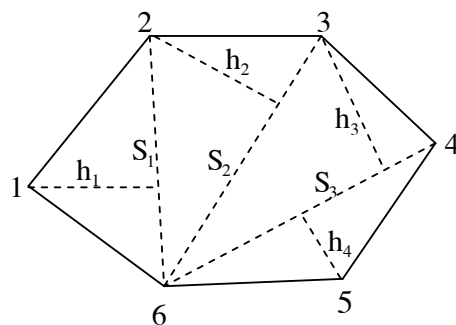
Trong đó: a, b, c, d là các cạnh tứ giác được đo ở ngoài thực địa.

h_1, h_2 là chiều cao vuông góc đường S.

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ là góc đo ở đỉnh tứ giác.



Hình 4.6



Hình 4.7

g. Tính diện tích đa giác (Hình 4.7)

Đa giác n cạnh có thể kẻ n-3 đường chéo và được chia thành n-2 tam giác.

Các đường chéo này đo ở thực địa và ký hiệu các đường tương ứng là $S_1, S_2, \dots, S_n$. Chiều cao tương ứng xuống các đường này là $h_1, h_2, \dots, h_n$. Diện tích của hình đa giác với n cạnh sẽ được tính theo công thức:

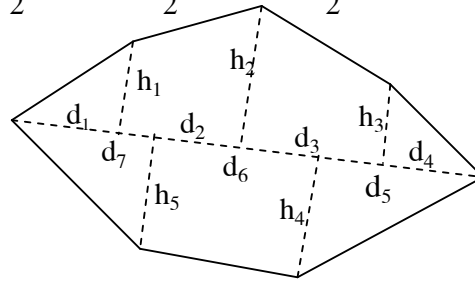
$$P = \frac{1}{2}(S_1.h_1 + S_2.h_2 + \dots + S_n.h_n) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n S_i.h_i$$

Đa giác cũng có thể phân chia thành các hình thang tương ứng (Hình 4.8) bằng cách hạ các đường cao từ đỉnh xuống đường chéo dài nhất. Diện tích của đa giác sẽ bằng tổng diện tích của các hình thang.

Đối với các tam giác ở hai đầu đường chéo được coi là hình thang có một đáy bằng không, do đó có thể viết:

$$P = \frac{0+h_1}{2} \cdot d_1 + \frac{h_1+h_2}{2} \cdot d_2 + \frac{h_2+h_3}{2} \cdot d_3 + \frac{h_3+0}{2} \cdot d_4 + \frac{0+h_4}{2} \cdot d_5 + \frac{h_4+h_5}{2} \cdot d_6 + \frac{h_5+0}{2} \cdot d_7$$

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (h_{i-1} + h_i) \cdot d_i$$



Hình 4.8

Để có thể sử dụng công thức trên, khi tính diện tích bằng phương pháp giải tích cần sử dụng các đại lượng đo trực tiếp ở ngoài thực địa. Mặc dù diện tích tính được sẽ có độ chính xác rất tốt, nhưng phương pháp này ít được sử dụng trong thực tế sản xuất vì mất nhiều công ngoại nghiệp.

4.2.2 Tính diện tích theo tọa độ vuông góc.

Nếu một hình đa giác bất kỳ biết tọa độ vuông góc ở các đỉnh người ta sử dụng phương pháp giải tích để tính diện tích. Phương pháp này có độ chính xác cao, do đó nó được sử dụng rộng rãi trong sản xuất.

Giả sử cần tính diện tích của hình 1-2-3-4-5 theo tọa độ đã biết của các đỉnh $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, x_5, y_5$ (Hình 4.9).

Diện tích hình 1-2-3-4-5 ký hiệu là P sẽ bằng tổng và hiệu số của diện tích của 5 hình thang:

$$P = Py_11y_2 + Py_223y_1 + Py_334y_4 - Py_554y_4 - Py_115y_5$$

$$2P = (x_1+x_2)(y_2-y_1) + (x_2+x_3)(y_3-y_2) + (x_3+x_4)(y_4-y_3) -$$

$$-(x_4+x_5)(y_4-y_5) - (x_5+x_1)(y_5-y_1) \quad (1)$$

Biến đổi phương trình (1) và đưa x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ra ngoài ngoặc đơn ta có:

$$2P = x_1(y_2-y_5) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_4-y_2) + x_4(y_5-y_3) + x_5(y_1-y_4)$$

Viết dưới dạng tổng quát và mở rộng cho đa giác n đỉnh sẽ có:

$$2P = \sum_{k=1}^n x_k (y_{k+1} - y_{k-1}) \quad (4.6)$$

Trong công thức (4.6) nếu thay đổi chỉ số k bằng n thì $k+1$ sẽ là điểm đầu tiên (điểm 1).

Sau khi biến đổi phương trình (1) và lần lượt rút y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 ra ngoài ngoặc đơn sẽ có:

$$-2P = y_1(x_2-x_5) + y_2(x_3-x_1) + y_3(x_4-x_2) + y_4(x_5-x_3) + y_5(x_1-x_4)$$

Thay chỉ số k từ 1 đến n ta có thể viết dưới dạng tổng quát:

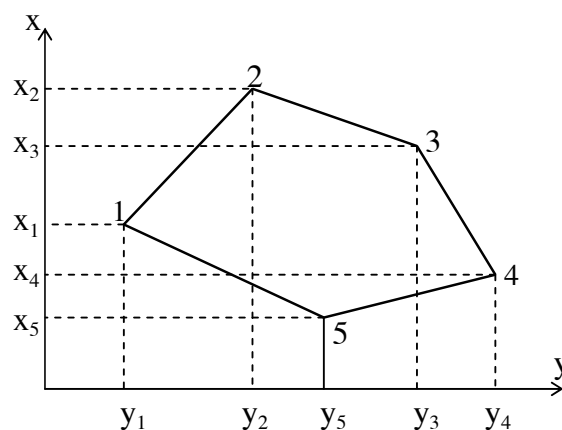
$$-2P = \sum_{k=1}^n y_k (x_{k+1} - x_{k-1}) \quad (4.7)$$

Để kiểm tra việc tính người ta tính hiệu số $y_{k+1} - y_{k-1}$ và $x_{k+1} - x_{k-1}$ với điều kiện là tổng số gia tọa độ luôn bằng 0 nghĩa là:

$$\sum_{k=1}^n (x_{k+1} - x_{k-1}) = 0$$

$$\sum_{k=1}^n (y_{k+1} - y_{k-1}) = 0$$

Thí dụ tính diện tích đa giác gồm 6 điểm được thể hiện ở bảng 4.1.



Hình 4.9

Bảng 4.1 Tính diện tích theo tọa độ.

STT	Tọa độ		Hiệu số tọa độ	
	Y	X	$y_{k+1} - y_{k-1}$	$x_{k+1} - x_{k-1}$
1	1204,75	2750,34	+40,32	+318,05
2	1315,13	2936,22	+287,66	+96,94
3	1492,41	2847,28	+192,74	-352,80
4	1507,87	2583,42	-91,24	-286,07
5	1041,17	2561,21	-233,06	+34,75
6	1274,81	2618,17	-196,42	+189,13
			+520,72	+638,87
			-520,72	-638,87
			0,00	0,00
			2P = 157423,7064	2P = 157423,7064
			P = 78712m ²	P = 78712m ²

Trong thực tế nếu sử dụng máy tính cá nhân có thể thực hiện phép tính liên hoàn theo sơ đồ sau đây:

$\sum_{k=1}^n (y_{k+1} - y_{k-1})x_K$		
STT	Toạ độ	
	y	x
1	y ₆	x ₁
2	y ₁	x ₂
3	y ₂	x ₃
4	y ₃	x ₄
5	y ₄	x ₅
6	y ₅	x ₆
	y ₆	x ₆
	y ₁	x ₁

$\sum_{k=1}^n (x_{k+1} - x_{k-1})y_K$		
STT	Toạ độ	
	y	x
1	y ₁	x ₆
2	y ₂	x ₁
3	y ₃	x ₂
4	y ₄	x ₃
5	y ₅	x ₄
6	y ₆	x ₅
	y ₁	x ₆
	y ₂	x ₁

4.2.3 Tính diện tích theo phương pháp tọa độ cực.

Nếu biết tọa độ cực của hình 1-2-3-4 là $\alpha_1, S_1, \alpha_2, S_2, \alpha_3, S_3, \alpha_4, S_4$ (hình 4.10) thì diện tích hình 1-2-3-4 (Ký hiệu P) sẽ được tính như sau:

$$2P = S_1 S_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) + S_2 S_3 \sin(\alpha_3 - \alpha_2) + S_3 S_4 \sin(\alpha_4 - \alpha_3) - S_1 S_4 \sin(\alpha_4 - \alpha_1) \quad (4.8)$$

Vì $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ nên công thức (4.8) có thể viết:

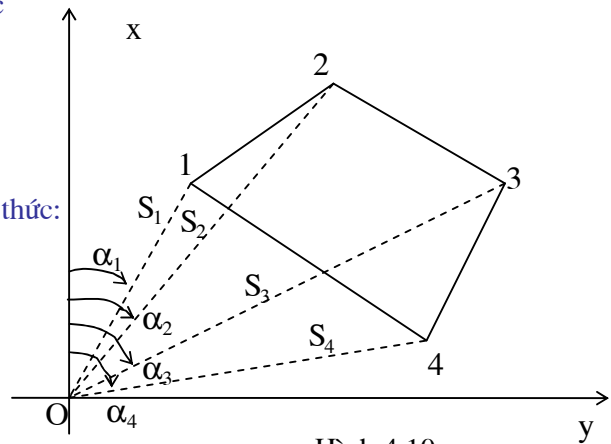
$$2P = S_1 S_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) + S_2 S_3 \sin(\alpha_3 - \alpha_2) + S_3 S_4 \sin(\alpha_4 - \alpha_3) + S_1 S_4 \sin(\alpha_1 - \alpha_4) \quad (4.9)$$

Khi đa giác có n cạnh sẽ viết được công thức tổng quát có dạng:

$$2P = \sum_{i=1}^n S_i \cdot S_{i+1} \cdot \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_{i-1}) \quad (4.10)$$

Để kiểm tra việc tính ta sử dụng công thức:

$$\sum_{i=1}^n (\alpha_{i+1} - \alpha_i) = 0$$



Hình 4.10

4.3 TÍNH DIỆN TÍCH BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐỒ GIẢI.

Tính diện tích bằng phương pháp đồ giải được thực hiện bằng các kết quả đo trực tiếp ở trên bản đồ nhờ compa và thước tỷ lệ xiên.

Với các kết quả đo được người ta ứng dụng các công thức toán học đã trình bày ở phần trước để tính diện tích của hình đo.

Do bản đồ bị co giãn trong quá trình sử dụng, bởi vậy khi tính diện tích trên bản đồ bằng phương pháp đồ giải hoặc phương pháp cơ học cần thiết phải tính đến ảnh hưởng độ co giãn của bản đồ đến các kết quả đo.

Độ co giãn của bản đồ xác định bằng phương pháp đo trực tiếp kích thước lưới ô vuông. Thông thường trên bản đồ địa chính lưới ô vuông có cạnh là 10cm, gọi a' và b' là kích thước của lưới ô vuông trên bản đồ tại thời điểm tính diện tích.

Khi đó độ co giãn dọc và ngang theo các hướng của trục tọa độ sẽ là:

$$p\% = \frac{a - a'}{a} \cdot 100\%$$

$$q\% = \frac{b - b'}{b} \cdot 100\%$$

Và hệ số co giãn diện tích là:

$$\Delta p\% = p\% + q\%$$

Hệ số co giãn theo một hướng bất kỳ trên bản đồ là $k\%$ thì:

$$k\% = p\% \sin^2 \alpha + q\% \cos^2 \alpha$$

Trong đó: $k\%$ - hệ số co giãn trên hướng bất kỳ

$p\%$ - hệ số co giãn trên hướng tọa độ x

$q\%$ - hệ số co giãn trên hướng tọa độ y

α - góc hợp bởi giữa đường thẳng đã cho với cạnh khung tọa độ theo

trục x.

Giả sử đo một cạnh AB trên bản đồ là l' , cần tính chiều dài đúng của đoạn thẳng AB là l khi bản đồ có hệ số co giãn là $k\%$.

$$l = l' \left(1 + \frac{k\%}{100} \right)$$

Giả sử đo diện tích hình ABCD trên bản đồ là P' , cần tính diện tích đúng của nó là P khi bản đồ có hệ số co giãn là Δp .

$$P = P' \left(1 + \frac{\Delta p\%}{100} \right)$$

Khi ứng dụng phương pháp đồ giải để tính diện tích cho các hình thì độ chính xác của kết quả tính sẽ thấp hơn phương pháp đồ giải. Bởi vì các đại lượng đo trên bản đồ ngoài việc chịu ảnh hưởng của sai số chuyển điểm khi đo vẽ mà còn chịu ảnh hưởng của sai số đo chiều dài và sai số do bản đồ bị co giãn. Các sai số kể trên là nguyên nhân ảnh hưởng trực tiếp đến độ chính xác tính diện tích.

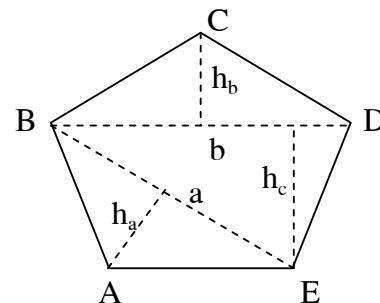
Tuy nhiên theo quy phạm hiện hành cho phép dùng phương pháp đồ giải để tính diện tích các hình trên bản đồ địa chính tỷ lệ 1:1000, 1:2000, và 1:5000.

Đối với bản đồ địa chính tỷ lệ 1:10.000 và 1:25.000 thành lập cho vùng đồi núi khi yêu cầu độ chính xác không cao được phép ứng dụng phương pháp cơ học (dùng máy tính diện tích Planimetr) để tính diện tích. Dưới đây sẽ giới thiệu một số cách tính diện tích bằng phương pháp đồ giải.

4.3.1 Phương pháp chia hình cơ bản.

Giả sử cần tính diện tích của hình ABCDE (hình 4.11), người ta chia hình đó ra thành các hình tam giác. Đo cạnh đáy a, b và chiều cao h_a, h_b, h_c , trên bản đồ.

Diện tích đa giác được tính bằng công thức:



Hình 4.11

$$P = \frac{1}{2}a.h_a + \frac{1}{2}b.h_b + \frac{1}{2}c.h_c$$

$$P = \frac{1}{2}[a.h_a + b(h_b + h_c)] \quad (4.11)$$

Trong phương pháp này cần lưu ý phải tính diện tích hình ABCDE lần thứ hai bằng cách chia đa giác thành các tam giác độc lập không phụ thuộc.

Chênh lệch diện tích giữa hai lần tính không được vượt quá giới hạn cho phép tính theo công thức:

$$\Delta p = P_1 - P_2 \leq \Delta p_{cp}$$

$$\Delta p_{cp} = \frac{0,04.M}{100} \cdot \sqrt{P} \quad (4.12)$$

Trong đó:

P_1 – diện tích đa giác ABCDE lần tính thứ nhất.

P_2 – diện tích đa giác ABCDE lần tính thứ hai.

M - Mẫu số tỷ lệ bản đồ

P – diện tích đa giác ABCDE tính bằng m².

Nếu chênh lệch giữa hai lần tính nhỏ hơn sai số giới hạn cho phép theo công thức (4.12) thì lấy số trung bình cộng của hai lần đo làm kết quả chính xác.

4.3.2 Phương pháp tính bằng phim kẻ ô vuông.

Trong nhiều trường hợp thửa đất trên bản đồ không tuân theo quy luật hình học người ta sử dụng phim ô vuông để tính diện tích.

Phim ô vuông là một phim nhựa trong suốt mà trên đó người ta in lưới ô vuông có kích thước 1mmx1mm, 2mmx2mm hoặc 5mmx5mm.

Để xác định diện tích của một hình nào đó người ta đặt tấm phim ô vuông lên trên hình đo (hình 4.12). Đếm số ô vuông chứa nằm trong hình và ước lượng đếm số ô vuông lẻ nằm đường biên. Theo tỷ lệ bản đồ và kích thước ô vuông ta biết diện tích thực tế tương ứng với diện tích của mỗi ô vuông. Đem hệ số này nhân với số ô vuông nằm trong hình đếm được sẽ có diện tích của hình cần đo tương ứng ngoài thực địa.

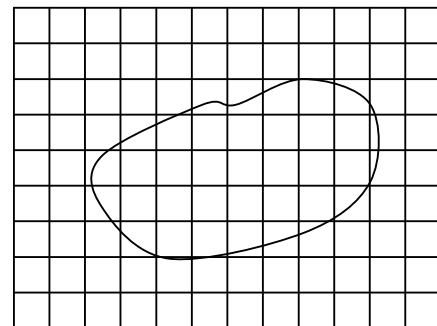
Trong cách tính diện tích này diện tích hình đo cũng được tính hai lần, nếu chênh lệch giữa hai lần đo không vượt quá sai số giới hạn theo công thức (4.12) thì lấy giá trị trung bình của hai lần tính làm kết quả cuối cùng.

Ví dụ: Đo diện tích hình cong khép kín trên bản đồ tỷ lệ 1:1000 được 54 ô vuông kích thước 1mmx1mm ta làm như sau: 1 ô vuông có cạnh 1mm thì diện tích ô vuông 1mm² tương ứng với thực địa là:

$$1\text{mm} \times 1\text{mm} = 1\text{m}^2.$$

$$\text{Diện tích hình đo là } 54 \times 1\text{m}^2 = 54\text{m}^2.$$

Sự tương ứng giữa diện tích ô vuông, tỷ lệ bản đồ và diện tích tương ứng ngoài thực địa được thể hiện ở bảng 4.2.



Hình 4.12

Bảng 4.2 Mối quan hệ giữa diện tích ô vuông với diện tích thực tế ngoài thực địa theo tỷ lệ bản đồ.

Kích thước ô vuông trên phim (mm)	Diện tích ô vuông trên phim (mm ²)	Diện tích ngoài thực địa (m ²)				
		1:1000	1: 2000	1:5000	1:10.000	1:25.000
1x1	1	1	4	25	100	625
2x2	4	4	16	100	400	2500
5x5	25	25	100	625	2500	15625

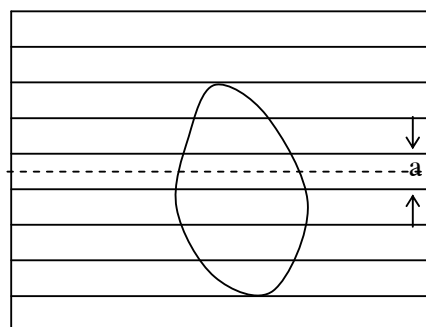
4.3.3 Phương pháp tính diện tích bằng phim kẻ đường song song.

Trên tấm phim trong suốt hoặc trên giấy can, người ta kẻ các đường thẳng song song cách đều nhau một khoảng là a (hình 4.13). Để xác định diện tích của một hình đa giác trên bản đồ người ta đặt tấm phim lên hình đó và di chuyển tấm phim sao cho hình đa giác nằm giữa các đường thẳng song song. Làm như vậy đường biên của đa giác sẽ cắt các đường song song tạo thành các hình thang có các đáy là các đường song song cách đều nhau một khoảng là a và ký hiệu độ dài của các đường trung bình là $S_1, S_2, \dots, S_n$. Diện tích hình đa giác sẽ là:

$$P = a.S_1 + a.S_2 + \dots + a.S_n$$

$$P = a(S_1 + S_2 + \dots + S_n) = a.\Sigma S$$

Trong phương pháp tính này hình đa giác sẽ được đo ở hai lần riêng biệt, độ chênh lệch giữa hai lần tính không được vượt quá sai số cho phép tính theo công thức (4.12) thì giá trị trung bình sẽ là kết quả cuối cùng của hình đo.



Hình 4.13

4.4. TÍNH DIỆN TÍCH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CƠ HỌC.

Phương pháp cơ học là một phương pháp để xác định diện tích rất có hiệu quả cho các hình không tuân theo quy luật hình học như ao, hồ, sông thậm chí các thửa đất không có quy luật ở các vùng đất dốc, bậc thang.

Phương pháp này được thực hiện bằng một dụng cụ gọi là Planimetr. Có rất nhiều chủng loại máy đo diện tích nhưng phổ biến nhất hiện nay là máy đo diện tích một cực.

4.4.1 Cấu tạo máy đo diện tích.

Máy có thanh cực R_1 và thanh quay R , ở một đầu của thanh cực có một quả nặng O , phía dưới quả nặng là một kim nhọn để ghim chặt trên bản đồ làm điểm cực của máy. Ở đầu kia của thanh cực có một trụ ngắn a , đầu trụ này là quả cầu nhỏ.

Khi đặt trụ có quả cầu nhỏ này vào lỗ tròn trên bộ phận phụ gắn với thanh quay sẽ tạo nên khớp nối giữa hai thanh tại a . Chiều dài của thanh quay là khoảng cách từ kim dẫn b ở đầu thanh quay đến khớp nối a .

Bộ phận quan trọng nhất của máy đo diện tích là bộ phận cơ học (hình 4.14).

Bộ phận tính cơ học gồm có con lăn đọc số, du xích và mặt số. Con lăn đọc số liên hệ với mặt số thông qua vít chuyển động gắn chặt với con lăn đọc số.

Vành con lăn đọc số có đường kính là d . Bề mặt của con lăn này được chia làm 100 khoảng nhỏ bằng nhau và cứ 10 khoảng nhỏ này lại được ghi số. Số ghi từ 0 đến 9.

Một phần mười của khoảng chia nhỏ trên bề mặt con lăn được gọi là vạch chia của máy đo diện tích. Như thế vạch chia của máy đo diện tích bằng $1:1000$ của bề mặt con lăn đọc số.

Trị số vạch chia được xác định theo công thức:

$$\tau = \frac{\pi \cdot d}{1.000} \quad (4.13)$$

Ở đây:

d - đường kính của vành con lăn đọc số.

Khi mặt số quay được một vòng thì con lăn đọc số quay được 10 vòng và như thế đã quay được 10.000 vạch chia.

Số đọc trên bộ phận tính cơ học gồm 4 số đọc: Số đọc thứ nhất là số đọc hàng nghìn vạch chia đọc trên mặt số, số đọc thứ hai và thứ ba là số đọc hàng trăm và hàng chục vạch chia đọc trên mặt con lăn đọc số, số đọc thứ tư là hàng đơn vị vạch chia đọc trên du xích nằm bên trái con lăn đọc số.

Trên hình 4.15, số đọc là 2784.

4.3.2. Sử dụng máy đo diện tích.

Để xác định diện tích của một khu vực trên bình đồ hoặc trên bản đồ, người ta làm như sau:

Đặt điểm cực của máy ở ngoài đường bao của khu vực cần xác định diện tích. Khi chọn điểm để đặt điểm cực cần chọn sao cho kim b chạy được trên đường bao, đồng thời phải giữ cho thanh cực và thanh quay không tạo với nhau thành góc nhọn nhỏ hơn 30° hoặc thành góc tù lớn hơn 150° . Đặt đầu kim dẫn b vào điểm bất kỳ trên đường bao của khu vực cần xác định diện tích, đọc số đọc toàn bộ trên bộ phận tính của máy, số đọc này là u_1 . Sau đó dùng hai ngón tay cầm tay nắm F di chuyển kim b theo chiều kim đồng hồ dọc theo đường bao của khu vực đo. Khi kim b trở lại vị trí ban đầu, đọc số đọc trên bộ phận tính, số đọc này là u_2 .

Khi điểm cực của máy đặt ngoài khu vực cần xác định diện tích, thì diện tích của khu vực S sẽ được tính theo công thức:

$$S = p \cdot (u_2 - u_1) \quad (4.14)$$

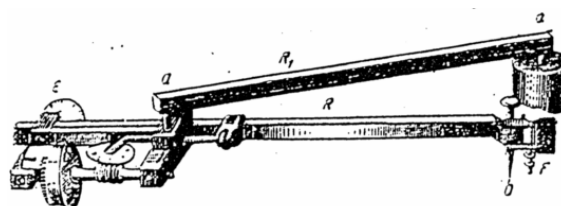
Trong công thức (4.14) đối với mỗi độ dài nhất định của thanh quay R , thì trị số p là một hằng số, gọi là giá trị vạch chia của máy đo diện tích.

Nếu số đọc thứ hai là u_2 nhỏ hơn số đọc thứ nhất u_1 , thì cần cộng thêm 10.000 hoặc bội số của 10.000 tùy theo số lần quay của mặt số.

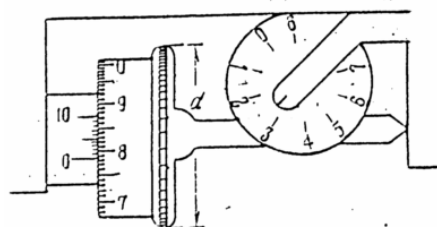
Giá trị vạch chia của máy đo diện tích là diện tích tương ứng với một vạch chia của máy.

Giá trị vạch chia của máy đo diện tích được xác định theo công thức:

$$p = R \cdot \tau \quad (4.15)$$



Hình 4.14



Hình 4.15

Trường hợp khu vực đo lớn, điểm cực phải đặt ở trong khu vực, thì diện tích của khu vực đo là S sẽ được tính theo công thức:

$$S = p(u_2 - u_1 + u_0) \quad (4.16)$$

Trong công thức (4.16) thì p là giá trị vạch chia của máy đo diện tích, còn u_0 là hằng số của máy đo diện tích.

4.4.3. Xác định giá trị vạch chia và hằng số của máy đo diện tích.

a. Xác định giá trị vạch chia của máy đo diện tích.

Như đã biết, giá trị vạch chia của máy đo diện tích là diện tích tương ứng với một vạch chia của máy. Theo công thức (4.15) thì để xác định giá trị vạch chia của máy đo diện tích, cần biết đường kính của vành con lăn đọc số là d để tính được trị số vạch chia τ , và cần biết chiều dài của thanh quay R.

Thí dụ, chiều dài của thanh quay R là 150mm, đường kính của con lăn đọc số d = 19mm thì theo công thức (4.13) có:

$$\tau = \frac{3,14.19}{1000} \approx 0,06mm$$



Hình 4.16

Và giá trị vạch chia của máy đo diện tích:

$$p = 150. 0.06 = 9mm^2 \approx 0.01cm^2$$

Về ý nghĩa hình học thì giá trị vạch chia của máy đo diện tích là diện tích của hình chữ nhật có chiều dài là chiều dài thanh quay R và chiều rộng là trị số vạch chia τ . (Hình 4.16)

Giá trị vạch chia của máy đo diện tích được biểu thị bằng mm^2 hoặc cm^2 trên bình đồ gọi là giá trị vạch chia tuyệt đối.

Còn giá trị vạch chia của máy được biểu thị bằng hecta hoặc km^2 ở thực địa gọi là giá trị vạch chia tương đối của máy đo diện tích.

Giá trị vạch chia tương đối của máy đo diện tích được xác định theo công thức:

$$p = R.M.\tau.M = R.\tau.M^2 \quad (4.17)$$

Trong công thức (4.17) thì M là mẫu số tỷ lệ bản đồ.

Thí dụ, bình đồ có tỷ lệ 1:10.000 thì $p = 150mm \times 0,06mm \times 10.000^2 = 0,09ha$.

Để xác định trị số vạch chia τ theo công thức (4.13), cần phải đo đường kính d của vành con lăn đọc số đến ba hoặc bốn chữ số có nghĩa, điều đó rất khó khăn. Do đó có thể xác định giá trị vạch chia của máy đo diện tích, người ta làm như sau:

Trên giấy vẽ, theo một tỷ lệ nào đó, vẽ một hình vuông, chiều dài cạnh hình vuông đã biết trước. Đặt cực của máy đo diện tích ở ngoài hình vuông và đặt kim đo của máy ở một điểm nào đó trên cạnh hình vuông. Tiến hành đo diện tích của hình vuông này, số đọc lần thứ nhất là u_1 , số đọc lần thứ hai là u_2 .

Theo công thức (4.14) có thể tìm được giá trị vạch chia của máy đo diện tích.

$$p = \frac{S}{u_2 - u_1} \quad (4.18)$$

Trong đó S là diện tích của hình vuông, có thể tính được nhờ biết chiều dài cạnh của hình vuông đó.

Nếu diện tích của hình vuông được biểu thị bằng cm^2 ở trên bình đồ thì sẽ có được giá trị vạch chia tuyệt đối, còn nếu diện tích hình vuông được biểu thị bằng ha ở thực địa thì sẽ có được giá trị vạch chia tương đối của máy đo diện tích.

Thí dụ, cạnh hình vuông có chiều dài là 10cm, số đọc trên máy tính diện tích lần thứ nhất là $u_1 = 3826$, số đọc lần thứ hai là $u_2 = 4738$. Tính giá trị vạch chia của máy đo diện tích theo công thức (4.18) sẽ được:

$$p = \frac{100\text{cm}^2}{4738 - 3826} = \frac{100\text{cm}^2}{912} = 0,1096\text{cm}^2$$

b. Xác định hằng số u_c của máy đo diện tích.

Từ công thức (4.16):

$$S = p(u_2 - u_1 + u_c)$$

Nhận thấy rằng khi $u_2 - u_1 = 0$ nghĩa là $u_2 = u_1$ thì:

$$S = u_c \cdot p = C \quad (4.19)$$

Điều này chỉ có thể xảy ra khi trong quá trình kim dẫn b di chuyển trên đường bao của khu vực đo, con lăn đọc số không quay mà chỉ trượt trên giấy. Đường bao như thế chỉ có thể là đường tròn, nếu cực của máy đo diện tích đặt ở tâm đường tròn, còn thanh quay được đặt sao cho để mặt phẳng của vành con lăn đọc số K đi qua điểm cực (hình 4.17). ở vị trí như thế của máy đo diện tích, kim dẫn chạy dần chạy trên đường tròn sẽ không làm cho con lăn đọc số quay.

Trên hình 4.16 thì O là điểm cực; $R = ab$ là chiều dài thanh quay, $R_1 = Oa$ là chiều dài của thanh cực, $r = aK$ là khoảng cách từ khớp nối a đến bề mặt của vành con lăn đọc số với mặt giấy.

Bán kính ρ của đường tròn được xác định:

$$\rho^2 = (r + R)^2 + (R_1^2 - r^2)$$

Hay:

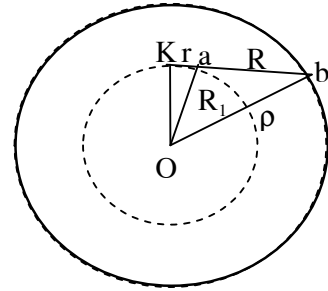
$$\rho^2 = R^2 + 2Rr + R_1^2$$

Diện tích C của hình tròn với bán kính ρ được tính theo công thức:

$$C = \pi \rho^2 = \pi (R^2 + 2Rr + R_1^2) \quad (4.20)$$

Thí dụ, khi $R = 15\text{cm}$, $R_1 = 20\text{cm}$; $r = 3\text{cm}$ thì:

$$C = 3,14(15^2 + 2.15.20 + 20^2) \approx 22450 \text{ vạch chia.}$$



Hình 4.17

Với giá trị vạch chia của máy đo diện tích là $p \approx 0,1 \text{ cm}^2$, thì từ công thức (4.19) tính được hằng số u_c :

$$u_c = \frac{C}{p} = \frac{2245}{0,1} = 22450\text{cm}^2 \quad (4.21)$$

Như thế hằng số của máy đo diện tích là số vạch chia của máy đo diện tích chứa trong diện tích C nào đó. Như trường hợp trên đây, diện tích hình tròn 2245cm^2 chứa gần 22.000 vạch chia của máy đo diện tích.

Thực tế, để xác định hằng số của máy đo diện tích u_c người ta đo hai lần diện tích của cùng một hình bất kỳ. Lần thứ nhất đặt cực của máy ở ngoài hình, có các số đọc u_1 ; u_2 . Lần thứ hai đặt cực của máy ở trong hình có các số đọc u_1' ; u_2' . Từ các công thức (4.14) và (4.16) có:

$$P = (u_2 - u_1)p = (u_2' - u_1' + u_c)p$$

Rút ra:

$$u_c = (u_2 - u_1) - (u_2' - u_1') \quad (4.22)$$

4.4.4. Kiểm nghiệm máy đo diện tích và những điều chú ý khi sử dụng máy đo diện tích.

Trước khi sử dụng máy cần kiểm nghiệm một số yêu cầu sau:

1. Con lăn đọc số của máy đo diện tích phải quay được tự do quanh trục của nó không rung.

Kiểm nghiệm bằng cách cho vành con lăn đọc số lăn trên giấy và theo dõi sự chuyển động của con lăn đọc số. Nếu thấy con lăn đọc số chưa đạt yêu cầu trên, thì điều chỉnh lại bằng các vít trên khung của con lăn.

2. Trục của con lăn đọc số phải song song với trục của thanh quay.

Trục của thanh quay là đường thẳng đi qua đầu kim dẫn b và điểm giữa của khớp nối a.

Để kiểm nghiệm người ta làm như sau:

Dùng thước kiểm tra của máy đo diện tích để vẽ một đường tròn.

Thước kiểm tra là thước kim loại (hình 4.18) ở một đầu thước có kim nhọn D để ghim chặt thước lên giấy. Trên mặt thước cứ cách 2cm có khắc một lỗ nhỏ để đặt được kim dẫn vào.

Cắm kim nhọn D lên giấy vẽ, đồng thời đặt kim dẫn của máy vào một lỗ nào đó và đánh dấu trên giấy một điểm. Đặt đầu kim dẫn vào điểm đã đánh dấu.

Lần đầu đặt bộ phận tính cơ học ở phía trái thanh cực (hình 4.19), đọc số đọc lần thứ nhất u_1 . Sau đó cho kim dẫn vẽ thành đường tròn có tâm là điểm D. Sau khi kim dẫn trở lại điểm đã đánh dấu trên giấy, đọc số đọc lần thứ hai u_2 .

Lấy hiệu số $u_2 - u_1$ sẽ được số vạch chia của máy đo diện tích ở lần đo đầu.

Tiếp theo đặt máy ở vị trí bộ phận tính cơ học ở phía bên phải thanh cực, lại đặt kim dẫn vào điểm đã đánh dấu trên giấy, đọc số đọc u_1' . Sau đó cho kim dẫn vẽ thành vòng tròn, khi kim dẫn đã trở lại điểm đánh dấu, đọc số đọc u_2' .

Lấy hiệu số $u_2' - u_1'$ sẽ được số vạch chia của máy đo diện tích ở lần đo thứ hai. Sai lệch giữa hai kết quả đo ở hai vị trí trái và phải không lớn hơn ba vạch chia, thì điều kiện trên coi như đạt được.

Trường hợp ngược lại, thì cần hiệu chỉnh máy bằng cách sử dụng các vít hiệu chỉnh ở khung của con lăn đọc số.

4.4.5. Những điều chú ý khi sử dụng máy đo diện tích.

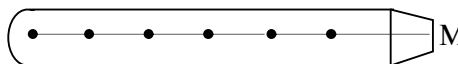
Để đạt được kết quả đo diện tích chính xác, khi sử dụng máy đo diện tích cần chú ý một số điều sau đây:

1. Khu vực cần xác định diện tích ở trên giấy phải thật bằng phẳng.
2. Nên đặt cực của máy đo diện tích ở ngoài khu vực đo, để khi tính diện tích không dùng tới hàng số của máy đo diện tích.

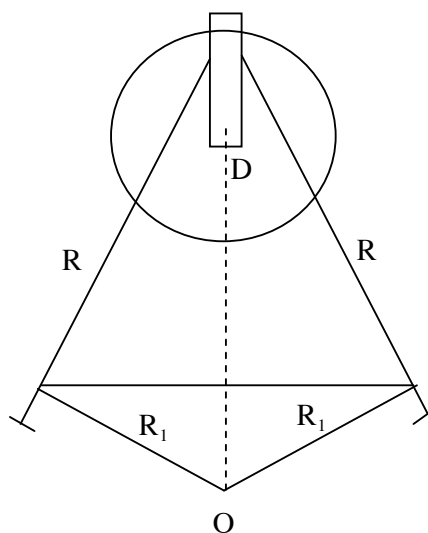
Nếu khu vực cần xác định diện tích quá lớn thì chia khu vực đó thành nhiều phần nhỏ, tiến hành đo diện tích của từng phần nhỏ một. Sau đó lấy tổng diện tích của nhiều phần nhỏ đó.

3. Chọn điểm cực hợp lý để thanh cực và thanh dẫn không tạo với nhau một góc nhỏ hơn 30° và không tạo với nhau góc lớn hơn 150° .

4. Khi di chuyển kim dẫn của máy theo đường bao của khu vực cần xác định, phải đưa kim dẫn đều tay và giữ cho kim dẫn chạy đúng trên đường bao của khu vực đó.



Hình 4.18



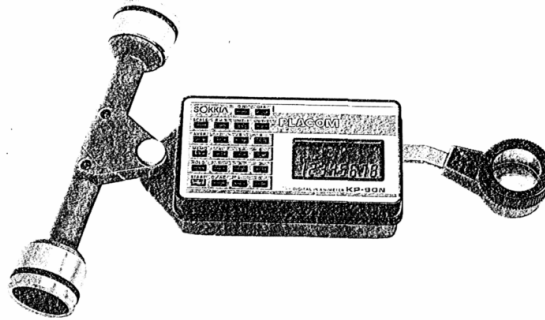
Hình 4.19

4.5. TÍNH DIỆN TÍCH BẰNG MÁY ĐO DIỆN TÍCH KP – 90N.

4.5.1. Cấu tạo máy tính diện tích KP – 90N.

Máy được cấu tạo bởi hai bộ phận chính là thân máy và trục lăn (hình 4.20).

a. Trục lăn:



Hình 4.20

Trục này có tác dụng di chuyển máy trên bản đồ, mặt ngoài của trục lăn có ma sát cao loại trừ trượt và cho phép đo chính xác trên bản đồ.

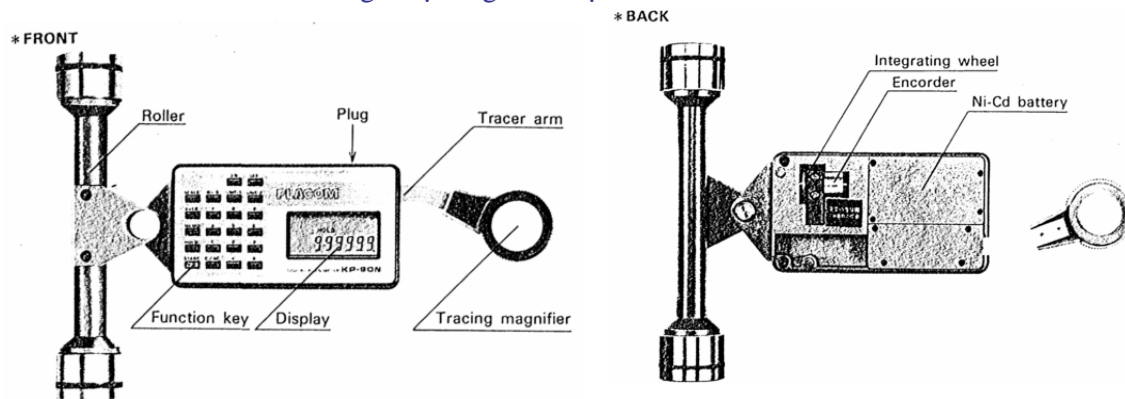
b. Thân máy:

Thân máy được liên kết với trục lăn bằng ốc nối, trên thân máy có nhiều bộ phận (hình 4.21) với các chức năng khác nhau:

- Tâm đo là một kính lúp có tác dụng phóng đại (đóng vai trò như tiêu đo).
- Màn hình: Dùng để thể hiện những thông báo các thao tác như đặt tỷ lệ, đơn vị và các kết quả đo.
- Bàn phím: Gồm nhiều các phím chức năng dùng trong quá trình đo. Bàn phím được bố trí như ở hình 4.22.

Các phím chức năng cơ bản:

- ON: Phím mở nguồn.
- OFF: Phím tắt nguồn.
- C/AC: Phím xoá các giá trị đang hiển thị trên màn hình.



Hình 4.21

- START: Phím bắt đầu đo và đo lại trong chế độ đo giá trị trung bình.
- HOLD: Phím giữ các giá trị đã đo được và chỉ có tác dụng khi đang đo.
- MEMO: Phím giữ các giá trị trong tính toán chế độ đo giá trị trung bình và cũng chỉ có tác dụng trong khi đang đo.

		ON	OFF
SCALE	R-S	UNIT 1	UNIT 2
AVER	7	8	9
MEMO	4	5	6
HOLD	1	2	3
START	C/AC	.	0

Hình 4.22

- AVER: Phím tính giá trị trung bình.
- UNIT 1: Phím chọn hệ đơn vị mét hoặc hệ đơn vị Anh.
- UNIT 2: Phím chuyển đổi đơn vị trong một hệ.

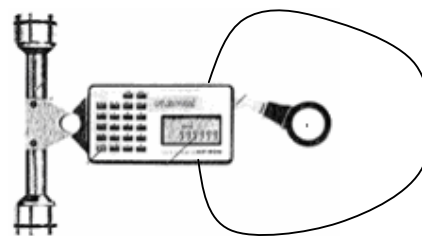
Km ²	ACRE
↑	↑
m ²	ft ²
↑	↑
cm ²	in ²
↑	↑
PC	PC
↑	↑

- SCALE: Phím đặt tỷ lệ
- R – S: Phím dùng để xác định lại các giá trị tỷ lệ đã đặt.
- 0 – 9: Các chữ số dùng để nhập giá trị.
- . : Phím thập phân.

4.5.2. Đo diện tích bằng máy KP – 90N.

a. Phương pháp đo một lần đo.

Đặt bản đồ trên mặt bàn phẳng và đưa tâm đo vào giữa vị trí của hình đo, sau đó đặt trục lần sao cho tạo với thân máy chính một góc 90⁰ (hình 4.23). Sau đó đi tâm đo theo đường biên của hình đo 2 đến 3 lần nếu thành quay và bánh xe lăn đều đặn là được.



Hình 4.23

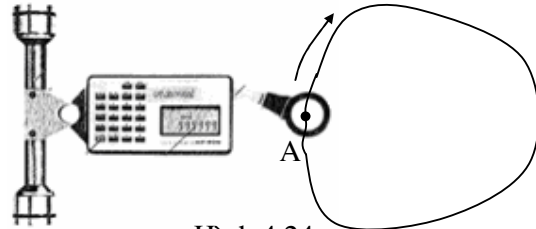
Mở máy bằng cách ấn phím ON sẽ hiển thị số “0” trên màn hình. Sau đó chọn hệ đơn vị và đơn vị đo bằng cách ấn phím UNIT 1 và UNIT 2 sẽ hiển thị đơn vị đo trên màn hình.

Đặt giá trị tỷ lệ theo tỷ lệ bản đồ bằng cách ấn phím SCALE và nhập các số theo mẫu số tỷ lệ bản đồ 1:1000 ta làm như sau:

Ấn phím SCALE trên màn hình hiển thị SCALE, sau đó ấn phím số 1 và ấn phím số 0 ba lần. Như vậy giá trị của tỷ lệ đã được đặt vào bộ nhớ bên trong của máy.

Sau khi đặt giá trị tỷ lệ ta đặt tiêu đo vào một điểm A đánh dấu trên đường biên của hình cần đo và coi đó như là điểm đo khởi đầu.

Ấn phím START sẽ phát ra một âm thanh, sau khi xuất hiện số "0" ta di chuyển tâm đo theo chiều thuận kim đồng hồ trên đường biên của hình đo và kết thúc ở tại A (hình 4.24) thì trên màn hình sẽ hiển thị số đếm xung khi kết thúc một vòng đo. Để được giá trị diện tích theo đơn vị đo đã được đặt trước người ta ấn phím AVER.



Hình 4.24

Giá trị hiển thị trên màn hình chính là diện tích hình cần đo.

b. Đo giá trị trung bình.

Khi đo diện tích của hình đo thông thường người ta đo nhiều lần và lấy giá trị trung bình để đạt độ chính xác cao hơn.

Máy KP – 90N có thể tính giá trị trung bình của N (lớn nhất là mười vòng) lần đo và cứ kết thúc mỗi lần đo người ta ấn phím MEMO khi đó giá trị mỗi lần đo sẽ được lưu vào bộ nhớ, sau lần đo cuối cùng được thực hiện bằng phím MEMO thì ấn thêm phím AVER và giá trị trung bình của N lần đo sẽ được hiển thị trên màn hình.

Nếu một lỗi nào đó xảy ra ở lần đo thứ N thì phải đặt lại tâm đo trở lại điểm khởi đầu và ấn phím C/AC 1 lần. Sau đó hiển thị bằng số sẽ chuyển về "0". Trong trường hợp này tất cả các giá trị từ diện tích thứ nhất đến diện tích thứ N-1 không thay đổi. Do đó chỉ phải đo lại diện tích thứ N mà không phải đo lại diện tích khác từ 1 đến N-1.

Ví dụ: Đo giá trị trung bình diện tích của một hình đo bởi ba lần đo có đơn vị là m^2 tỷ lệ 1:1000 làm như sau:

Sau khi mở máy đặt đơn vị và tỷ lệ trên màn hình chúng ta ấn phím START và bắt đầu đo lần thứ nhất. Kết thúc lần đo đầu tiên chúng ta ấn phím MEMO, xuất hiện diện tích lần thứ nhất trên màn hình là $540,1m^2$. ấn phím START và đưa tâm đo vào vị trí điểm đầu và thực hiện phép đo lần thứ hai, kết thúc lần hai ấn phím MEMO xuất hiện giá trị diện tích lần hai trên màn hình là $540m^2$. Ấn phím START và đưa tâm đo vào vị trí điểm đầu và thực hiện lần đo thứ ba, kết thúc lần đo thứ ba, ấn phím MEMO xuất hiện trên màn hình diện tích lần thứ ba là $539,9m^2$. ấn phím AVER cho ta giá trị trung bình của hình đo là $540m^2$.

Lưu ý:

Khi ấn phím MEMO thì giá trị hiển thị của diện tích đo được được cố định. Vì vậy ấn phím START để bắt đầu phép đo tiếp theo.

Phím START chỉ làm việc như một phím đo lại sau khi ta ấn phím MEMO. Nếu ấn phím START trong quá trình đo thì nó sẽ tự xóa bộ nhớ được lưu trữ trong quá trình đo.

4.6. ĐỘ CHÍNH XÁC ĐO VÀ TÍNH DIỆN TÍCH.

Diện tích của hình đo là kết quả được tính từ số liệu đo chiều dài cạnh và đo góc ở ngoài thực địa hoặc trên bản đồ.

Do đó độ chính xác tính diện tích của hình đo sẽ phụ thuộc vào độ chính xác của các đại lượng đo đạc tham gia vào các công thức tính.

Bởi vậy khi nghiên cứu độ chính xác tính diện tích trước hết cần xem xét mối quan hệ giữa sai số đo và sai số diện tích.

4.6.1. Công thức tính sai số diện tích theo sai số đo.

a. Đối với hình chữ nhật: Khi đo hai cạnh a và b với các sai số đo cạnh tương ứng là m_a và m_b . Diện tích được tính theo công thức:

$$P = a.b$$

$$m_P^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial a} m_a \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial b} m_b \right)^2$$

$$m_P^2 = b^2 . m_a^2 + a^2 . m_b^2$$

Nếu $a = b$, $m_a = m_b$ ta có:

$$m_P^2 = 2a^2 . m_a^2$$

$$m_P = \sqrt{2} . \sqrt{P} . m_a$$

$$\frac{m_P}{P} = \frac{\sqrt{2} . \sqrt{P}}{P} . m_a ;$$

Vì $P = a^2$ do đó:

$$\frac{m_P}{P} = \sqrt{2} \frac{m_a}{a} \quad (4.23)$$

b. Đối với hình tam giác: Khi đo cạnh đáy a và chiều cao h_a với các sai số đo tương ứng là m_a và m_h . Diện tích của tam giác được tính theo công thức:

$$P = \frac{1}{2} . a . h$$

$$m_P^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial a} . m_a \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial h} . m_h \right)^2$$

$$m_P^2 = \frac{1}{4} . h^2 m_a^2 + \frac{1}{4} a^2 . m_h^2$$

Ta có quan hệ sai số tương đối;

$$\frac{m_P^2}{P^2} = \frac{h^2 m_a^2}{4P^2} + \frac{a^2 . m_h^2}{4P^2} = \frac{m_a^2}{a^2} + \frac{m_h^2}{h^2}$$

Hoặc có thể viết:

$$\left(\frac{m_P}{P} \right)^2 = \left(\frac{m_a}{a} \right)^2 + \left(\frac{m_h}{h} \right)^2$$

Nếu $\frac{m_h}{h} = \frac{m_a}{a} = K$

Ta có:

$$m_P = \sqrt{2} . K . P \quad (4.24)$$

c. Trường hợp đo góc kết hợp đo cạnh: Nếu đo hai cạnh b và c và góc hợp bởi hai cạnh đó là A, ta có công thức tính diện tích là:

$$P = \frac{1}{2} . b . c . \sin A$$

Từ đó ta sẽ tính được sai số trung phương diện tích là:

$$4m_p^2 = b^2 \sin^2 A.m_c^2 + c^2 \sin^2 A.m_b^2 + b^2.c^2.\cos^2 A.m_a^2$$

Từ sai số trung phương ta có quan hệ sai số tương đối là:

$$\left(\frac{m_p}{P}\right)^2 = \left(\frac{m_c}{c}\right)^2 + \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \cot^2 g^2 A.m_a^2$$

Nếu $A < 90^\circ$, $a = b = c$ và $m_a = m_b = m_c$, tức là tam giác ABC là tam giác đều, ta có:

$$4m_p^2 = 2.a^2.m_a^2$$

Suy ra:

$$\frac{m_p}{P} = \sqrt{2} \frac{m_a}{a}$$

d. Trường hợp tính diện tích theo tọa độ:

Nếu ta biết tọa độ của các đỉnh đa giác là $x_1, y_1; x_2, y_2; \dots; x_n, y_n$. Diện tích đa giác được tính theo công thức;

$$2P = \sum_{i=1}^n x_i (y_{i+1} - y_{i-1})$$

Lấy vi phân hai vế ta có:

$$2dP = (y_2 - y_n). dx_1 + (y_3 - y_2). dx_2 + \dots + (y_1 - y_{n-1}). dx_n +$$

$$+ x_1 dy_2 - x_1 dy_n + x_2 dy_3 - x_2 dy_1 + \dots + x_n dy_1 - x_n dy_{n-1}$$

$$2dP = (y_2 - y_n). dx_1 + (y_3 - y_2). dx_2 + \dots + (y_1 - y_{n-1}). dx_n +$$

$$+ (x_2 - x_n) dy_1 + (x_3 - x_1) dy_2 + \dots + (x_1 - x_{n-1}) dy_n$$

Ta có quan hệ sai số trung phương:

$$m_p^2 = (y_2 - y_n)^2 . m_{x_1}^2 + (y_3 - y_2)^2 . m_{x_2}^2 + \dots + (y_1 - y_{n-1})^2 . m_{x_n}^2 +$$

$$(x_2 - x_n)^2 . m_{y_1}^2 + (x_3 - x_1)^2 . m_{y_2}^2 + (x_1 - x_{n-1})^2 . m_{y_n}^2$$

$$\text{Nếu } m_x = m_y = \frac{m}{\sqrt{2}}$$

Ta có:

$$m_p^2 = \frac{1}{8} . \sum [(x_{i+1} - x_{i-1})^2 + (y_{i+1} - y_{i-1})^2] m^2 \quad (4.25)$$

$$4m_p^2 = D_1^2 \frac{m_1^2}{2} + D_2^2 \frac{m_2^2}{2} + \dots + D_n^2 \frac{m_n^2}{2} = \frac{m^2}{2} \sum D^2$$

Trong đó:

$$D_i = \sqrt{(x_{i+1} - x_{i-1})^2 + (y_{i+1} - y_{i-1})^2} \quad (\text{Hình 4.25})$$

Khi đó sai số trung phương diện tích được tính theo công thức:

$$m_p^2 = \frac{1}{8} . m^2 . \sum D \quad (4.26)$$

Trong đó m là sai số trung m là sai số trung phương vị trí điểm

Ví dụ: Cho một đa giác khép kín gồm 6 điểm, sau khi đo chiều dài và các góc ở đỉnh, tính được tọa độ các điểm trong hệ tọa độ giả định. Kết quả thể hiện ở bảng 4.3. Sai số tọa độ điểm đa giác $m = \pm 0,05m$ thì ta tính được diện tích và sai số của nó ở bảng 4.3.

Bảng 4.3 Kết quả tính diện tích và sai số diện tích theo toạ độ các đỉnh.

TT	Toạ độ		Hiệu số toạ độ		D_i	D_i^2
	Y	X	$y_{k+1} - y_{k-1}$	$x_{k+1} - x_{k-1}$		
1	1204,75	2750,34	+40,32	+318,05	320,60	120784,36
2	1315,13	2936,22	+287,66	+96,94	303,56	92148,67
3	1492,41	2847,28	+192,74	-352,80	402,02	161620,08
4	1507,87	2583,42	-91,24	-286,07	300,27	90162,07
5	1401,17	2561,21	-233,06	+34,75	235,64	55526,21
6	1274,81	2618,17	-196,42	+189,13	272,67	74348,93
					$\Sigma D = 1834,76$	$\Sigma D^2 = 576590,32$

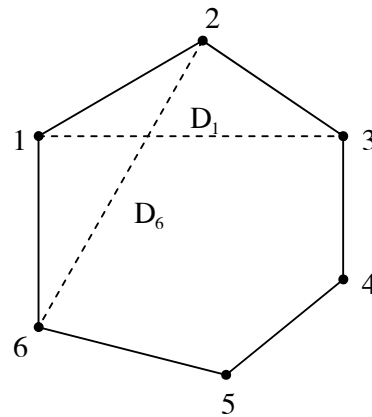
$$P = 78712m^2$$

$$m_p^2 = \frac{1}{8} \cdot (0,05)^2 \cdot \sum D^2$$

$$m_p^2 = \frac{1}{8} \cdot (0,05)^2 \cdot 576590,32$$

$$m_p = \pm 13,42m^2$$

$$\frac{m_p}{P} = \frac{13,42}{78712} = \frac{1}{5865}$$



Hình 4.25

4.6.2. Độ chính xác đo diện tích trên bản đồ.

Độ chính xác khi đo diện tích trên bản đồ được đánh giá bằng độ lớn của sai số trung phương diện tích. Khi đo diện tích trên bản đồ người ta thường sử dụng các kết quả đo chiều dài và áp dụng công thức $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$ để tính, do đó sai số trung phương diện tích phụ thuộc vào sai số trung phương đo cạnh a là m_a trên bản đồ. Sai số này do ba nguyên nhân gây nên, đó là:

- + Sai số nhận biết xác định hai đầu đoạn thẳng, ký hiệu là m_{xd}
- + Sai số của thước tỷ lệ, ký hiệu là m_{tl}
- + Sai số đọc số, ký hiệu là m_{ds}

Như thế sai số trung phương đo cạnh a trên bản đồ được ký hiệu là m_a sẽ được tính theo công thức:

$$m_a^2 = m_{xd}^2 + m_{tl}^2 + m_{ds}^2 \quad (4.27)$$

Trong đó:

+ m_{xd} - Sai số nhận biết xác định hai đầu đoạn thẳng a và nó bằng độ chính xác của bản đồ, do đó $m_{xd} = 0,1mm$.

+ m_{tl} - Sai số chế tạo thước tỷ lệ với $m_{tl} = 0,1mm$.

+ m_{ds} - Sai số đọc số.

Do vạch khắc nhỏ nhất trên phim đo diện tích là $t = 1\text{mm}$, sai số giới hạn đọc số là $1/4$ và sai số trung phương đọc số sẽ là $m_{ds} = t/8 = 0,125\text{mm}$.

Thay các giá trị trên vào (4.27) ta có:

$$m_a^2 = 0,1^2 + 0,1^2 + 0,125^2 \Rightarrow m_a = 0,189\text{mm}.$$

$$\text{Vì } m_p = \sqrt{2} \cdot \sqrt{P} \cdot m_a \Rightarrow m_p = \sqrt{2} \cdot 0,189 \cdot M \cdot \sqrt{P} = 0,27 \cdot M \cdot \sqrt{P} \quad (4.28)$$

Trong đó: M – Mẫu số tỷ lệ bản đồ

P – Diện tích trên bản đồ, đơn vị mm^2 .

Thông thường diện tích thửa đất tính bằng m^2 trên thực địa nên công thức (4.28) viết được:

$$m_p = 0,00027 \cdot M \cdot \sqrt{P} (\text{m}^2)$$

Trong đó m_p và P đều tính bằng đơn vị m^2 .

Vì sai số giới hạn bằng hai lần sai số trung phương nên ta có sai số giới hạn đo diện tích trên bản đồ là:

$$\Delta P_{gh} = 0,0005 \cdot M \cdot \sqrt{P}$$

Theo quy phạm người ta lấy sai số giới hạn diện tích trên bản đồ là:

$$\Delta P_{gh} = 0,0004 \cdot M \cdot \sqrt{P} = \frac{0,4 \cdot M}{1000} \cdot \sqrt{P}$$

4.6.3. Độ chính xác tính diện tích bằng kết quả đo cạnh ở thực địa.

Độ chính xác xác định diện tích bằng các kết quả đo thực địa phụ thuộc chủ yếu vào độ chính xác đo cạnh, đo góc và sai số tính toán.

Tuy nhiên các phương tiện tính toán ngày nay khá hiện đại, do đó sai số tính toán là không đáng kể. Vì vậy sai số diện tích chỉ còn phụ thuộc vào sai số đo.

Nếu chúng ta đo cạnh để tính diện tích thì sai số diện tích là:

$$\frac{m_p}{P} = \sqrt{2} \frac{m_a}{a}$$

Giả sử đo cạnh bằng thước thép với sai số tương đối là $1:3000$ thì sai số tương đối tính diện tích sẽ là:

$$\frac{m_p}{P} = \sqrt{2} \frac{1}{3000} = \frac{1}{2128}$$

Khi kết hợp đo hai cạnh và góc xen giữa hai cạnh đó với sai số tương đối đo cạnh là $1:3000$, đo góc với sai số trung phương $m_\beta = 1'$, góc $\beta = 60^\circ$ ta có:

$$\left(\frac{m_p}{P} \right)^2 = \left(\frac{m_a}{a} \right)^2 + \left(\frac{m_b}{b} \right)^2 + \cot g^2 \beta \cdot m_\beta^2$$

$$\frac{m_p}{P} = \frac{1}{1998}$$

4.7 BÌNH SAI DIỆN TÍCH.

Khi đo, tính diện tích trên bản đồ giấy người ta thường áp dụng các phương pháp đồ giải, cơ học hay phương pháp tổng hợp để xác định diện tích cho các thửa đất. Bằng các phương pháp này diện tích được đo, tính bằng hai lần đo độc lập nhau rồi lấy giá trị trung bình ở hai lần tính đó.

Nếu gọi $P_1, P_2, \dots, P_n$ là diện tích tích trung bình của các thửa đất trong một ván đo hay một khu đo độc lập và P_{LT} là diện tích lý thuyết của một ván đo, một khu đo (diện tích này tính theo toạ độ góc khung của ván đo hay toạ độ các điểm đường chuyển khép kín trong một khu đo).

Như vậy sẽ tồn tại một số chênh là hiệu số giữa tổng diện tích các thửa đất với diện tích lý thuyết của một ván đo hay một khu đo, người ta gọi số chênh này là sai số khép diện tích, ký hiệu là ΔP và được tính theo công thức:

$$\Delta P = \Sigma P - P_{LT}$$

$$\text{Trong đó: } \Sigma P = P_1 + P_2 + \dots + P_n \quad (4.28)$$

Độ lớn của sai số khép ngoài việc phụ thuộc vào sai số đo ngoại nghiệp khi đo vẽ chi tiết còn phụ thuộc vào sai số triển điểm khi vẽ và đo các yếu tố trong khi tính diện tích. Nhưng số chênh này không được vượt quá sai số khép cho phép tính theo công thức:

$$\Delta P_{\text{cho phép}} = \pm \frac{0,05.M}{100} \cdot \sqrt{\Sigma P(m^2)}$$

Trong đó: ΣP – Tổng diện tích của các thửa đất trong ván đo, khu đo.

M – Mẫu số tỷ lệ bản đồ

Nếu số chênh ΔP lớn hơn sai số khép cho phép thì phải đo tính lại diện tích các thửa đất. Nếu trong hạn sai cho phép thì phải hiệu chỉnh cho các thửa.

Gọi V_{β_i} là số hiệu chỉnh cho thửa đất thứ i , thì V_{β_i} được tính:

$$V_{\beta_i} = -\frac{\Delta P}{\Sigma P} \cdot P_i$$

Như thế, số hiệu chỉnh luôn luôn tỷ lệ thuận với diện tích thửa đất, diện tích thửa đất càng lớn thì số hiệu chỉnh càng lớn và có dấu ngược lại với dấu của sai số khép.

Để kiểm tra việc tính số hiệu chỉnh thì tổng các số hiệu chỉnh tìm được phải bằng sai số khép, nghĩa là:

$$\sum_{i=1}^n V_{\beta_i} = -\Delta P$$

Sau khi tìm được số hiệu chỉnh của từng thửa đất người ta phải hiệu chỉnh vào diện tích để tìm giá trị diện tích đúng của nó.

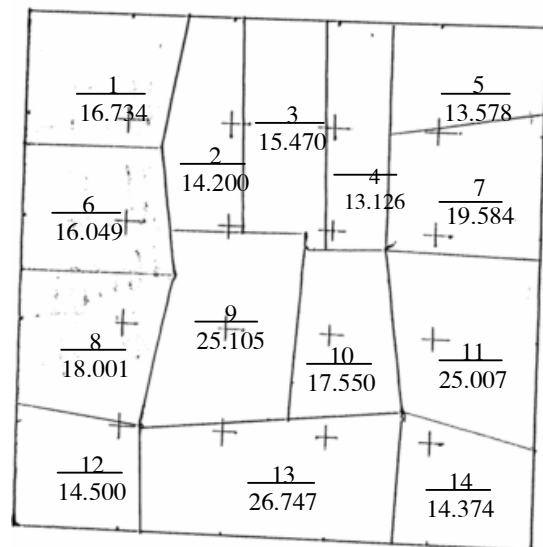
Gọi $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \dots, \overline{P}_n$ là diện tích của các thửa đất sau khi hiệu chỉnh thì:

$$\overline{P}_1 = P_1 + V_{\beta_1}$$

$$\overline{P}_2 = P_2 + V_{\beta_2}$$

.....

$$\overline{P}_n = P_n + V_{\beta_n}$$



Hình 4.26

Sau khi hiệu chỉnh xong tổng diện tích các thửa đất trong một ván đo, khu đo phải bằng diện tích lý thuyết.

Ví dụ về bình sai diện tích của một ván đo tỷ lệ 1:1000 (hình 4.26) được thể hiện ở bảng 4.4.

Bảng 4.4: Bình sai diện tích đất đai.

Số hiệu mảnh bản đồ:

Diện tích lý thuyết: 25 ha

Xã Huyện Tỉnh.....

Bảng 4.4. STT	STT thửa đất	Diện tích trên bản đồ (m ²)	Số hiệu chỉnh diện tích (m ²)	Diện tích đã hiệu chỉnh (m ²)	Ghi chú
1	1	16.734	-0.002	16.732	
2	2	14.200	-0.001	14.199	
3	3	15.470	-0.002	15.468	
4	4	13.126	-0.001	13.125	
5	5	13.578	-0.001	13.577	
6	6	16.049	-0.002	16.047	
7	7	19.584	-0.002	19.582	
8	8	18.001	-0.002	17.999	
9	9	25.105	-0.003	25.102	
10	10	17.550	-0.002	17.548	
11	11	25.007	-0.003	25.004	
12	12	14.500	-0.001	14.499	
13	13	26.747	-0.003	26.744	
14	14	14.374	-0.001	14.373	
$\Sigma P =$		250.025	$\Sigma V_{p_i} = -0.025$	$\Sigma \bar{P} = 250.000$	
Diện tích LT =		250.000			
$\Delta P =$		0.025			

Chương 5

LÝ THUYẾT SAI SỐ ĐO

5.1 BẢN CHẤT VÀ CÁC DẠNG ĐO.

Đo một đại lượng nào đó là so sánh đại lượng đo với một đại lượng cùng loại được chọn làm đơn vị. Khi đo chiều dài của một đoạn thẳng chúng ta lấy thước có chiều dài là mét làm đơn vị. Để kiểm tra và nâng cao độ chính xác kết quả đo người ta thường đo nhiều lần đại lượng đó.

Trong trắc địa, người ta chia đại lượng đo thành hai loại chính: đại lượng đo và đại lượng tính toán.

Đại lượng đo hay còn gọi là trị đo, là giá trị gần đúng của một đại lượng cần đo. Mỗi đại lượng có trị số thực của nó, nhưng khi đo người ta chỉ đạt được giá trị gần đúng của nó.

Đại lượng tính toán là đại lượng mà trị số của nó tìm được bằng cách giải một hàm nào đó của các đại lượng đo.

Trong trắc địa người ta đưa ra một số khái niệm đo như: đo trực tiếp, đo gián tiếp, đo cùng độ chính xác, đo không cùng độ chính xác, đại lượng đo cần thiết, đại lượng đo thừa, đại lượng ngẫu nhiên độc lập, đại lượng ngẫu nhiên không độc lập.

Đo trực tiếp là khi dùng máy hoặc dụng cụ để trực tiếp đo một đại lượng. Ví dụ, dùng thước thép đo chiều dài một đoạn thẳng trên mặt đất.

Đo gián tiếp là một đại lượng cần xác định trị số, nhưng phải thông qua một vài hàm của các đại lượng khác được đo trực tiếp. Ví dụ, muốn xác định tổng các góc trong một đa giác, người ta phải đo trực tiếp các góc trong đa giác đó.

Đo cùng độ chính xác là các kết quả đo trong điều kiện giống nhau như: cùng một loại máy hoặc máy có cùng độ chính xác, cùng một phương pháp đo, cùng một số lần đo.

Đo không cùng độ chính xác là kết quả đo trong điều kiện không giống nhau, như máy có độ chính xác khác nhau, phương pháp đo khác nhau, số lần đo khác nhau.

Trong trắc địa để giải quyết một bài toán thông thường phải đo nhiều đại lượng. Số đại lượng cần thiết tối thiểu để giải quyết bài toán được gọi là số đại lượng đo cần thiết hay trị đo cần thiết.

Ngoài đại lượng đo cần thiết, người ta đo thừa một số đại lượng. Đại lượng đo thừa có tác dụng kiểm tra và nâng cao độ chính xác kết quả đo. Người ta gọi đại lượng đo cần thiết là trị đo cần thiết, đại lượng đo thừa là trị đo thừa. Trong một lưới trắc địa, số trị đo là n , số trị đo cần thiết là t , số trị đo thừa là r , thì trị đo thừa $r = n - t$.

Các trị đo không liên hệ với nhau bằng một hàm nào cả gọi là các trị đo độc lập.

5.2 SAI SỐ ĐO. PHÂN LOẠI SAI SỐ ĐO.

5.2.1. Sai số đo.

Khi đo nhiều lần một đại lượng nào đó, người ta nhận được các kết quả không giống nhau. Điều đó chứng tỏ trong các kết quả đo có chứa sai số, đồng thời phản ánh các kết quả đo chỉ là các giá trị gần đúng của đại lượng đo.

Mỗi đại lượng có trị số thực là X , trị đo của đại lượng này ở lần đo thứ i là L_i , thì hiệu giữa trị đo và trị thực là sai số đo và đây là sai số thực. Gọi sai số thực là Δ , thì ở lần đo thứ i sai số thực được tính theo công thức:

$$\Delta_i = L_i - X \quad (5.1)$$

($i = 1 \div n$)

Trong thực tế công tác trắc địa đôi khi người ta coi trị đo nào đó có độ chính xác rất cao là trị số thực.

Sai số đo của một đại lượng đo có nhiều nguyên nhân, nhưng có thể chia ra 3 nguyên nhân cơ bản như sau:

a. *Sai số do máy, dụng cụ đo*: Máy và dụng cụ đo dù được chế tạo hoàn chỉnh đến mức độ nào cũng không tránh khỏi những sai số nhất định, như sự khắc vạch không đều trên thước, sự khắc vạch không đều trên bản độ của máy kinh vĩ nên ảnh hưởng tới kết quả đo.

b. *Sai số do con người*: Giác quan của con người như độ tinh của mắt người có hạn nên khi ngắm mục tiêu, khi đọc số đều mắc phải sai số.

c. *Sai số do môi trường đo*: Môi trường đo luôn biến động như nhiệt độ, độ chiếu sáng của mặt trời, gió, sự phức tạp của địa hình ...vv .. sẽ ảnh hưởng đến kết quả đo.

Do những nguyên nhân gây ra sai số trên đây, nên khi đo một đại lượng nào đó không thể tránh khỏi mắc phải những sai số nhất định.

5.2.2. Phân loại sai số đo.

Theo tính chất của sai số, người ta chia sai số thành ba loại sau đây:

a. *Sai số thô (sai lầm)*: Là những nhầm lẫn trong quá trình đo đạc và tính toán, như ngắm sai mục tiêu, đọc sai, ghi sai, tính sai. Sai số thô thường có trị số lớn, ví dụ như khi đọc số trên bản độ máy kinh vĩ, đáng lẽ số đọc là 135^0 lại đọc nhầm hoặc người ghi sổ lại ghi nhầm là 153^0 . Để phát hiện và loại trừ sai số thô cần phải đo nhiều lần, phải kiểm tra việc tính toán.

b. *Sai số hệ thống*: Là loại sai số có dấu và trị số không đổi hoặc biến đổi theo một quy luật nhất định.

Ví dụ, chiều dài của thước thép để đo được ghi là 20m, đây là chiều dài danh nghĩa của thước.

Đem so sánh thước này với thước thép có chiều dài chính xác là 20m, sẽ phát hiện được độ sai lệch của thước thép dùng để đo. Gọi thước thép có chiều dài danh nghĩa là l_1 , thước thép có chiều dài chính xác là l_2 , sẽ có:

$$\Delta l = l_1 - l_2 = +5 \text{ mm}$$

Trị số $\Delta l = +5 \text{ mm}$ là sai số hệ thống.

Mỗi lần đặt thước đo chiều dài mắc phải sai số Δl , sau n lần đặt thước đo chiều dài của một đoạn thẳng thì chiều dài đoạn thẳng đo được mắc phải sai số $n \cdot \Delta l$.

Sau khi đo phải hiệu chỉnh lại kết quả đo.

Giả sử sau khi đo được chiều dài đoạn thẳng là 484,28m, số hiệu chỉnh sẽ là:

$$n \cdot \Delta l = \frac{484,28 \text{ m}}{20 \text{ m}} \cdot 5 \text{ mm} = 120 \text{ mm}$$

Chiều dài của đoạn thẳng đo đã được hiệu chỉnh là:

$$484,28 \text{ m} + 0,12 \text{ m} = 484,40 \text{ m}$$

c. *Sai số ngẫu nhiên*:

Một đại lượng được đo nhiều lần trong cùng một điều kiện như nhau, nhưng lại nhận được các trị đo khác nhau. Nếu biết được trị chính xác của đại lượng này sẽ tính được đây sai số tương ứng với dãy kết quả đo. Các sai số này có trị số và dấu không giống nhau, được gọi là sai số ngẫu nhiên.

Ví dụ một đoạn thẳng được đo 8 lần bằng thước thép, nhận được các kết quả đo là 245,15m; 245,20m; 245,00m; 245,08m; 245,10m; 245,05m; 245,12m; 245,17m. Chiều dài chính xác của đoạn thẳng này là 245,12m, chúng ta sẽ có dãy sai số tương ứng của dãy kết quả đo được ghi ở bảng 5.1.

Bảng 5.1

Thứ tự đo	Kết quả đo l (m)	$\Delta = l - X(\text{cm})$
1	245,15	+3
2	245,20	+8
3	245,00	-12
4	245,08	-4
5	245,10	-2
6	245,05	-7
7	245,12	0
8	245,17	+5
	$X = 245,12 \text{ m}$	

Khi trong các kết quả đo đã loại trừ hoặc làm suy giảm ảnh hưởng của sai số hệ thống, thì sai số ngẫu nhiên chiếm vị trí chủ yếu. Do đó sai số ngẫu nhiên là đối tượng nghiên cứu chính của lý thuyết sai số đo.

5.2.3. Các tính chất cơ bản của sai số ngẫu nhiên.

Như đã trình bày ở trên, tương ứng với dãy kết quả đo được trong cùng một điều kiện như nhau sẽ có dãy sai số ngẫu nhiên. Để thấy rõ quy luật xuất hiện của sai số ngẫu nhiên chúng ta dẫn ra ví dụ sau đây.

Ví dụ, chênh cao giữa hai điểm trên mặt đất được đo 100 lần trong điều kiện đo cùng độ chính xác. Chênh cao chính xác giữa hai điểm đó đã biết trước. Theo các kết quả đo và hiệu số độ cao chính xác đã biết, sẽ tính được dãy sai số ngẫu nhiên (ở đây coi như đã loại trừ sai số thô và sai số hệ thống).

Trị số và số lượng của sai số ngẫu nhiên tương ứng của 100 lần đo được dẫn ra ở bảng 5.2

Bảng 5.2

Trị số của sai số (mm)	Số lượng sai số
-6	1
-5	1
-4	3
-3	5
-2	9
-1	15
0	28
1	18
2	10
3	7
4	2
5	1
6	0

Quan sát một dãy sai số ngẫu nhiên trong một điều kiện đo nhất định nhận thấy chúng thể hiện bốn tính chất sau đây:

- Trị tuyệt đối của sai số ngẫu nhiên không vượt quá một giới hạn nhất định (Trị giới hạn đó phụ thuộc vào điều kiện đo).
- Sai số ngẫu nhiên có trị tuyệt đối nhỏ xuất hiện nhiều hơn sai số ngẫu nhiên có trị tuyệt đối lớn.
- Các sai số ngẫu nhiên âm và dương có trị tuyệt đối bằng nhau thì khả năng xuất hiện như nhau.
- Khi số lần đo tăng lên vô hạn thì trị trung bình cộng của các sai số ngẫu nhiên sẽ tiến tới bằng không, nghĩa là:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0$$

Ký hiệu $[\Delta]$ là ký hiệu tổng số.

5.3 CÁC TIÊU CHUẨN ĐÁNH GIÁ ĐỘ CHÍNH XÁC CỦA CÁC KẾT QUẢ ĐO TRỰC TIẾP.

Trong một dãy các kết quả đo cùng độ chính xác của một đại lượng, chúng ta nhận thấy từng trị đo có sai số khác nhau. Điều kiện đo càng tốt thì các sai số nhỏ xuất hiện càng nhiều, đồng nghĩa với sự phân bố của các sai số càng tập trung. Vì vậy để đánh giá độ chính xác của các kết quả đo, người ta xây dựng các đại lượng đặc trưng cho các kết quả đo, được gọi là các tiêu chuẩn đánh giá độ chính xác của các kết quả đo.

Các tiêu chuẩn đánh giá độ chính xác của các kết quả đo trực tiếp như sau:

5.3.1. Sai số trung phương.

Khi tiến hành đo nhiều lần cùng độ chính xác một đại lượng có dãy sai số ngẫu nhiên $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$, thì sai số trung phương là giới hạn của căn bậc hai trị trung bình cộng của bình phương các sai số độc lập khi số lần đo tăng lên vô hạn, gọi tắt là sai số trung phương, ký hiệu là m và được xác định theo công thức:

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \quad (5.2)$$

Ở đây n là số lần đo

Trong thực tế số lần đo n có hạn, vì vậy người ta thường dùng công thức gần đúng để tính sai số trung phương theo sai số thực:

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \quad (5.3)$$

5.3.2. Sai số trung bình.

Sai số trung bình là giới hạn của trị trung bình cộng các giá trị tuyệt đối của các sai số độc lập khi số lần đo tăng lên vô hạn, ký hiệu là θ , được xác định theo công thức:

$$\theta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta]}{n} \quad (5.4)$$

Trong thực tế người ta thường dùng công thức gần đúng để tính sai số trung bình khi số lần đo là có hạn:

$$\theta = \pm \frac{[\Delta]}{n} \quad (5.5)$$

5.3.3. Sai số xác suất.

Sai số xác suất là giá trị của một sai số ngẫu nhiên nào đó, mà trong điều kiện đo nhất định các sai số có trị số tuyệt đối lớn hơn hoặc nhỏ hơn nó đều có khả năng xuất hiện như nhau.

Để xác định sai số xác suất, trước hết phải sắp xếp dãy sai số theo thứ tự trị tuyệt đối tăng dần từ nhỏ đến lớn. Ký hiệu sai số xác suất là r , thì sai số xác suất được xác định theo công thức:

+ Khi n là số lẻ:

$$r = \pm \left| \Delta \right|_{\frac{n+1}{2}} \quad (5.6a)$$

+ Khi n là số chẵn:

$$r = \pm \frac{1}{2} \left\{ \left| \Delta \right|_{\frac{n}{2}} + \left| \Delta \right|_{\frac{n}{2}+1} \right\} \quad (5.6b)$$

Trong lý thuyết xác suất người ta đã chứng minh được quan hệ giữa sai số trung bình, sai số xác suất với sai số trung phương:

$$\theta = 0,7979m \approx \frac{4}{5}m \quad (5.7)$$

$$r = 0,6745m \approx \frac{2}{3}m \quad (5.8)$$

Ví dụ trong bảng 5.3 có 31 sai số khép góc ω của mạng lưới gồm 31 tam giác.

Bảng 5.3

TT tam giác	Sai số khép góc ω	TT tam giác	Sai số khép góc ω	TT tam giác	Sai số khép góc ω
1	-0"34	12	-0"40	23	+1"76
2	+0.74	13	+0.08	24	+0.47
3	-0.29	14	+0.82	25	+1.21
4	+0.69	15	-1.18	26	-0.11
5	+0.90	16	+2.15	27	+1.89
6	-1.99	17	-0.67	28	-1.37
7	+2.53	18	-0.20	29	+0.90
8	-1.97	19	+1.00	30	+0.23
9	-1.99	20	-1.46	31	-0.70
10	+0.88	21	-0.35		
11	-0.66	22	-1.44		

a. Tính sai số trung phương theo công thức (5.3)

$$m = \sqrt{\frac{[\omega^2]}{n}} = \sqrt{\frac{45,70}{31}} = \pm 1''21$$

b. Tính sai số trung bình cộng theo công thức (5.5):

$$\theta = \pm \frac{[\omega]}{n} = \pm \frac{31''37}{31} = \pm 1''01$$

c. *Tính sai số xác suất theo công thức (5.6a):*

Chúng ta sắp xếp lại các sai số khép tăng dần theo trị số tuyệt đối được như bảng 5.4 được:

$$r = |\Delta|_{\frac{n+1}{2}} = |\Delta|_{\frac{31+1}{2}} = |\Delta|_{16} = 0''88$$

Bảng 5.4

TT	Trị tuyệt đối của ω	TT	Trị tuyệt đối của ω
1	0''08	9	0.47
2	-0.11	10	-0.66
3	-0.20	11	-0.67
4	0.23	12	0.69
5	-0.29	13	-0.70
6	-0.34	14	0.74
7	-0.35	15	0.82
8	-0.40	16	0.88

Sai số xác suất của dây sai số khép góc của 31 tam giác ở bảng 5.3 là:

$$r = 0''88$$

Chúng ta nhận thấy ưu điểm của sai số trung phương là dễ làm nổi bật được độ phân tán của sai số. Trong thực tế công tác trắc địa người ta ít dùng sai số trung bình để đánh giá độ chính xác của các kết quả đo trực tiếp.

5.3.4. Sai số giới hạn.

Như đã biết trong một điều kiện đo nhất định, trị tuyệt đối của sai số ngẫu nhiên không vượt quá một giới hạn nhất định. Trong một dãy kết quả đo, trị số nào có sai số vượt quá giới hạn đã xác định thì trị đo đó không đảm bảo độ chính xác và không sử dụng để xử lý kết quả đo.

Trong lý thuyết xác suất, người ta đã chứng minh rằng trong một điều kiện đo nhất định một đại lượng được đo 1000 lần trong cùng một điều kiện đo, sai số trung phương của dãy kết quả đo được tính theo công thức (5.3), nhận thấy có 3 phần nghìn sai số ngẫu nhiên lớn hơn 3 lần sai số trung phương, có 5 phần trăm sai số ngẫu nhiên lớn hơn 2 lần sai số trung phương. Trong thực tế số lần đo không nhiều, sai số ngẫu nhiên có trị số lớn hơn 3 lần sai số trung phương rất ít khả năng xuất hiện. Do đó, người ta lấy 3 lần sai số trung phương làm giới hạn của sai số ngẫu nhiên.

Gọi $\Delta_{\max}$ là sai số giới hạn, ta có:

$$\Delta_{\max} = 3.m \quad (5.9a)$$

Trong công tác trắc địa, khi đo đạc với yêu cầu độ chính xác cao, người ta lấy:

$$\Delta_{\max} = 2.m \quad (5.9b)$$

5.3.5. Sai số tương đối.

Các sai số trung phương, sai số trung bình, sai số xác suất, sai số giới hạn người ta gọi là các sai số tuyệt đối. Nhưng trong một số trường hợp, dùng sai số tương đối để làm tiêu chuẩn đánh giá độ chính xác sẽ thuận lợi hơn.

Sai số tương đối là tỷ số giữa sai số đo và giá trị của đại lượng đo và thường được biểu diễn dưới dạng một tỷ số có tử số bằng 1.

Ví dụ: Có hai đoạn thẳng là $S_1 = 150\text{m}$, và $S_2 = 225\text{m}$, khi đo hai đoạn thẳng này mắc phải sai số trung phương $m_{s1} = m_{s2} = \pm 3 \text{ cm}$.

Sai số tương đối của đoạn thẳng S_1 và S_2 là:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{m_{s1}}{S_1} = \frac{3\text{cm}}{15000\text{cm}} = \frac{1}{5000}$$

$$\frac{1}{T_2} = \frac{m_{s2}}{S_2} = \frac{3\text{cm}}{22500\text{cm}} = \frac{1}{7500}$$

Đoạn thẳng S_2 đo chính xác hơn đoạn thẳng S_1 vì sai số tương đối $\frac{m_{s2}}{S_2} < \frac{m_{s1}}{S_1}$.

5.4. SAI SỐ TRUNG PHƯƠNG CỦA CÁC HÀM ĐẠI LƯỢNG ĐO.

Trong trắc địa, các đại lượng cần xác định thường là hàm số của những đại lượng đo trực tiếp độc lập.

Dưới đây chúng ta xem xét sai số trung phương của hàm số theo sai số trung phương của các đại lượng đo trực tiếp.

1. Hàm có dạng:

$$Z = kx + c \quad (5.10)$$

Trong đó k và c là những hằng số không có sai số. Đại lượng x được đo n lần được các trị đo $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Đại lượng đo x có trị số thực là X , theo công thức (5.1) sẽ tính được các sai số thực $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_n$.

Đại lượng x có sai số thực Δx , khi đó hàm có sai số thực Δz , nghĩa là:

$$z + \Delta z = k(x + \Delta x) + c \quad (5.11)$$

Từ (5.10) và (5.11) có:

$$\Delta z = k\Delta x \quad (5.12)$$

Theo quan hệ giữa sai số thực của hàm và sai số thực của biến số biểu thị ở (5.12) viết được:

$$\begin{aligned} \Delta z_1 &= k\Delta x_1 \\ \Delta z_2 &= k\Delta x_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta z_n &= k\Delta x_n \end{aligned} \quad (5.13)$$

Bình phương hai vế của (1.13) và lấy tổng số lại, sẽ được:

$$[\Delta^2 z] = k^2 [\Delta^2 x] \quad (5.14)$$

Chia cả hai vế của (1.14) cho n sẽ được:

$$\frac{\Delta^2 z}{n} = k^2 \frac{[\Delta^2 x]}{n} \quad (5.15)$$

Theo công thức (5.3) chúng ta có thể viết (5.15) ở dạng sai số trung phương của hàm và sai số trung phương của biến số:

$$m_z^2 = k^2 m_x^2$$

Hay:

$$m_z = k m_x \quad (5.16)$$

Ví dụ, khi đo khoảng cách nằm ngang của một đoạn thẳng bằng máy kinh vĩ và mịa, mắc phải sai số trung phương đọc số trên mịa là $m_1 = 0,4 \text{ cm}$. Tính sai số trung phương của khoảng cách nằm ngang đã đo.

Tính khoảng cách nằm ngang theo công thức:

$$d = 100l + \Delta$$

Theo công thức (5.16) tính được sai số trung phương của khoảng cách nằm ngang:

$$m_d = km_l = 100 \times 0,4 \text{cm} = 40 \text{cm}.$$

2. Hàm có dạng:

$$z = k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n + c \quad (5.17)$$

Trong đó:

$k_1, k_2, \dots, k_n$ là các hằng số không có sai số.

$x_1, x_2, \dots, x_n$ là các đại lượng đo độc lập. Mỗi đại lượng đều được đo n lần.

Chúng ta xem xét trường hợp hàm chỉ phụ thuộc hai biến số:

$$z = k_1 x_1 + k_2 x_2 + c \quad (5.18)$$

Khi các đại lượng đo x_1, x_2 mắc phải sai số $\Delta x_1, \Delta x_2$ thì hàm z mắc phải sai số Δz , nghĩa là:

$$z + \Delta z = k_1(x_1 + \Delta x_1) + k_2(x_2 + \Delta x_2) + c \quad (5.19)$$

Từ (5.18) và (5.19) rút ra:

$$\Delta z = k_1 \Delta x_1 + k_2 \Delta x_2 \quad (5.20)$$

Bình phương hai vế của (5.20), sẽ có:

$$\Delta^2 z = k_1^2 \Delta^2 x_1 + k_2^2 \Delta^2 x_2 + 2k_1 k_2 \Delta x_1 \Delta x_2 \quad (5.21)$$

Mỗi đại lượng x_1, x_2 đều được đo n lần, thì sẽ có n đẳng thức dạng (5.21). Chúng ta lấy tổng số các đẳng thức đó rồi chia cho n sẽ được:

$$\frac{[\Delta^2 z]}{n} = k_1^2 \frac{[\Delta^2 x_1]}{n} + k_2^2 \frac{[\Delta^2 x_2]}{n} + 2k_1 k_2 \frac{[\Delta x_1 \Delta x_2]}{n} \quad (5.22)$$

Theo tính chất thứ tư của sai số ngẫu nhiên thì số hạng thứ ba của vế phải đẳng thức (5.22) sẽ tiến tới 0. Các thành phần còn lại của (5.22) sẽ là sai số trung phương của hàm và sai số trung phương của các đại lượng đo độc lập, sẽ có:

$$m_z^2 = k_1^2 m_{x_1}^2 + k_2^2 m_{x_2}^2$$

Hay:

$$m_z = \sqrt{k_1^2 m_{x_1}^2 + k_2^2 m_{x_2}^2} \quad (5.23)$$

Kết luận của công thức (1.23) đối với hàm hai biến số có thể mở rộng đối với hàm có n biến số dạng (5.17).

Quan hệ giữa sai số thực của hàm và sai số thực của biến số đối với hàm (1.17) là:

$$\Delta z = k_1 \Delta x_1 + k_2 \Delta x_2 + \dots + k_n \Delta x_n \quad (5.24)$$

Sai số trung phương của hàm sẽ là:

$$m_z = \sqrt{k_1^2 m_{x_1}^2 + k_2^2 m_{x_2}^2 + \dots + k_n^2 m_{x_n}^2} \quad (5.25)$$

Khi đo cùng độ chính xác, thì sai số trung phương của các đại lượng đo bằng nhau và khi các hệ số $k_1 = k_2 = \dots = k_n = 1$, công thức (5.25) sẽ là:

$$m_z = m \sqrt{n} \quad (5.26)$$

Ví dụ, tính sai số trung phương của sai số khép góc đường chuyền kinh vĩ khép kín có 12 góc, nếu sai số trung phương đo góc $m_\beta = 30''$.

Sai số khép góc đường chuyền kinh vĩ khép kín được tính theo công thức:

$$f_\beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots + \beta_n - 180^\circ(n - 2)$$

Theo công thức (5.26) sẽ có:

$$m_{\text{f}\beta} = 30'' \sqrt{12} = 1'44''$$

3. Hàm có dạng:

$$z = \pm x_1 \pm x_2 \pm x_3 \pm \dots \pm x_n + c \quad (5.27)$$

Hàm này có hệ số $k_1 = k_2 = \dots = k_n = \pm 1$; c là hằng số.

Quan hệ giữa sai số thực của hàm và sai số thực của biến số được biểu thị theo công thức:

$$\Delta z = \pm \Delta x_1 \pm \Delta x_2 \pm x_3 \pm \dots \pm \Delta x_n \quad (5.28)$$

Nếu trong hàm (5.27) chúng ta chỉ giới hạn đến hai biến số x_1, x_2 , nghĩa là:

$$z = \pm x_1 \pm x_2 + c \quad (5.29)$$

Trường hợp này thì quan hệ giữa sai số thực của hàm và sai số thực của biến số sẽ là:

$$\Delta z = \pm \Delta x_1 \pm \Delta x_2 \quad (5.30)$$

Bình phương hai vế của (1.30), có:

$$\Delta^2 z = \Delta^2 x_1 + \Delta^2 x_2 \pm 2 \Delta x_1 \Delta x_2 \quad (5.31)$$

Mỗi đại lượng x_1, x_2 đều được đo n lần, chúng ta viết được n đẳng thức dạng (5.31), lấy tổng từng vế của các đẳng thức và chia cho n sẽ được:

$$\frac{[\Delta^2 z]}{n} = \frac{[\Delta^2 x_1]}{n} + \frac{[\Delta^2 x_2]}{n} \pm 2 \frac{[\Delta x_1 \Delta x_2]}{n} \quad (5.32)$$

Theo tính chất thứ tư của sai số ngẫu nhiên, thành phần thứ ba của (5.32) sẽ tiến tới 0. Sai số trung phương của hàm (5.29) sẽ là:

$$m_z = \sqrt{m_{x1}^2 + m_{x2}^2} \quad (5.33)$$

Kết luận của công thức (5.33) có thể mở rộng cho hàm nhiều biến (5.27).

$$m_z = \sqrt{m_{x1}^2 + m_{x2}^2 + \dots + m_{xn}^2} \quad (5.34)$$

Khi đo cùng độ chính xác thì $m_{x1} = m_{x2} = \dots = m_{xn}$, sẽ có:

$$m_z = m \sqrt{n} \quad (5.35)$$

4. Hàm có dạng:

$$z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (5.36)$$

Ở đây các đại lượng $x_1, x_2, \dots, x_n$ là các đại lượng đo độc lập.

Khi các đại lượng đo mắc phải sai số $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ thì hàm mắc phải sai số Δz , nghĩa là:

$$z + \Delta z = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \quad (5.37)$$

Với giả thiết là trong (5.37) không có chứa sai số thô, khi đó các sai số $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ đủ nhỏ, nên có thể khai triển Taylor về bên phải của (5.37) và chỉ giữ lại số hạng bậc nhất, sẽ được:

$$z + \Delta z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) + \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (5.38)$$

Từ (5.36) và (5.38) rút ra:

$$\Delta z = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (5.39)$$

Các đạo hàm riêng $\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}$ là các hằng số.

Chuyển quan hệ sai số thực của (5.39) về quan hệ sai số trung phương, sẽ được:

$$m_z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_{x_n}^2} \quad (5.40)$$

Ví dụ, tính sai số trung phương của hiệu số độ cao được xác định theo phương pháp đo cao lượng giác:

$$h = \frac{1}{2} D \sin 2V + i - l$$

Nếu D có sai số trung phương m_D , góc nghiêng V có sai số trung phương m_V , i có sai số trung phương m_i , l có sai số trung phương m_l .

Tính các đạo hàm riêng:

$$\frac{\partial h}{\partial D} = \frac{1}{2} \sin 2V; \quad \frac{\partial h}{\partial V} = D \cos 2V; \quad \frac{\partial h}{\partial i} = 1; \quad \frac{\partial h}{\partial l} = -1$$

Sai số trung phương của hiệu số độ cao:

$$m_h^2 = \frac{1}{4} \sin^2 2V \cdot m_D^2 + D^2 \cos^2 2V \frac{m_V^2}{\rho^2} + m_i^2 + m_l^2$$

5.5 XỬ LÝ CÁC KẾT QUẢ ĐO CÙNG ĐỘ CHÍNH XÁC CỦA CÙNG MỘT ĐẠI LƯỢNG. SỐ TRUNG BÌNH CỘNG VÀ TÍNH CHẤT CỦA NÓ.

Nếu có một dãy kết quả đo cùng độ chính xác của cùng một đại lượng, thì cần xử lý các kết quả đo này để tìm được trị số tin cậy nhất cho đại lượng đo.

Xử lý các kết quả đo gồm các công việc:

1. Tính trị số tin cậy nhất hay còn gọi là trị xác suất nhất của đại lượng đo.
2. Tính sai số trung phương của một lần đo.
3. Xác định sai số trung phương của trị xác suất nhất.

Trị xác suất nhất của đại lượng đo là trị trung bình cộng của các kết quả đo cùng độ chính xác. Ký hiệu L là trị xác suất nhất; $l_1, l_2, \dots, l_n$ là các trị đo, thì:

$$L = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n} = \frac{[l]}{n} \quad (5.41)$$

Để thuận tiện cho việc tính trị trung bình cộng L, người ta chọn trị gần đúng l_0 đối với các kết quả đo. Sau khi chọn trị gần đúng, người ta tính số dư ϵ theo công thức:

$$\epsilon_i = l_i - l_0 \quad (i = 1 \div n) \quad (5.42)$$

Từ (5.42) rút ra:

$$l_i = l_0 + \epsilon_i \quad (i = 1 \div n) \quad (5.43)$$

Thay (5.43) vào (5.41) sẽ được:

$$L = l_0 + \frac{[\epsilon]}{n} \quad (1.44)$$

Trị trung bình cộng của dãy kết quả đo có tính chất là khi số lần đo tăng lên vô hạn, thì trị trung bình cộng sẽ tiến tới giá trị thực của đại lượng đo.

Thực vậy, nếu đại lượng đo có trị thực là X, chúng ta tính được các sai số thực :

$$\Delta_1 = l_1 - X$$

$$\Delta_2 = l_2 - X$$

.....

$$\Delta_n = l_n - X$$

Lấy tổng từng vế của các đẳng thức này, sau đó chia cho số lần đo n, sẽ được:

$$\frac{[\Delta]}{n} = \frac{[l]}{n} - X \quad (5.45)$$

Khi số lần đo tăng lên vô hạn, theo tính chất thứ tư của sai số ngẫu nhiên thì:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0, \text{ do đó } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[l]}{n} = X$$

5.6 SAI SỐ TRUNG PHƯƠNG CỦA TRỊ TRUNG BÌNH CỘNG.

Từ công thức (5.41), viết được:

$$L = \frac{1}{n}l_1 + \frac{1}{n}l_2 + \dots + \frac{1}{n}l_n$$

Khi đo cùng độ chính xác thì các trị đo $l_1, l_2, \dots, l_n$ có sai số trung phương bằng nhau:

$$m_1 = m_2 = \dots = m_n = m.$$

Ký hiệu sai số trung phương của trị trung bình cộng là M, sẽ có:

$$M = \sqrt{\frac{1}{n^2}m_1^2 + \frac{1}{n^2}m_2^2 + \dots + \frac{1}{n^2}m_n^2} = \sqrt{\frac{m^2}{n}}$$

$$\text{Hay } M = \frac{m}{\sqrt{n}} \quad (5.46)$$

Theo tiêu chuẩn đánh giá độ chính xác, đại lượng đo có sai số trung phương càng nhỏ thì chất lượng đo càng tốt.

Theo công thức (5.46) thì sai số trung phương của trị trung bình cộng nhỏ hơn sai số trung phương của mỗi trị đo riêng, do vậy trị trung bình cộng là trị đáng tin cậy nhất so với các trị đo của đại lượng đo.

5.7 SỐ HIỆU CHỈNH XÁC SUẤT NHẤT CỦA CÁC TRỊ ĐO CÙNG ĐỘ CHÍNH XÁC MỘT ĐẠI LƯỢNG VÀ CÁC TÍNH CHẤT CỦA NÓ.

Giả sử có một dãy kết quả đo cùng độ chính xác $l_1, l_2, \dots, l_n$ của một đại lượng. Trị trung bình cộng của các kết quả đo này là L, thì số hiệu chỉnh xác suất nhất là hiệu số giữa trị trung bình cộng và các trị đo. Gọi số hiệu chỉnh xác suất nhất là V, thì ở lần đo thứ i sẽ có:

$$V_i = L - l_i \quad (i = 1 \div n) \quad (5.47)$$

Số hiệu chỉnh xác suất nhất có hai tính chất sau đây:

1. Tổng số số hiệu chỉnh xác suất bằng 0, nghĩa là:

$$[V] = 0 \quad (5.48)$$

Để chứng minh tính chất này, chúng ta triển khai đẳng thức (5.47):

$$V_1 = L - l_1$$

$$V_2 = L - l_2$$

.....

$$V_n = L - l_n$$

Lấy tổng từng vế của các đẳng thức trên sẽ được:

$$[V] = nL - [l] \quad (5.49)$$

Thay thế trị số L ở (5.41) vào (5.49), sẽ được:

$$[V] = n \frac{[l]}{n} - [l] = 0$$

Tính chất thứ nhất của số hiệu chỉnh xác suất nhất này dùng để kiểm tra kết quả tính trị trung bình cộng L và số hiệu chỉnh xác suất nhất V_i ($i = 1 \div n$).

2. Tổng bình phương các số hiệu chỉnh xác suất nhất đạt giá trị cực tiểu, nghĩa là:

$$[VV] = \min \quad (5.50)$$

Để chứng minh tính chất này, chúng ta cần tìm một trị số x sao cho tổng bình phương của hiệu số giữa trị số x và các trị đo $l_1, l_2, \dots, l_n$ là nhỏ nhất, nghĩa là:

$$[(x - l_i)^2] = [VV] = \min \quad (5.51)$$

$$\text{Ở đây } V_i = x - l_i \quad (i = 1 \div n)$$

Lập hàm:

$$f(x) = [(x - l_i)^2] \quad (5.52)$$

Để hàm $f(x)$ có giá trị cực tiểu thì đạo hàm bậc nhất của hàm bằng 0 và đạo hàm bậc hai dương.

Lấy đạo hàm bậc nhất của (5.52) theo x , cho đạo hàm bậc nhất bằng 0:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2[(x - l_i)] = 0$$

Hay:

$$2(x - l_1 + x - l_2 + \dots + x - l_n) = 2(nx - [l]) = 0 \quad (5.53)$$

Từ (5.53) rút ra:

$$x = \frac{[l]}{n} \quad (5.54)$$

Lấy đạo hàm bậc hai của (5.53) theo x được:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2n > 0 \quad (5.55)$$

Trị số x được tính theo (5.54) chính là trị xác suất nhất và số hiệu chỉnh tính theo trị xác suất nhất ở (5.51) là số hiệu chỉnh xác suất nhất. Thỏa mãn điều kiện $[VV] = \min$ sẽ là số hiệu chỉnh đáng tin cậy nhất.

5.8 SAI SỐ TRUNG PHƯƠNG CỦA MỘT LẦN ĐO VÀ SAI SỐ TRUNG PHƯƠNG CỦA TRỊ TRUNG BÌNH CỘNG ĐƯỢC XÁC ĐỊNH THEO SỐ HIỆU CHỈNH XÁC SUẤT NHẤT.

Giả sử đo n lần cùng độ chính xác một đại lượng, giá trị thực của đại lượng đo là X chưa biết, có thể đánh giá độ chính xác kết quả đo theo số hiệu chỉnh xác suất nhất.

Chúng ta viết các đẳng thức sau đây:

$$\begin{aligned} \Delta_i &= l_i - X \\ V_i &= L - l_i \end{aligned} \quad (5.56)$$

Cộng từng vế của (5.56) sẽ được:

$$\Delta_i + V_i = L - X \quad (5.57)$$

Hiệu số $L - X = \delta$ là sai số thực của trị trung bình cộng, nên (5.57) viết được:

$$\begin{aligned} \Delta_i &= \delta - V_i \\ (i &= 1 \div n) \end{aligned} \quad (5.58)$$

Bình phương hai vế của (5.58), sau đó lấy tổng từng vế lại sẽ có:

$$[\Delta^2] = n\delta^2 + [V^2] - 2\delta[V]$$

Do tổng $[V] = 0$ nên:

$$[\Delta^2] = n\delta^2 + [V^2] \quad (5.59)$$

Chia cả hai vế của (5.59) cho n , được:

$$\frac{[\Delta^2]}{n} = \delta^2 + \frac{[V^2]}{n} \quad (5.60)$$

Từ (5.58) suy ra:

$$\delta = \frac{[\Delta]}{n} = \frac{(\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n)}{n}$$

Do đó:

$$\delta^2 = \frac{(\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n)^2}{n^2} = \frac{1}{n^2} ([\Delta^2] + 2[\Delta_i \Delta_{i+1}]) \quad (i \neq j)$$

Vì tích của hai sai số ngẫu nhiên vẫn là sai số ngẫu nhiên, nên khi n đủ lớn thì $\frac{[\Delta_i \Delta_{i+1}]}{n} = 0$. Như thế:

$$\delta^2 = \frac{[\Delta^2]}{n^2}$$

Đẳng thức (5.60) bây giờ có dạng:

$$\frac{[\Delta^2]}{n} = \frac{[\Delta^2]}{n^2} + \frac{[V^2]}{n}$$

Hay:

$$\frac{[\Delta^2]}{n} - \frac{[\Delta^2]}{n^2} = \frac{[V^2]}{n}$$

Có:

$$\frac{[\Delta^2]}{n} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{[V^2]}{n}$$

Suy ra:

$$\frac{[\Delta^2]}{n} \frac{(n-1)}{n} = \frac{[V^2]}{n} \quad (5.61)$$

Theo (5.3) thì:

$$m^2 = \frac{[\Delta^2]}{n}$$

Do đó (5.61) sẽ là:

$$m^2(n-1) = [V^2]$$

Cuối cùng có:

$$m = \sqrt{\frac{[V^2]}{n-1}} \quad (5.62)$$

Công thức (5.62) là công thức Bessen để tính sai số trung phương của trị đo theo số hiệu chỉnh xác suất nhất.

Sai số trung phương của trị trung bình cộng được tính theo số hiệu chỉnh xác suất nhất sẽ là:

$$M = \sqrt{\frac{[V^2]}{n(n-1)}} \quad (5.63)$$

Vì số lượng các số hiệu chỉnh xác suất nhất có hạn nên chính sai số trung phương m tính theo công thức (5.62) cũng có sai số. Trong lý thuyết xác suất đã chứng minh được trong trường hợp số hiệu chỉnh xác suất nhất có hạn, thì sai số trung phương của sai số trung phương được tính theo công thức (5.62) sẽ là:

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}} \quad (5.64)$$

Ví dụ, góc nằm ngang β được đo 6 lần, kết quả đo được ghi trong bảng 5.5. Tính trị xác suất nhất của góc đo, sai số trung phương của một lần đo và sai số trung phương của trị xác suất nhất.

Bảng 5.5

Thứ tự đo	Trị đo	ε (")	V (")	V^2 (") ²	Ghi chú
1	$147^0 45' 18'' 5$	-1''5	+2''0	4,00	Trị xác suất nhất $\beta = 147^0 45' 20'' 5$ $m = \pm 2''$ $M = \pm 0'' 8$
2	$20'' 9$	+0,9	-0,4	0,16	
3	$21'' 4$	+1,4	-0,9	0,81	
4	$18'' 1$	-1,9	+2,4	5,76	
5	$20'' 5$	+0,5	0	0	
6	$23'' 6$	+3,6	-3,1	9,61	
	$l_0 = 147^0 45' 20''$	+3''	0	20,34	

$$\beta = 147^0 45' 20'' + 3'' = 147^0 45' 20'' 5$$

$$m = \sqrt{\frac{20,34}{5}} = \pm 2'' 0$$

$$M = \frac{\pm 2'' 0}{\sqrt{6}} = \pm 0'' 8$$

$$\text{Kết quả } \beta = 147^0 45' 20'' 5 \pm 0'' 8$$

5.9 ĐO KHÔNG CÙNG ĐỘ CHÍNH XÁC. TRỌNG SỐ KẾT QUẢ ĐO VÀ CÁC TÍNH CHẤT CỦA TRỌNG SỐ.

Đối với trường hợp đo không cùng độ chính xác, việc xác định trị xác suất nhất của các trị đo và đánh giá độ chính xác của nó được thực hiện khi tính đến các trọng số của các trị đo

Đánh giá độ chính xác kết quả đo có thể đặc trưng bằng sai số trung phương hoặc bằng trọng số.

Trong trường hợp đo cùng độ chính xác thì trọng số bằng nhau, còn trong trường hợp đo không cùng độ chính xác thì trọng số khác nhau.

Ký hiệu trọng số của kết quả đo là p , thì trọng số được xác định theo công thức:

$$p = \frac{k}{m^2} \quad (5.65)$$

Trong đó:

k là hằng số được chọn sao cho p trở thành con số tiện lợi và đơn giản khi xử lý số liệu đo.
 m là sai số trung phương của kết quả đo.

Độ chính xác đo càng cao thì trọng số càng lớn, còn sai số trung phương càng nhỏ.

Trong công thức (5.65), nếu chúng ta chọn k bằng bình phương sai số trung phương, nghĩa là $k = m^2$, tương ứng với trường hợp này có trọng số p_0 được tính:

$$p = \frac{m^2}{m^2} = 1 \quad (5.66)$$

Trọng số $p = 1$ được gọi là trọng số đơn vị. Sai số trung phương tương ứng với trọng số đơn vị được gọi là sai số trung phương trọng số đơn vị ký hiệu là μ , công thức (5.65) được viết ở dạng:

$$p = \frac{\mu^2}{m^2} \quad (5.67)$$

Trọng số và việc lựa chọn trọng số trong bài toán bình sai lưới trắc địa hỗn hợp có nhiều trị đo không cùng độ chính xác có vai trò rất quan trọng.

Trọng số có các tính chất sau đây:

1. Tỷ số của hai trọng số không thay đổi nếu tăng hoặc giảm hai trọng số cùng một số lần.

Ví dụ, kết quả đo một góc là trị trung bình cộng từ ba lần đo, còn kết quả của góc khác là trị trung bình cộng từ sáu lần đo. Trọng số của góc thứ nhất $p_1 = 3$, trọng số của góc thứ hai là $p_2 = 6$. Lập tỷ số của hai trọng số này:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Nếu giảm cả hai trọng số này đi ba lần, nghĩa là $p_1 = 1$, $p_2 = 3$, sẽ được:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{3}$$

2. Tỷ số của hai trọng số tỷ lệ nghịch với bình phương sai số trung phương tương ứng.

Nếu hai kết quả đo có trọng số tương ứng là p_1 , p_2 thì:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

Ví dụ sai số trung phương của ba góc là $m_1 = 5''$; $m_2 = 6''$; $m_3 = 10''$. Tính trọng số của các góc.

Theo công thức (5.65) có:

$$p = \frac{k}{m^2}$$

Nếu chọn $k = 900$, sẽ có:

$$p_1 = \frac{900}{25} = 36; \quad p_2 = \frac{900}{36} = 25; \quad p_3 = \frac{900}{100} = 9;$$

5.10 TRỌNG SỐ CỦA HÀM CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐO.

Nếu biết được trọng số của các đại lượng đo thì sẽ tính được trọng số của hàm.

Trong công thức tính trọng số:

$$p = \frac{k}{m^2}$$

Nếu lấy $k = 1$, sẽ có:

$$p = \frac{1}{m^2} \text{ hay } m^2 = \frac{1}{p}$$

Đại lượng $\frac{1}{p}$ được gọi là trọng số đảo.

Chúng ta tính trọng số đảo cho một số dạng hàm số sau:

1. Hàm có dạng:

$$Z = kx + c$$

Theo công thức (5.16) sai số trung phương của hàm là:

$$m_z = km_x$$

Hay:

$$m_z^2 = k^2 m_x^2$$

Thay sai số trung phương bằng trọng số đảo, sẽ được:

$$\frac{1}{p_z} = \frac{1}{p_x} k^2 \quad (5.68)$$

2. Hàm có dạng:

$$z = k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n + c$$

Theo công thức (5.25) thì sai số trung phương của hàm là:

$$m_z = \sqrt{k_1^2 m^2 x_1 + k_2^2 m^2 x_2 + \dots + k_n^2 m^2 x_n}$$

Hay:

$$m_z^2 = k_1^2 m^2 x_1 + k_2^2 m^2 x_2 + \dots + k_n^2 m^2 x_n$$

Thay thế sai số trung phương bằng trọng số đảo sẽ được:

$$\frac{1}{p_z} = k_1^2 \frac{1}{p_1} + k_2^2 \frac{1}{p_2} + \dots + k_n^2 \frac{1}{p_n} \quad (5.69)$$

3. Hàm có dạng:

$$z = \pm x_1 \pm x_2 \pm x_3 \pm \dots \pm x_n + c$$

Theo công thức (1.34) sai số trung phương của hàm là:

$$m_z = \sqrt{m_{x1}^2 + m_{x2}^2 + \dots + m_{xn}^2}$$

Hay:

$$m_z^2 = m_{x1}^2 + m_{x2}^2 + \dots + m_{xn}^2$$

Thay thế sai số trung phương bằng trọng số đảo sẽ được:

$$\frac{1}{p_z} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \dots + \frac{1}{p_n} \quad (5.70)$$

4. Hàm có dạng:

$$z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

Theo công thức (5.40), sai số trung phương của hàm là:

$$m_z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_{x1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_{x2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_{xn}^2}$$

Hay:

$$m_z^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 m_{x1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 m_{x2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 m_{xn}^2$$

Thay thế sai số trung phương bằng trọng số đảo sẽ được:

$$\frac{1}{p_z} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \frac{1}{p_1} + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \frac{1}{p_2} + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \frac{1}{p_n} \quad (5.71)$$

5.11 SAI SỐ TRUNG PHƯƠNG TRỌNG SỐ ĐƠN VỊ.

Trong trường hợp đo không cùng độ chính xác, các kết quả nhận được có sai số trung phương khác nhau. Để đánh giá độ chính xác của kết quả đo người ta dùng sai số trung phương trọng số đơn vị, ký hiệu là μ .

Trong trắc địa, khi bình sai các kết quả đo không cùng độ chính xác của đại lượng đo, người ta có thể tính sai số trung phương trọng số đơn vị theo những cách khác nhau phụ thuộc vào tài liệu đã biết:

1. Tính μ khi xác định trọng số theo sai số trung phương đã biết của các kết quả đo.

Trong trường hợp này, trọng số được xác định theo công thức:

$$p_i = \frac{k}{m_i^2} = \frac{\mu^2}{m_i^2} \quad (5.72a)$$

Khi đó:

$$\mu = \sqrt{k} \quad (5.72b)$$

2. Tính μ theo sai số trung phương và trọng số tương ứng của các kết quả đo cùng loại.

Trước tiên, chúng ta lập mối quan hệ giữa sai số trung phương trọng số đơn vị và sai số trung phương của các kết quả đo.

Theo công thức (5.65) viết được:

$$1 = \frac{k}{\mu^2}; p = \frac{k}{m^2}$$

Lập tỷ số của hai biểu thức trên, có:

$$\frac{p}{1} = \frac{k}{m^2} : \frac{k}{\mu^2} = \frac{\mu^2}{m^2}$$

Do đó:

$$\mu = m\sqrt{p} \quad (5.73)$$

3. Tính μ theo sai số thực và trọng số của những đại lượng liên hệ phụ thuộc vào các đại lượng đo trực tiếp.

Giả sử có dãy kết quả đo không cùng độ chính xác $l_1, l_2, \dots, l_n$, có sai số thực, trọng số và sai số trung phương tương ứng là:

$$\begin{aligned} &\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n \\ &p_1, p_2, \dots, p_n \\ &m_1, m_2, \dots, m_n \end{aligned}$$

Đem nhân mỗi kết quả đo với l_i với $\sqrt{p_i}$ tương ứng, sẽ được dãy đo mới:

$$l_1\sqrt{p_1}, l_2\sqrt{p_2}, \dots, l_n\sqrt{p_n}$$

Các sai số thực tương ứng sẽ là:

$$\Delta_1\sqrt{p_1}, \Delta_2\sqrt{p_2}, ..., \Delta_n\sqrt{p_n}$$

Các trị số $l_i\sqrt{p_i}$ là hàm của các trị đo l_i , nên sai số trung phương của chúng sẽ là:

$$m_1\sqrt{p_1}, m_2\sqrt{p_2}, ..., m_n\sqrt{p_n}$$

Nếu chú ý tới công thức (5.72a), nhận thấy dãy kết quả đo mới $l_i\sqrt{p_i}$ là cùng độ chính xác, vì chúng có sai số trung phương $m_i\sqrt{p_i} = \mu$ như nhau. Trong trường hợp đo cùng độ chính xác đã có công thức (5.3) để tính sai số trung phương theo sai số thực. Trong trường hợp này, công thức tính sai số trung phương trọng số đơn vị sẽ là:

$$\mu = \sqrt{\frac{[p\Delta^2]}{n}} \quad (5.74)$$

4. Tính μ theo số hiệu chỉnh xác suất nhất.

Trong trường hợp này sai số trung phương trọng số đơn vị được tính sẽ được tính:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pV^2]}{n-1}} \quad (5.75)$$

5.12. XỬ LÝ TOÁN HỌC CÁC KẾT QUẢ ĐO KHÔNG CÙNG ĐỘ CHÍNH XÁC CỦA CÙNG MỘT ĐẠI LƯỢNG. TRỊ TRUNG BÌNH CỘNG TỔNG QUÁT.

Giả sử có n nhóm đo không cùng độ chính xác của cùng một đại lượng, số lần đo của mỗi nhóm là $p_1, p_2, \dots, p_n$.

Theo các nhóm sẽ có được các tổng của kết quả đo là $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_n$. Trị trung bình cộng của mỗi nhóm là:

$$l_1 = \frac{\Sigma_1}{p_1}, l_2 = \frac{\Sigma_2}{p_2}, \dots, l_n = \frac{\Sigma_n}{p_n}$$

Các trị đo $l_1, l_2, \dots, l_n$ lại là không cùng độ chính xác, vì chúng có các trọng số $p_1, p_2, \dots, p_n$ khác nhau.

Trị xác suất nhất của đại lượng đo được tính theo công thức:

$$L_0 = \frac{\Sigma_1 + \Sigma_2 + \dots + \Sigma_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

Hay:

$$L_0 = \frac{p_1 l_1 + p_1 l_2 + \dots + p_1 l_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{[pl]}{[p]} \quad (5.76)$$

Trị L_0 được tính theo công thức (5.76) được gọi là trị trung bình cộng tổng quát.

Để thuận tiện trong tính toán, sử dụng công thức:

$$L_0 = l_0 + \frac{[p\varepsilon]}{[p]} \quad (5.77)$$

Ở đây:

l_0 : Trị gần đúng của kết quả đo

ε : Số dư, được tính:

$$\varepsilon_i = l_i - l_0$$

Trị trung bình cộng tổng quát cũng có các tính chất giống như trị trung bình cộng trong trường hợp đo cùng độ chính xác đã biết ở tiết 5.5.

Công thức (5.76) có thể viết ở dạng:

$$L_0 = \frac{p_1}{[p]} l_1 + \frac{p_2}{[p]} l_2 + \dots + \frac{p_n}{[p]} l_n$$

Chúng ta xem trị trung bình cộng tổng quát L_0 là hàm tuyến tính của các trị đo $l_1, l_2, \dots, l_n$ nên có thể viết được công thức tính trọng số đảo cho hàm này là:

$$\frac{1}{P_0} = \left(\frac{p_1}{[p]} \right)^2 \frac{1}{p_1} + \left(\frac{p_2}{[p]} \right)^2 \frac{1}{p_2} + \dots + \left(\frac{p_n}{[p]} \right)^2 \frac{1}{p_n}$$

Hay:

$$\frac{1}{P_0} = \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_n}{[p]^2} = \frac{[p]}{[p]^2} = \frac{1}{[p]}$$

Có:

$$P_0 = [p] \quad (5.78)$$

Nghĩa là trọng số của trị trung bình cộng tổng quát bằng tổng trọng số của các kết quả đo.

Nếu chúng ta gọi sai số trung phương của trị trung bình cộng tổng quát là M_0 , thì M_0 có thể xác định theo sai số trung phương trọng số đơn vị.

Trị trung bình cộng tổng quát ở (5.76) được viết ở dạng:

$$L_0 = \frac{1}{[p]} (p_1 l_1 + p_2 l_2 + \dots + p_n l_n)$$

Sai số trung phương M_0 được xác định:

$$M_0^2 = \frac{1}{[p]^2} (p_1^2 m_1^2 + p_2^2 m_2^2 + \dots + p_n^2 m_n^2) \quad (a)$$

Từ công thức (5.73) viết được:

$$p_i = \frac{\mu^2}{m_i^2} \quad (b)$$

Thay (b) vào (a) sẽ có:

$$M_0^2 = \frac{1}{[p]^2} \left(p_1 \frac{\mu^2}{m_1^2} m_1^2 + p_2 \frac{\mu^2}{m_2^2} m_2^2 + \dots + p_n \frac{\mu^2}{m_n^2} m_n^2 \right)$$

Hay:

$$M_0^2 = \frac{\mu^2}{[p]^2} (p_1 + p_2 + \dots + p_n) = \frac{\mu^2}{[p]^2} [p] = \frac{\mu^2}{[p]}$$

Cuối cùng có:

$$M_0 = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} \quad (5.79)$$

5.13. SỐ HIỆU CHỈNH XÁC SUẤT NHẤT CỦA KẾT QUẢ ĐO KHÔNG CÙNG ĐỘ CHÍNH XÁC CỦA CÙNG MỘT ĐẠI LƯỢNG VÀ CÁC TÍNH CHẤT CỦA NÓ.

Nếu có dãy trị đo $l_1, l_2, \dots, l_n$ không cùng độ chính xác của cùng một đại lượng với trọng số tương ứng là $p_1, p_2, \dots, p_n$ thì số hiệu chỉnh xác suất nhất được tính:

$$V_i = L_0 - l_i \quad (5.80)$$

$$(i = 1 \div n)$$

Đem nhân hai vế của (5.80) với các trọng số tương ứng, sau đó lấy tổng số, có:

$$p_1 V_1 = p_1 (L_0 - l_1)$$

$$p_2 V_2 = p_2 (L_0 - l_2)$$

.....

$$p_n V_n = p_n (L_0 - l_n)$$

$$[pV] = [p]L_0 - [pl]$$

Theo công thức (5.76) thì:

$$[p]L_0 - [pl] = 0$$

$$\text{Do đó } [pV] = 0 \quad (5.81)$$

Đẳng thức (5.81) chính là tính chất thứ nhất số hiệu chỉnh xác suất nhất trong trường hợp đo không cùng độ chính xác.

Tính chất thứ hai của số hiệu chỉnh xác suất nhất là:

$$[pV^2] = \min \quad (5.82)$$

Để chứng minh cho tính chất thứ hai của số hiệu chỉnh xác suất nhất, chúng ta lập hàm:

$$f(x) = [p_i (x - l_i)^2] \quad (a)$$

Lấy đạo hàm bậc nhất, cho đạo hàm bằng 0 sẽ có:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2[p_i (x - l_i)] = 0 \quad (b)$$

Lấy tiếp đạo hàm bậc hai, ta có:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2[p] > 0$$

Hàm $f(x)$ đạt cực tiểu.

Từ (b) có:

$$x = \frac{[pl]}{[p]} = L_0 \quad (c)$$

Do vậy, trị số x tính được ở (c) chính là trị xác suất nhất L_0 được tính theo (5.76) và số hiệu chỉnh tính theo trị xác suất nhất ở (5.80) là số hiệu chỉnh xác suất nhất. Trong trường hợp đo không cùng độ chính xác, số hiệu chỉnh thoả mãn điều kiện (5.82) là số hiệu chỉnh đáng tin cậy nhất.

5.14. ĐÁNH GIÁ ĐỘ CHÍNH XÁC CỦA CÁC KẾT QUẢ ĐO KHÔNG CÙNG ĐỘ CHÍNH XÁC THEO SỐ HIỆU CHỈNH XÁC SUẤT NHẤT.

Nếu có dãy trị đo không cùng độ chính xác $l_1, l_2, \dots, l_n$ của cùng một đại lượng, đã biết các trọng số tương ứng là $p_1, p_2, \dots, p_n$, có thể đánh giá độ chính xác của các trị đo theo số hiệu chỉnh xác suất nhất.

Sai số trung phương trọng số đơn vị được tính theo công thức Bessen:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pV^2]}{n-1}}$$

Sai số trung phương của trị trung bình cộng tổng quát được xác định theo công thức:

$$M_0 = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} = \sqrt{\frac{[pV^2]}{[p](n-1)}} \quad (5.83)$$

Để kiểm tra trị số $[pV^2]$ người ta làm như sau. Theo công thức (5.80) có:

$$V_i = L_0 - l_i$$

$$(i = 1 \div n)$$

Nhân cả hai vế của đẳng thức này với $p_i V_i$, sau đó lấy tổng số lại, có:

$$[pV^2] = L_0 [pV] - [pVl]$$

Đã biết $[pV] = 0$ nên có:

$$[pV^2] = -[pVl]$$

Nếu $l_i = l_0 + \varepsilon_i$ ($i = 1 \div n$), sẽ có:

$$[pV^2] = -[pV] l_0 - [pV\varepsilon]$$

Do $[pV] = 0$, nên:

$$[pV^2] = -[pV\varepsilon] \quad (5.84)$$

Ví dụ, góc nằm ngang β được đo không cùng độ chính xác, kết quả đo, số lần đo ghi trong bảng 5.6. Tính trị trung bình cộng tổng quát, sai số trung phương trọng số đơn vị, sai số trung phương của trị trung bình cộng tổng quát.

Bảng 5.6

TT	Trị đo góc	Số lần đo	Trọng số	ε	$p\varepsilon$	V	pV	PV ²	pV ε
1	50°06'07''	2	1	-3''	-3''	+5''	+5	25	-15
2	50°06'16''	4	2	+6	+12''	-4''	-8	32	-48
3	50°06'11''	6	3	+1	+3''	+1''	+3	3	+3
	50°06'10''		6		+12''		0	60	-60

Trị trung bình cộng tổng quát:

$$\beta_0 = 50^\circ 06' 10'' + \frac{12''}{6} = 50^\circ 06' 12''$$

Sai số trung phương trọng số đơn vị:

$$\mu = \sqrt{\frac{60}{2}} = \pm 5.5$$

Sai số trung phương của trị trung bình cộng tổng quát:

$$M_0 = \frac{\pm 5.5}{\sqrt{6}} = \pm 2.2$$

Kết quả $\beta_0 = 50^\circ 06' 12'' \pm 2.2''$.

5.15. NGUYÊN TẮC ẢNH HƯỞNG BẰNG NHAU.

Trong công tác trắc địa, khi xây dựng phương án thiết kế đo đạc, phải ước tính độ chính xác cần đạt được của những đại lượng đo để thoả mãn một yêu cầu về độ chính xác đã được đặt ra. Để giải quyết vấn đề này, người ta áp dụng nguyên tắc ảnh hưởng bằng nhau, có nghĩa là cho ảnh hưởng sai số của các đại lượng đo tác động bằng nhau đến sai số của hàm số các đại lượng đo.

Trong thực tế, chúng ta thường gặp hàm số dạng:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5.85)$$

Cần ước tính độ chính xác của các đại lượng đo x_i ($i=1÷n$), sao cho độ chính xác đã được đặt ra là m_y .

Như đã biết sai số trung phương của hàm số này được xác định:

$$m_y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_{x1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_{x2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_{xn}^2 \quad (5.86)$$

Cho các phần tử bên phải của (5.86) bằng nhau, sẽ có:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_{x1}^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_{x2}^2 = \dots = \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_{xn}^2 = \frac{m_y^2}{n} \quad (5.87)$$

Hay:

$$\left|\frac{\partial f}{\partial x_1} m_{x1}\right| = \left|\frac{\partial f}{\partial x_2} m_{x2}\right| = \dots = \left|\frac{\partial f}{\partial x_n} m_{xn}\right| = \frac{m_y}{\sqrt{n}} \quad (5.88)$$

Bây giờ chúng ta tính ngược lại để tìm sai số trung phương của các đại lượng đo m_{x1} , $m_{x2}, \dots, m_{xn}$. Nói một cách khác, là ước tính độ chính xác cần thiết phải đạt được của các đại lượng đo để đảm bảo độ chính xác yêu cầu của hàm số đó.

Sau khi ước tính độ chính xác của các đại lượng, phải chú ý đến việc đảm bảo điều kiện kinh tế và kỹ thuật để thực hiện phương án thiết kế.

Trường hợp phương tiện kỹ thuật đảm bảo và phương án đặt ra là kinh tế, thì áp dụng nguyên tắc ảnh hưởng bằng nhau là thuận tiện nhất.

Trường hợp sau khi ước tính thấy đại lượng đo nào không đủ phương tiện kỹ thuật để đảm bảo độ chính xác đã ước tính hoặc phương án đặt ra là không kinh tế, thì có điều chỉnh bằng cách hạ thấp độ chính xác của đại lượng đó để đo đạc dễ dàng hơn, đồng thời tăng độ chính xác của đại lượng đo khác để bù trừ nhau, đảm bảo mục tiêu cuối cùng là độ chính xác của các hàm số đạt được yêu cầu đặt ra.

Ví dụ, khi đo cao lượng giác hiệu số độ cao được xác định theo công thức:

$$h = S \cdot \text{tg} V$$

Với điều kiện $S = 120\text{m}$, góc nghiêng $V = 4^0$, h cần đạt được sai số trung phương $m_h = \pm 4\text{cm}$. Ước tính độ chính xác cần đạt được khi đo góc nghiêng và đo chiều dài.

Sai số trung phương của hàm:

$$m_h^2 = \text{tg}^2 V m_S^2 + \frac{S^2}{\cos^4 V} \frac{m_V^2}{\rho^2}$$

Cho ảnh hưởng sai số đo góc nghiêng và đo chiều dài tác động đến sai số trung phương của hiệu số độ cao là như nhau, sẽ có:

$$\text{tg}^2 V m_S^2 = \frac{S^2}{\cos^4 V} \frac{m_V^2}{\rho^2} = \frac{m_h^2}{2}$$

Tính sai số đo chiều dài:

$$m_S^2 = \frac{m_h^2}{2 \text{tg}^2 V} \quad \text{hay} \quad m_S = \pm \frac{m_h}{\sqrt{2} \text{tg} V}$$

Thay số vào ta được:

$$m_S = \pm \frac{4\text{cm}}{\sqrt{2} \text{tg} 4^0} = \pm \frac{4\text{cm}}{\sqrt{2.0,0699}} = \pm 40\text{cm}$$

Sai số tương đối đo chiều dài:

$$\frac{m_s}{S} = \frac{40\text{cm}}{120\text{m}} = \frac{40\text{cm}}{12000\text{cm}} = \frac{1}{300}$$

Tính sai số đo góc nghiêng:

$$m_v^2 = \frac{m_h^2 \cos^4 \alpha \rho^2}{2S^2}$$

Hay:

$$m_v = \frac{m_h \cos^2 \alpha \rho}{\sqrt{2}S}$$

Thay số vào ta được:

$$m_v = \frac{4\text{cm} \cos^2 40^\circ .3438'}{120\text{m}\sqrt{2}} = \frac{4\text{cm}(0,998)^2 .3438'}{12000\text{cm}\sqrt{2}} = \pm 0'81$$

Dùng máy kinh vĩ thông thường cũng đạt được sai số đo góc $m_v = \pm 0'81$ và dùng dây chỉ đo khoảng cách trong ống kính của máy kinh vĩ và mìa để đo chiều dài.

Chương 6

BÌNH SAI LƯỚI TRẮC ĐỊA KHU VỰC

6.1. KHÁI NIỆM VỀ LƯỚI KHÔNG CHẾ TRẮC ĐỊA

Khi làm công tác quản lý đất, quy hoạch đất thì tài liệu chính được sử dụng là bản đồ, bình đồ. Ngoài ra bản đồ, bình đồ còn phục vụ cho nhiều ngành kinh tế quốc dân và quốc phòng.

Để thành lập bản đồ, bình đồ, công tác trắc địa phải giải quyết hai phần công việc. Đầu tiên là xây dựng mạng lưới khống chế trắc địa mặt bằng và độ cao. Sau đó dựa trên lưới khống chế tiến hành đo vẽ địa hình, địa vật.

Mạng lưới khống chế trắc địa là hệ thống các điểm khống chế trắc địa liên kết lại với nhau. Các điểm khống chế trắc địa được chọn và đánh dấu bằng các dấu mốc vững chắc ở trên mặt đất. Tiến hành đo đạc các yếu tố của lưới, xử lý số liệu để tính ra tọa độ, độ cao của các điểm khống chế trong một hệ thống tọa độ và độ cao thống nhất.

Lưới khống chế trắc địa được xây dựng theo nguyên tắc: "Từ toàn diện đến cục bộ", "Từ chính xác cao đến độ chính xác thấp". Theo nguyên tắc này, đầu tiên trên toàn bộ khu vực trên mặt đất bố trí một số điểm có độ chính xác cao, sau đó phát triển tầng dày các điểm có độ chính xác thấp hơn.

Theo quy mô và độ chính xác của lưới khống chế trắc địa, trong phạm vi lãnh thổ của một quốc gia, lưới khống chế trắc địa được chia thành ba loại: đầu tiên là lưới khống chế trắc địa Nhà nước, sau đó là lưới khống chế trắc địa khu vực, cuối cùng là lưới khống chế trắc địa đo vẽ.

Lưới khống chế trắc địa Nhà nước của Việt Nam cả về mặt bằng và độ cao được xây dựng theo 4 hạng là: hạng I, hạng II, hạng III, hạng IV. Độ chính xác giảm dần từ hạng I xuống hạng IV.

Lưới khống chế mặt bằng và lưới khống chế độ cao Nhà nước của Việt Nam được xây dựng qua nhiều giai đoạn, sử dụng nhiều phương pháp đo khác nhau.

Giai đoạn đo đạc lưới tam giác hạng I, hạng II ở miền Bắc được tiến hành từ năm 1959 đến năm 1963, tính toán bình sai xong năm 1966.

Lưới tam giác đo góc hạng I được xây dựng dưới dạng tam giác dày đặc, lưới tam giác hạng II được xây dựng chủ yếu bằng phương pháp chêm điểm vào lưới tam giác hạng I. Mạng lưới này có 339 điểm tam giác hạng I và 696 điểm tam giác hạng II. Chiều dài cạnh lưới tam giác hạng I trung bình là 25km, chiều dài cạnh lưới tam giác hạng II trung bình là 14km.

Giai đoạn đo đạc lưới tam giác đo góc hạng I khu vực Bình - Trị - Thiên được tiến hành từ năm 1977 đến năm 1983. Lưới gồm 25 điểm, trong đó có 3 điểm trùng với lưới thiên văn - trắc địa miền Bắc và 22 điểm mới, chiều dài cạnh lưới tam giác từ 20 km đến 25km.

Sai số trung phương đo góc tính theo Phererô bằng $\pm 0''63$, sai số trung phương vị đặt $\mu_\alpha = \pm 0''39$, sai số trung phương đơn vị trọng số sau bình sai đặt $\mu = \pm 0''496$.

Giai đoạn đo đạc lưới tam giác đo góc hạng II miền Trung, phương án xây dựng là lưới tam giác hạng II dày đặc thay thế cho việc xây dựng lưới tam giác hạng I và chêm lưới hạng II. Lưới được xây dựng từ năm 1983 đến 1992 gồm 8 khu đo: khu Bình - Trị - Thiên đến bắc Nghĩa Bình, khu Nghĩa Bình, khu Nghĩa Bình - Phú Khánh, khu Phú Khánh - Thuận Hải, khu Thuận Hải - Lâm Đồng, khu Đắk Lắk - Lâm Đồng, khu Gia Lai - Kon Tum, khu Đồng Nai - Vũng Tàu.

Lưới tam giác đo góc hạng II miền Trung có 351 điểm, chiều dài cạnh lưới tam giác từ 10 km đến 15km. Sai số trung phương đo góc tính theo Phererô nhỏ hơn $\pm 1''00$.

Giai đoạn đo đạc lưới đường chuyền hạng II Nam bộ được đo đạc từ năm 1988 đến năm 1990, có 174 điểm. Sai số trung phương đơn vị trọng số $\mu = \pm 0''415$; sai số trung phương vị trí điểm yếu nhất $m_x = \pm 0,413m$, $m_y = \pm 0,086m$.

Giai đoạn đo lưới GPS cạnh ngắn khu vực Minh Hải, Sông Bé, Tây Nguyên được đo từ năm 1991 đến năm 1993. Đây là khu vực đo có nhiều khó khăn. Khu đo Minh Hải có chiều dài cạnh lưới trung bình 25km, sai số tương đối đo chiều dài cạnh sau bình sai đạt từ 1/550.000 đến 1/1600000. Khu đo Sông Bé có chiều dài cạnh lưới trung bình 27km, sai số tương đối đo chiều dài cạnh sau bình sai đạt từ 1/765000 đến 1/3120000. Khu đo Tây Nguyên có chiều dài cạnh lưới trung bình 30km, sai số tương đối đo chiều dài cạnh sau bình sai đạt từ 1/280000 đến 1/1200000.

Lưới mặt bằng Nhà nước hạng I, hạng II đã phủ trùm cả nước. Một số vùng đã xây dựng lưới mặt bằng hạng III, hạng IV. Nhưng cho đến nay số điểm lưới mặt bằng hạng III, hạng IV đã bị hư hỏng khá nhiều.

Mạng lưới độ cao Nhà nước là mạng lưới độ cao được đo bằng phương pháp đo cao hình học, được xây dựng từ năm 1959 đến năm 1991.

Lưới độ cao hạng I gồm các tuyến: Hải Phòng - Hà Nội, Hà Nội - Lạng Sơn, Hà Nội - Lào Cai, Hà Nội - Vĩnh Linh - Sài Gòn - Minh Hải.

Trên cơ sở lưới độ cao hạng I, hạng II chêm dày lưới độ cao hạng III, hạng IV. Lưới độ cao hạng I được đo nối vào độ cao "O" mét ở Hòn Dấu (Đô Sơn - Hải Phòng).

Tổng chiều dài đường đo cao hạng I là 5096 km, đường đo cao hạng II là 4515km, đường đo cao hạng III là 2792 km, đường đo cao hạng IV là 7524 km.

Từ năm 1992 đến năm 1995, chúng ta đã đo lưới GPS cạnh dài phủ trùm toàn quốc nối đất liền với hải đảo, đo lưới GPS cấp "O" để kiểm định các lưới hạng I, hạng II mặt bằng đã xây dựng trước đây, đồng thời là phương tiện để đo nối tọa độ của Việt Nam với các lưới tọa độ trong khu vực và quốc tế.

Từ năm 1959 đến khoảng giữa năm 2000, lưới tọa độ Nhà nước Việt Nam được xử lý trên bề mặt toán học Ellipsoid thực dụng Kraxovski định vị phù hợp với lãnh thổ và lãnh hải nước ta. Tọa độ vuông góc được tính trên múi chiếu Gauss - Kruger 6⁰. Góc độ cao được tính theo mực nước biển trung bình ở Hòn Dấu (Đô Sơn - Hải Phòng).

Ngày 12 tháng 7 năm 2000, Thủ tướng Chính phủ đã ban hành Quyết định số 83/2000/QĐ-TTg về việc sử dụng hệ quy chiếu và hệ tọa độ quốc gia Việt Nam. Theo quyết định này, tên hệ quy chiếu và hệ tọa độ quốc gia là VN-2000, dùng Ellipsoid quy chiếu WGS-84 toàn cầu có kích thước là bán trục lớn $a = 6378137,0\text{m}$; độ dẹt $f = 1/298,257223563$; điểm gốc tọa độ quốc gia là điểm Noo đặt trong khuôn viên Viện Nghiên cứu Địa chính, đường Hoàng Quốc Việt, Hà Nội; lưới chiếu tọa độ phẳng cơ bản là lưới chiếu hình trụ ngang đồng góc UTM quốc tế; múi chiếu và phân mảnh bản đồ cơ bản theo hệ thống lưới chiếu hình trụ ngang đồng góc UTM quốc tế, danh pháp tờ bản đồ theo hệ thống hiện hành có chú thích danh pháp UTM quốc tế.

Căn cứ quyết định số 83/2000/QĐ-TTg của Thủ tướng Chính phủ, ngày 20 tháng 6 năm 2001 Tổng cục Địa chính đã có thông tư số 937/2001/TT-TCĐC hướng dẫn áp dụng hệ quy chiếu và hệ tọa độ quốc gia VN-2000.

Để phục vụ công tác thành lập bản đồ địa chính, người ta xây dựng lưới tọa độ địa chính cơ sở. Phương án để xây dựng lưới địa chính cơ sở là chêm vào các điểm lưới hạng I, hạng II Nhà nước bằng công nghệ GPS.

Lưới địa chính cơ sở có tọa độ chính xác đạt tiêu chuẩn hạng III Nhà nước, mật độ điểm đảm bảo như lưới hạng IV Nhà nước. Đã có hơn 10 tỉnh, thành phố xây dựng xong lưới địa chính cơ sở bằng công nghệ GPS. Các điểm của lưới địa chính cơ sở liên kết với nhau tạo thành lưới tam giác dày đặc, chuỗi tam giác hoặc lưới đường chuyền.

Mật độ điểm của lưới khống chế trắc địa Nhà nước, lưới địa chính cơ sở không đủ để đo vẽ bản đồ, bình đồ, người ta phải tăng dày lưới khống chế trắc địa bằng cách xây dựng lưới

khống chế khu vực. Trong quy phạm thành lập bản đồ địa chính gọi lưới khống chế khu vực về mặt bằng là lưới tọa độ địa chính cấp I, cấp II.

Lưới tọa độ địa chính cấp I, cấp II được thành lập bằng phương pháp lưới tam giác đo góc, đo cạnh, bằng công nghệ GPS, bằng phương pháp lưới đường chuyền.

Khi sử dụng lưới tam giác để xây dựng lưới khống chế khu vực người ta gọi là lưới tam giác giải tích. Lưới tam giác giải tích được chia làm hai cấp là lưới tam giác giải tích cấp 1 và cấp 2.

Thành lập lưới tọa độ địa chính cấp I, cấp II bằng phương pháp đường chuyền được gọi là đường chuyền địa chính cấp I, cấp II.

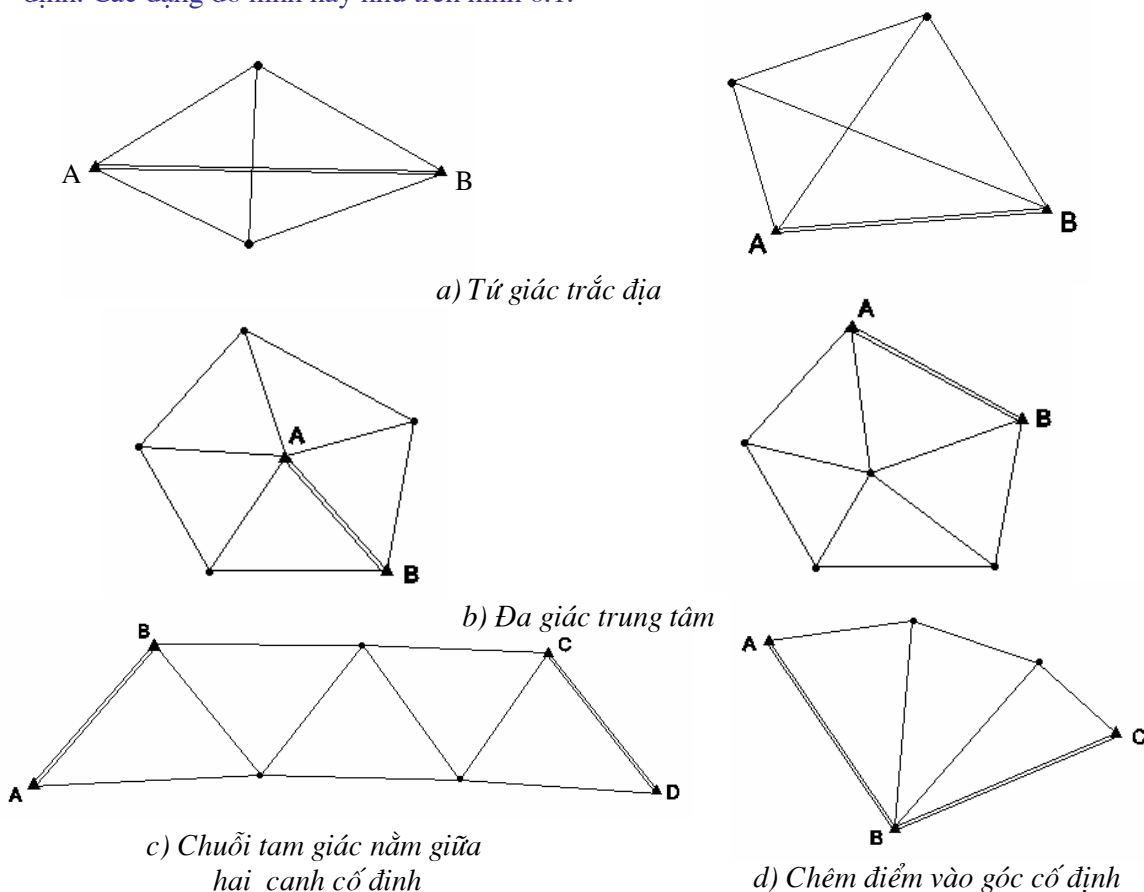
Trong chương 2 chúng tôi đề cập hai phương pháp thành lập lưới khống chế khu vực: lưới tam giác giải tích và đường chuyền địa chính.

Trong khuôn khổ thời gian theo chương trình đào tạo có hạn, chúng tôi chỉ đề cập đến việc bình sai lưới sau khi đã có các thành quả đo đạc ở thực địa, còn công tác đo đạc cụ thể được bố trí ở phần thực hành của môn học.

6.2. LƯỚI TAM GIÁC GIẢI TÍCH

Lưới tam giác giải tích cấp 1 là dạng lưới chêm dày vào lưới tam giác Nhà nước, lưới địa chính cơ sở. Lưới tam giác giải tích cấp 2 được chêm dày tựa trên cơ sở các điểm tam giác Nhà nước, lưới địa chính cơ sở và lưới tam giác giải tích cấp 1.

Lưới tam giác giải tích cấp 1, cấp 2 được xây dựng ở dạng đồ hình mẫu như đa giác trung tâm, chuỗi tam giác nằm giữa hai cạnh cố định, tứ giác trắc địa, chêm điểm vào góc cố định.



Hình 6.1.

Các điểm A, B, C, D là các điểm lưới cấp cao hơn so với lưới tam giác giải tích cấp 1, cấp 2.

Tùy theo diện tích, hình dạng và địa hình khu đo, căn cứ vào số lượng và sự phân bố của các điểm khống chế hạng cao đã có để chọn đồ hình lưới tam giác giải tích cho phù hợp với điều kiện thực tế.

Lưới tam giác giải tích được bình sai theo phương pháp bình sai điều kiện, bình sai gián tiếp. Trong chương này, chúng tôi thực hiện bình sai lưới tam giác giải tích bằng phương pháp bình sai điều kiện theo nguyên lý số bình phương nhỏ nhất.

Các chỉ tiêu kỹ thuật của lưới tam giác giải tích cấp 1, cấp 2 ghi trong bảng 6.1; quy định loại máy kinh vĩ hoặc toàn đạc điện tử dùng để đo góc trong lưới tam giác giải tích cấp 1, cấp 2 ghi trong bảng 6.2; quy định về đo góc nằm ngang trong lưới ghi trong bảng 6.3; quy định về hạn sai đo góc ghi trong bảng 6.4.

Bảng 6.1

Thứ tự	Các yếu tố kỹ thuật	Lưới tam giác giải tích	
		Cấp 1	Cấp 2
1	Chiều dài cạnh tam giác	1-5km	1-3km
2	Giá trị góc nhỏ nhất		
	+ Trong chuỗi tam giác	30 ⁰	30 ⁰
	+ Chêm điểm	20 ⁰	20 ⁰
3	Số tam giác tối đa trong chuỗi tam giác nằm giữa 2 cạnh khởi đầu	10	10
4	Sai số khép tam giác	20"	40"
5	Sai số trung phương đo góc	5"	10"

Bảng 6.2.

Yếu tố đặc trưng của máy	Loại máy				
	Theo 010	T2	SET 2B	TC 600	Theo 020
Độ phóng đại của ống kính	31	27	30	28	25
Giá trị vạch chia nhỏ nhất của bộ phận đọc số	1"	1"	1"	1"	1'
Sai số trung phương đo góc	2"	2"	2"	3"	5"

Bảng 6.3

Loại máy	Số vòng đo góc	
	Cấp 1	Cấp 2
+ T2, Theo 010, DT2, SET 2B, TC 600 và máy chính xác tương đương	4	2
+ Trong, theo 020, DT5.... và các máy chính xác tương đương	6	4

Bảng 6.4

Thứ tự	Các sai số đặc trưng	T2, Theo 010		T ₅ , Theo 020	
		Cấp 1	Cấp 2	Cấp 1	Cấp 2
1	Sai số khép nửa vòng đo	8"	8"	12"	12"
2	Biến động sai số 2C	12"	12"	30"	30"
3	Chênh lệch trị số hướng các lần sau quy không	8"	8"	12"	12"
4	Sai số khép tam giác	20"	40"	20"	40"
5	Sai số trung phương đo góc	5"	10"	5"	10"

6.3. NHIỆM VỤ BÌNH SAI LƯỚI TAM GIÁC GIẢI TÍCH

Công việc bình sai trong lưới tam giác giải tích được thực hiện theo hai bước: đầu tiên tính sơ bộ, sau đó tính kết quả cuối cùng hay còn gọi là bình sai.

A. Tính sơ bộ gồm các công việc sau đây:

1. Kiểm tra các số liệu đo đạc
2. Thành lập bảng kết quả đo
3. Lập sơ đồ lưới tam giác giải tích theo hướng và góc đo
4. Giải sơ bộ tam giác
5. Tính số hiệu chỉnh quy tâm và hiệu chỉnh hướng đo
6. Thành lập sơ đồ lưới theo các góc sau khi đã quy tâm các hướng đo
7. Tính sai số khép góc, yêu cầu các sai số khép góc phải nằm trong phạm vi cho phép.
8. Đánh giá độ chính xác đo góc theo sai số khép tam giác.

B. Tính kết quả cuối cùng gồm các công việc:

1. Bình sai góc đo
2. Giải tam giác
3. Tính tọa độ các điểm cần xác định
4. Đánh giá độ chính xác của giá trị đo trực tiếp theo số hiệu chỉnh.

6.4. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH ĐIỀU KIỆN TRONG LƯỚI TAM GIÁC GIẢI TÍCH

Với mục đích kiểm tra cũng như để nâng cao độ chính xác kết quả đo, trong trắc địa thường đo thừa một số đại lượng. Mỗi đại lượng đo thừa tương ứng với một điều kiện. Do đó, nếu có n đại lượng đo thừa sẽ có n điều kiện.

Gọi tổng số điểm có trong lưới là P, số điểm hạng cao đã biết tọa độ là Q, cần xác định P - Q điểm mới.

Để xác định tọa độ của một điểm tìm hai giá trị tọa độ x, y của nó, tương ứng phải có hai trị đo.

Trị đo tối thiểu trong lưới tam giác là $t = 2 (P - Q)$. Nếu trong lưới có N trị đo góc, số đại lượng đo thừa là r được tính:

$$r = N - t$$

$$\text{Nghĩa là: } r = N - 2 (P - Q)$$

Mỗi điều kiện sẽ tương ứng với một phương trình điều kiện số hiệu chỉnh. Như thế, số lượng phương trình điều kiện bằng số đại lượng đo thừa. Tất cả các phương trình điều kiện phải độc lập nhau, nghĩa là không có phương trình điều kiện nào được lập nên từ các phương trình điều kiện khác.

Dưới đây chúng ta sẽ xem xét các loại phương trình điều kiện có trong lưới tam giác giải tích.

Giả sử có lưới tam giác giải tích như trên hình 6.2, lưới này tựa trên các điểm cấp cao là 0 và Q, phát triển tầng dày để xây dựng các điểm P_j ($j = 1 - P_{N-1}$) của lưới giải tích, chúng ta tiến hành đo các góc trong lưới.

Gọi góc tại điểm 0 là C (góc trung gian) góc đối diện với cạnh đã biết chiều dài là B, góc đối diện với cạnh đang cần tính chiều dài là A (A; B là góc liên hệ)

Như thế trong tam giác I sẽ có góc 1 là A_1 , góc 2 là B_1 , góc 3 là C_1 . Đến tam giác N sẽ có A_N , B_N , C_N .

Một cách tổng quát, nếu lưới có đồ hình đa giác trung tâm như hình 6.2, sẽ có các góc liên hệ A_j , B_j ($j = I \div N$) và các góc trung gian C_j ($i = I \div N$).

1. Phương trình điều kiện hình

Ký hiệu trị đo của các góc trong tam giác là 1, 2, 3; số hiệu chỉnh tương ứng của các góc đo này là (1), (2), (3); trị đã bình sai của các góc là $\bar{1}$, $\bar{2}$, $\bar{3}$, sẽ có;

$$\left. \begin{aligned} \bar{1} &= 1 + (1) \\ \bar{2} &= 2 + (2) \\ \bar{3} &= 3 + (3) \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

Trị các góc đã được bình sai trong tam giác phải thỏa mãn điều kiện:

$$\bar{1} + \bar{2} + \bar{3} = 180^\circ \quad (6.2)$$

Thay thế trị các góc đã được bình sai ở (6.1) vào (6.2), sẽ được:

$$(1) + (2) + (3) + \omega = 0 \quad (6.3)$$

$$\text{Trong đó } \omega = 1 + 2 + 3 - 180^\circ \quad (6.4)$$

Phương trình (6.3) được gọi là phương trình số hiệu chỉnh điều kiện hình, gọi tắt là phương trình điều kiện hình.

Đại lượng ω ở (6.4) gọi là sai số khép hay số hạng tự do. trong lưới có bao nhiêu tam giác sẽ có bấy nhiêu phương trình điều kiện hình.

Phương trình điều kiện hình của tam giác N là:

$$(A_N) + (B_N) + (C_N) + \omega_N = 0 \quad (6.5)$$

Số hạng tự do

$$\omega_N = A_N + B_N + C_N - 180^\circ \quad (6.6)$$

2. Phương trình điều kiện mặt bằng

Trị các góc đã bình sai có đỉnh chung tại điểm 0 (hình 6.2) cần thỏa mãn điều kiện:

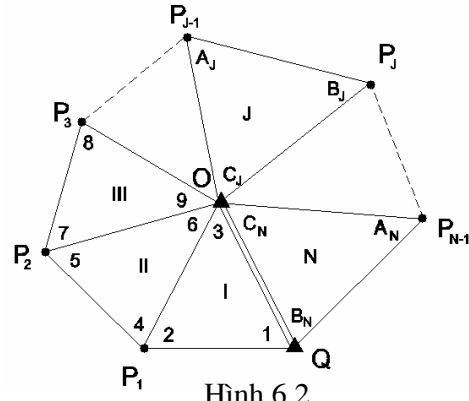
$$\bar{3} + \bar{6} + \bar{9} + \dots + \bar{C}_j + \dots + \bar{C}_N = 360^\circ \quad (2.7)$$

Phương trình điều kiện mặt bằng

$$(3) + (6) + (9) + \dots + (C_j) + \dots + (C_N) + \omega_{mb} = 0 \quad (2.8)$$

Số hạng tự do:

$$\omega_{mb} = 3 + 6 + 9 + \dots + C_j + \dots + C_N - 360^\circ \quad (2.9)$$



3. Phương trình điều kiện cực

Theo thứ tự tam giác đã đánh số I, II, III, ..., J, ..., N, xuất phát từ cạnh OQ đã biết dụng định lý sin trong tam giác sẽ tính được chiều dài cạnh OP_1 , từ cạnh OP_1 tính chiều dài cạnh OP_2 và tính theo trình tự như vậy trở lại cho cạnh ban đầu OQ với trị các góc đã được bình sai, sẽ được:

$$OQ = OQ \frac{\sin \bar{1} \cdot \sin \bar{4} \dots \sin \bar{A_j} \dots \sin \bar{A_N}}{\sin \bar{2} \cdot \sin \bar{5} \dots \sin \bar{B_j} \dots \sin \bar{B_N}}$$

Chia cả 2 vế cho OQ sẽ được:

$$\frac{\sin \bar{1} \cdot \sin \bar{4} \dots \sin \bar{A_j} \dots \sin \bar{A_N}}{\sin \bar{2} \cdot \sin \bar{5} \dots \sin \bar{B_j} \dots \sin \bar{B_N}} = 1 \quad (6.10)$$

Thay thế giá trị các góc đã được bình sai trong (6.10) bằng trị đo của các góc và số hiệu chỉnh của chúng, sẽ có:

$$\frac{\sin\{1 + (1)\} \cdot \sin\{4 + (4)\} \dots \sin\{A_j + (A_j)\} \dots \sin\{A_N + (A_N)\}}{\sin\{2 + (2)\} \cdot \sin\{5 + (5)\} \dots \sin\{B_j + (B_j)\} \dots \sin\{B_N + (B_N)\}} = 1 \quad (6.11)$$

Để đưa (6.11) về dạng tuyến tính, lấy lôgarit cả 2 vế, sẽ được:

$$\begin{aligned} & \lg \sin\{1 + (1)\} + \lg \sin\{4 + (4)\} + \dots + \lg \sin\{A_j + (A_j)\} + \dots + \lg \sin\{A_N + (A_N)\} \\ & - \lg \sin\{2 + (2)\} - \lg \sin\{5 + (5)\} - \dots - \lg \sin\{B_j + (B_j)\} - \dots - \lg \sin\{B_N + (B_N)\} = 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Phương trình (6.12) được viết gọn lại:

$$\Sigma \lg \sin\{A + (A_N)\} - \Sigma \lg \sin\{B_N + (B_N)\} = 0 \quad (6.13)$$

Số gia lôgarit sin góc được tính:

$$\Delta \lg \sin i = \lg \sin\{i + (i)\} - \lg \sin i$$

Từ đó có thể viết:

$$\lg \sin\{i + (i)\} = \lg \sin i + \Delta \lg \sin i$$

hoặc viết:

$$\lg \sin\{i + (i)\} = \lg \sin i + \frac{\Delta \lg \sin i}{(i)''} (i)''$$

Hay:

$$\lg \sin\{i + (i)\} = \lg \sin i + \delta_i (i)'' \quad (6.14)$$

Trong đẳng thức (2.14) thì:

$$\delta_i = \frac{\Delta \lg \sin i}{(i)''} \quad (6.15)$$

δ_i ở (6.15) gọi là số gia lôgarit sini khi góc i thay đổi $1''$. Thường người ta tính:

$$\delta_i = \frac{M}{\rho''} \cot gi$$

Trong đó:

$M = 0,4343$ là hệ số đổi từ lôgarit Nêpe ra lôgarit thập phân; $\rho'' = 206256''$.

Cần chú ý là đối với các góc nhỏ hơn 90° thì δ có giá trị dương, còn đối với các góc lớn hơn 90° thì δ có giá trị âm.

Theo cách viết ở (6.14) thì phương trình (6.13) được viết ở dạng:

$$\Sigma \delta_A(A) - \Sigma \delta_B(B) + \omega_{cyc} = 0 \quad (6.16)$$

Phương trình (6.16) là phương trình điều kiện cực.

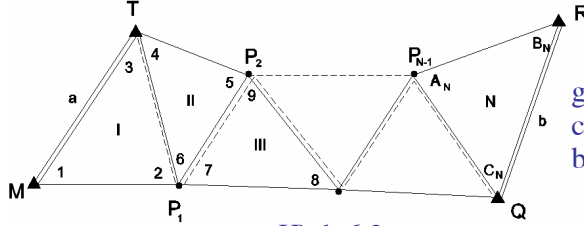
Ở đây:

$$\omega_{cyc} = \Sigma_1 - \Sigma_2$$

$$\Sigma_1 = \Sigma l g \sin A \quad (1, 4, 7, \dots, 3N - 2).$$

$$\Sigma_2 = \Sigma l g \sin B \quad (2, 5, 8, \dots, 3N - 1)$$

4. Phương trình điều kiện cạnh đáy



Hình 6.3

Trong chuỗi tam giác nằm giữa hai cạnh gốc MT và RQ của lưới cấp cao hơn (hình 6.3), chiều dài của hai cạnh gốc này MT = a và RQ = b đã biết.

Trong chuỗi tam giác này, dựa vào chiều dài cạnh a, và trị đã bình sai của các góc sẽ tính được chiều dài cạnh gốc b theo đẳng thức:

$$\frac{a \cdot \sin 1 \cdot \sin 4 \cdot \dots \cdot \sin A_N}{\sin 2 \cdot \sin 5 \cdot \dots \cdot \sin B_N} = b \quad (6.17)$$

Chia cả 2 vế của đẳng thức (6.17) cho b, sẽ được:

$$\frac{a \cdot \sin 1 \cdot \sin 4 \cdot \dots \cdot \sin A_N}{b \cdot \sin 2 \cdot \sin 5 \cdot \dots \cdot \sin B_N} = 1 \quad (6.18)$$

Trong đẳng thức (6.18), thay trị đã bình sai của các góc bằng trị đo của các góc và số hiệu chỉnh, sau đó lôgarit hoá cả 2 vế, dùng các ký hiệu như đã làm đối với đa giác trung tâm, sẽ được phương trình điều kiện cạnh đáy:

$$\Sigma \delta_A(A) - \Sigma \delta_B(B) + \omega_{cd} = 0 \quad (6.19)$$

Số hạng tự do của phương trình điều kiện cạnh đáy được tính:

$$\omega_{cd} = \Sigma_1 - \Sigma_2$$

$$\Sigma_1 = l g a + \Sigma l g \sin A \quad (1, 4, 7, \dots, 3N-2)$$

$$\Sigma_2 = l g b + \Sigma l g \sin B \quad (2, 5, 8, \dots, 3N-1)$$

Phương trình điều kiện cạnh đáy chỉ có trong trường hợp chuỗi tam giác nằm giữa hai cạnh cố định.

5. Phương trình điều kiện góc định hướng

Trong chuỗi tam giác (hình 6.3) cạnh MT có góc định hướng đã biết α_d (viết tắt của $\alpha_{\text{đầu}}$), còn cạnh QR có góc định hướng đã biết α_c (viết tắt của $\alpha_{\text{cuối}}$). Chọn đường đi theo đường có liên quan đến các góc trung gian C (3, 6, 9, ..., 3N), trên hình 2.3 là đường gạch ngắn để tính chuyển góc định hướng từ α_d đến α_c . Dựa vào đường đo dẫn đã chọn và trị các góc trung gian đã được bình sai, sẽ viết được góc định hướng cạnh QR là α_c .

$$\alpha_c = \alpha_d - 3 + \overline{6} - \overline{9} + \dots + (-1)^N \cdot \overline{C_N} + N \cdot 180^\circ \quad (6.20)$$

Trong đẳng thức (6.20), nếu thay các trị góc đã được bình sai bằng trị các góc đo và các số hiệu chỉnh của chúng, sẽ được phương trình điều kiện góc định hướng:

$$- (3) + (6) - (9) + \dots + (-1)^N (C_N) + \omega_\alpha = 0 \quad (6.21)$$

Số hạng tự do ω_α được tính:

$$\omega_{\alpha} = \alpha_d - \alpha_c - 3 + 6 - 9 + \dots + (-1)^N C_N + N.180^\circ \quad (6.22)$$

6. Phương trình điều kiện tọa độ (tung độ và hoành độ)

Trong chuỗi tam giác (hình 6.3), các điểm M, T, R, Q đã có tọa độ biết trước là $x_M, y_M, x_T, y_T, x_R, y_R, x_Q, y_Q$

Dựa vào tọa độ điểm T (x_T, y_T) sẽ tính được tọa độ các điểm tam giác theo đường do dẫn đã chọn và cuối cùng tính về được tọa độ điểm Q. Thực chất của phương trình điều kiện tọa độ là tổng số tọa độ tính theo mỗi trục tọa độ phải bằng hiệu số tọa độ của điểm cuối trừ đi tọa độ điểm đầu.

Phương trình điều kiện tọa độ viết ở dạng rút gọn:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma(\Delta x) + \omega_x &= 0 \\ \Sigma(\Delta y) + \omega_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.23)$$

Số hạng tự do được tính:

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \Sigma \Delta x - (x_c - x_d) \\ \omega_y &= \Sigma \Delta y - (y_c - y_d) \end{aligned} \right\} \quad (6.24)$$

7. Giá trị cho phép của các số hạng tự do trong các phương trình điều kiện

Trong các lưới trắc địa, nhờ có các số hạng tự do trong các phương trình điều kiện mà đánh giá được chất lượng kết quả đo và mối quan hệ hình học của lưới. Trị số của các số hạng tự do tìm được phải nhỏ hơn hoặc bằng giá trị cho phép.

Giá trị cho phép của các số hạng tự do trong các phương trình điều kiện được xác định theo các công thức:

a) Đối phương trình điều kiện hình và phương trình điều kiện mặt bằng;

$$\omega_{\text{cho phép}} = 2,5m \sqrt{n} \quad (6.25)$$

b) Đối với phương trình điều kiện góc định hướng:

$$\omega_{\alpha \text{ cho phép}} = 2,5m \sqrt{m^2 \cdot n + 2m^2 \alpha_o} \quad (6.26)$$

c) Đối với phương trình điều kiện cực:

$$\omega_{\text{cực cho phép}} = 2,5m \sqrt{[\delta\delta]} \quad (6.27)$$

d) Đối với phương trình điều kiện cạnh đáy:

$$\omega_{\text{cd cho phép}} = 2,5 \sqrt{m^2 [\delta\delta] + 2m^2 \lg S_o} \quad (6.28)$$

Trong các công thức trên:

m: sai số trung phương đo góc trong lưới theo mỗi cấp.

n: số góc tham gia vào phương trình điều kiện

m_{α_o} : sai số trung phương góc định hướng gốc

$m_{\lg s_o}$: sai số trung phương lôgarit cạnh gốc.

δ : số gia lôgarit sin góc khi tăng góc lên 1"

e) Đối phương trình điều kiện tọa độ được xác định theo đường đo dẫn đã chọn nằm giữa hai cạnh gốc, thì sai số cho phép đối với số hạng tự do của phương trình điều kiện tọa độ được tính:

$$\frac{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{L} \leq \frac{1}{T} \quad (6.29)$$

Ở đây:

L: chiều dài đường đo dẫn đã chọn

T: trị số được quy định theo cấp của lưới
 Đối với lưới giải tích cấp 1: $T = 10.000$
 cấp 2: $T = 5.000$

6.5. KHÁI NIỆM VỀ BÌNH SAI THEO PHƯƠNG PHÁP SỐ BÌNH PHƯƠNG NHỎ NHẤT. PHƯƠNG PHÁP ĐO ĐIỀU KIỆN

6.5.1. Khái niệm về bình sai theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất

Bình sai các kết quả đo theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất là phương pháp bình sai để tìm các số hiệu chỉnh (1), (2), (3),... (n) cho các kết quả đo. Các số hiệu chỉnh tìm được phải bảo đảm điều kiện:

$[(i)^2] = \min$ trong trường hợp đo cùng độ chính xác

$[p(i)^2] = \min$ trong trường hợp đo không cùng độ chính xác.

Số hiệu chỉnh tìm được theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất gọi là số hiệu chỉnh xác suất nhất. Còn các trị đo được hiệu chỉnh bởi các số hiệu chỉnh xác suất nhất gọi là trị xác suất nhất. Trong những điều kiện xác định, các giá trị xác suất nhất là những trị số tốt nhất so với các phương pháp bình sai khác. Chính vì thế, nếu nói về độ chính xác, thì người ta thường dùng phương pháp số bình phương nhỏ nhất để bình sai các kết quả đo.

Giải bài toán trắc địa theo nguyên tắc số bình phương nhỏ nhất $[(i)^2] = \min$ hoặc $[p(i)^2] = \min$ có thể thực hiện theo phương pháp bình sai điều kiện hoặc phương pháp bình sai gián tiếp.

Trong tiết 6.5 này, chúng tôi đi sâu trình bày giải bài toán theo phương pháp bình sai điều kiện thực hiện theo phương pháp đo điều kiện.

6.5.2. Phương pháp đo điều kiện

Như ở tiết 6.4 đã nói, trong trắc địa người ta thường đo thừa một số đại lượng. Nếu trong lưới trắc địa có r đại lượng đo thừa sẽ có r phương trình điều kiện.

Giả sử có lưới trắc địa, trong lưới này có các phương trình điều kiện số hiệu chính như sau:

[illegible]

Trong đó $a_i, b_i, \dots, r_i$ là các hệ số trong các phương trình điều kiện
 $\omega_a, \omega_b, \dots, \omega_r$ là các số hạng tự do trong các phương trình điều kiện.

Các phương trình điều kiện ở (6.30) có thể viết ở dạng thu gọn:

$$\left. \begin{array}{l} [\mathbf{a}(\mathbf{i})] + \omega_a = 0 \\ [\mathbf{b}(\mathbf{i})] + \omega_b = 0 \\ \dots\dots\dots \\ [\mathbf{r}(\mathbf{i})] + \omega_r = 0 \end{array} \right\} \quad (6.31)$$

Hệ phương trình (6.30) hoặc (6.31) có r phương trình, nhưng có n số hiệu chỉnh. Số lượng phương trình luôn ít hơn số hiệu chỉnh, cũng có nghĩa là số phương trình luôn ít hơn số đại lượng đo ($r < n$).

Cần tiến hành giải các phương trình điều kiện (6.31) theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất $[(i)^2] = \min$ trong trường hợp đo cùng độ chính xác. Giải các phương trình điều kiện trong trường hợp này chính là giải bài toán theo phương pháp cực trị có điều kiện của Lagrange.

Số hạng tự do $\omega = 1 + 2 + 3 - 180^\circ$

Các hệ số $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, vì $1 + (1) + 2 + (2) + 3 + (3) = 180^\circ$

Phương trình chuẩn số liên hệ sẽ là:

$$[aa]k_a + \omega = 0$$

Do đó:

$$3k_a + \omega = 0$$

Tính được $k_a = -\frac{\omega}{3}$

Số hiệu chỉnh các góc đo được tính:

$$(1) = (2) = (3) = -\frac{\omega}{3}$$

6.6. BÌNH SAI ĐIỀU KIỆN LƯỚI TAM GIÁC GIẢI TÍCH THEO PHƯƠNG PHÁP BÌNH SAI RÚT GỌN

Bình sai theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất sẽ tìm được các số hiệu chỉnh xác xuất nhất, nhưng đòi hỏi phải giải quyết một khối lượng rất lớn phương trình chuẩn. Để giảm bớt khối lượng tính toán, có thể giải quyết bằng cách chia các phương trình điều kiện ra nhiều nhóm để giải. Đây chính là bình sai lưới tam giác theo phương pháp chia nhóm phương trình điều kiện của Kruger - Urmaev, gọi tắt là phương pháp Kruger - Urmaev.

Đối với các lưới trắc địa khi yêu cầu về độ chính xác không cao lắm như lưới tam giác giải tích cấp 1, cấp 2 được xây dựng ở dạng đơn giản, thì áp dụng phương pháp Kruger - Urmaev.

Theo phương pháp Kruger - Urmaev thì các phương trình điều kiện được chia làm ba nhóm độc lập nhau:

- + Nhóm thứ nhất chứa các phương trình điều kiện có hệ số bằng ± 1 , như các phương trình điều kiện hình, phương trình điều kiện mặt bằng, phương trình điều kiện góc định hướng.
- + Nhóm thứ hai chỉ chứa phương trình điều kiện có hệ số bằng $\pm \sin$, như phương trình điều kiện cực hoặc phương trình điều kiện cạnh đáy.
- + Nhóm thứ ba có hai phương trình điều kiện tọa độ.

Giải các nhóm phương trình điều kiện độc lập nhau. Nhóm thứ nhất và nhóm thứ hai được giải theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất, trong đó phải thành lập phương trình chuẩn số liên hệ. Đối với nhóm thứ ba không phải lập phương trình chuẩn, để tính các số hiệu chỉnh cho số gia tọa độ chỉ cần đổi dấu các sai số khép ω_x, ω_y , rồi tính tỷ lệ với chiều dài cạnh lưới.

Khi tính riêng các phương trình điều kiện của nhóm thứ nhất, sẽ tìm được các số hiệu chỉnh lần thứ nhất $(i)'$ thỏa mãn điều kiện $[(i)']^2 = \min$. Khi đưa các số hiệu chỉnh $(i)'$ vào các trị số góc đo, sẽ tính được số hạng tự do của phương trình điều kiện nhóm thứ hai. Từ việc giải phương trình điều kiện nhóm thứ hai với số hạng tự do mới, sẽ tìm được số hiệu chỉnh lần thứ hai $(i)''$. Số hiệu chỉnh $(i)''$ cũng phải thỏa mãn điều kiện $[(i)']^2 = \min$, kèm theo điều kiện phụ là $(A_j)'' = -(B_j)''$, còn $(C_j)'' = 0$ đối với mỗi một tam giác. Số hiệu chỉnh tính cho các góc đo sẽ là tổng số của số hiệu chỉnh lần thứ nhất và lần thứ hai.

Phương pháp bình sai được trình bày ở đây bao hàm nội dung: Một mặt áp dụng phương pháp Kruger - Urmaev. Mặt khác khi giải hệ phương trình chuẩn số liên hệ, chúng ta tìm cách giải đơn giản nhất thay thế cho việc giải hệ phương trình chuẩn theo phương pháp khử dần ẩn số Gauss khá phức tạp. Phương pháp bình sai này gọi là phương pháp bình sai rút gọn.

6.7. BÌNH SAI RÚT GỌN LƯỚI ĐA GIÁC TRUNG TÂM

Lưới tam giác giải tích được xây dựng ở dạng đa giác trung tâm (hình 6.5), tựa trên hai điểm cấp cao O và Q, trong lưới đo tất cả 3N góc.

Trong lưới đa giác trung tâm có các loại phương trình điều kiện: phương trình điều kiện hình, phương trình điều kiện mặt bằng, phương trình điều kiện cực.

1. Phương trình điều kiện hình

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } (1) + (2) + (3) + \omega_I &= 0 \\ \text{b) } (4) + (5) + (6) + \omega_{II} &= 0 \\ \text{c) } (7) + (8) + (9) + \omega_{III} &= 0 \\ &\dots\dots\dots \\ \text{g) } (A_N) + (B_N) + (C_N) + \omega_N &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$\omega_I, \omega_{II}, \omega_{III}, \dots, \omega_N$, là các sai số khép trong các tam giác.

2. Phương trình điều kiện mặt bằng

$$\text{r) } (3) + (6) + (9) + \dots + (C_N) + \omega_{mb} = 0 \quad (6.37)$$

$$\omega_{mb} = 3 + 6 + 9 + \dots + C_N - 360^\circ$$

3. Phương trình điều kiện cực

$$\Sigma \delta_A(A) - \Sigma \delta_B(B) + \omega_{cực} = 0 \quad (6.38)$$

$$\omega_{cực} = \Sigma_1 - \Sigma_2$$

$$\Sigma_1 = \Sigma \lg \sin A (1; 4; 7; \dots; 3N-2)$$

$$\Sigma_2 = \Sigma \lg \sin B (2; 5; 8; \dots; 3N-1)$$

Để tính số hiệu chỉnh đưa các phương trình điều kiện hình ở (6.36) và phương trình điều kiện mặt bằng (6.38) vào nhóm thứ nhất. Đưa phương trình điều kiện cực (6.38) vào nhóm thứ hai.

Số hiệu chỉnh cho các góc được tính hai lần. Dùng các phương trình điều kiện ở nhóm thứ nhất để tính số hiệu chỉnh lần thứ nhất (i_j)'. Dùng phương trình điều kiện nhóm thứ hai để tính số hiệu chỉnh lần thứ hai (i_j)''.

A. Tính số hiệu chỉnh lần thứ nhất (i_j)'

Phương trình chuẩn số liên hệ nhóm thứ nhất:

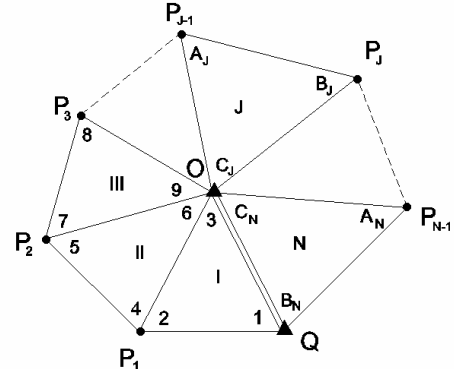
$$\left. \begin{aligned} [aa]k_I + [ab]k_{II} + [ac]k_{III} + \dots + [ag]k_N + [ar]k_r + \omega_I &= 0 \\ [ab]k_I + [bb]k_{II} + [bc]k_{III} + \dots + [bg]k_N + [br]k_r + \omega_{II} &= 0 \\ [ac]k_I + [bc]k_{III} + [cc]k_{III} + \dots + [cg]k_N + [cr]k_r + \omega_{III} &= 0 \\ &\dots\dots\dots \\ [ag]k_I + [bg]k_{II} + [cg]k_{III} + \dots + [gg]k_N + [gr]k_r + \omega_N &= 0 \\ [ar]k_I + [br]k_{II} + [cr]k_{III} + \dots + [gr]k_N + [rr]k_r + \omega_r &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.39)$$

Các hệ số của hệ phương trình chuẩn như sau:

$$[aa] = 3; [ab] = 0; [ac] = 0; \dots; [ag] = 0; [ar] = 1$$

$$[bb] = 3; [bc] = 0; \dots; [bg] = 0; [br] = 1$$

$$[cc] = 3; \dots; [cg] = 0; [cr] = 1$$



Hình 6.5

(6.36)

$$[\mathbf{r}\mathbf{r}] = \mathbf{N}$$

Hệ phương trình chuẩn (6.39) có các hệ số đã được tính bằng số, đồng thời phương trình r ở (6.37) là phương trình điều kiện mặt bằng, do đó hệ phương trình (2.39) được viết lại như sau:

$$\left. \begin{array}{l} 3k_I + k_{mb} + \omega_I = 0 \\ 3k_{II} + k_{mb} + \omega_{II} = 0 \\ 3k_{III} + k_{mb} + \omega_{III} = 0 \\ \\ 3k_N + k_{mb} + \omega_N = 0 \\ k_I + k_{II} + k_{III} + ... + k_N + Nk_{mb} + \omega_{mb} = 0 \end{array} \right\} \quad (6.40)$$

Trong hệ phương trình chuẩn số liên hệ (6.39) hoặc (6.40) luôn có số lượng phương trình bằng số lượng số liên hệ đang cần xác định. Để giải hệ phương trình chuẩn (6.40) được nhanh nhất, đơn giản nhất, chúng ta lấy phương trình cuối trong hệ nhân lên 3 lần, rồi sau đó lần lượt trừ đi các phương trình còn lại trong hệ (6.40) được:

$$2Nk_{mb} + 3 \omega_{mb} - \sum_{j=1}^N \mathfrak{w}_j = 0 \quad (6.41)$$

Đặt $\omega'_{mb} = \omega_{mb} - \frac{1}{3} \sum_{j=1}^N \varpi_j$, thì (6.41) sẽ có dạng:

$$2Nk_{\text{mb}} + 3\omega'_{\text{mb}} = 0 \quad (6.42)$$

Từ phương trình (6.42) tính được số liên hệ k_{mb} :

$$k_{mb} = -\frac{3\omega'_{mb}}{2N} \quad (6.43)$$

Thay k_{mb} ở (6.43) vào các phương trình trong hệ (6.40), sẽ có:

$$3k_j - \frac{3\omega'_{mb}}{2N} + \omega_j = 0 \quad (6.44)$$

(j là số hiệu của tam giác: $j = I, II, III, \dots, N$)

Các số liên hệ được xác định theo công thức:

$$k_j = -\frac{\omega_j}{3} + \frac{\omega'_{mb}}{2N} \quad (6.45)$$

Trong tiết 6.5, chúng ta đã có hệ phương trình số hiệu chỉnh (6.34), trường hợp ở đây viết được:

$$\begin{aligned} (1) &= a_1 k_I + b_1 k_{II} + c_1 k_{III} + \dots g_1 k_N + r_1 k_{mb} \\ (2) &= a_2 k_I + b_2 k_{II} + c_2 k_{III} + \dots g_2 k_N + r_2 k_{mb} \\ (3) &= a_3 k_I + b_3 k_{II} + c_3 k_{III} + \dots g_3 k_N + r_3 k_{mb} \end{aligned} \quad (6.46)$$

$$(n) = a_n k_I + b_n k_{II} + c_n k_{III} + \dots + g_n k_N + r_n k_{mb}$$

Chú ý tới hệ phương trình điều kiện (6.36) và (6.37), sẽ nhận thấy trong hệ (6.46) có:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1; \quad b_1 = 0; \quad g_1 = 0; \quad r_1 = 0 \\ a_2 &= 1; \quad b_2 = 0; \quad g_2 = 0; \quad r_2 = 0 \\ a_3 &= 1; \quad b_3 = 0; \quad g_3 = 0; \quad r_3 = 1 \end{aligned} \quad (6.47)$$

Trong hệ phương trình số hiệu chỉnh (6.46), đối với tam giác thứ nhất ($j=I$), thì số hiệu chỉnh (1) là số hiệu chỉnh của góc 1 hay góc A_I , số hiệu chỉnh (2) là số hiệu chỉnh của góc 2 hay góc B_I , số hiệu chỉnh (3) là số hiệu chỉnh của góc 3 hay góc C_I .

Từ (6.46) và (6.47) sẽ có:

$$\begin{aligned}(1) &= k_I = (A_I) \\ (2) &= k_I = (B_I) \\ (3) &= k_I + k_{mb} = (C_I)\end{aligned}$$

Số hiệu chỉnh (1) và (2) là số hiệu chỉnh cho các góc liên hệ A_I và B_I , còn số hiệu chỉnh (3) là số hiệu chỉnh cho góc trung gian C_I .

Khái quát có;

$$\left. \begin{aligned}(A_j)' &= (B_j)' = k_j = -\frac{\omega_j}{3} + \frac{\omega'_{mb}}{2N} \\ (C_j)' &= k_j + k_{mb} = -\frac{\omega_j}{3} + \frac{\omega'_{mb}}{2N} - \frac{3\omega'_{mb}}{2N} \\ &= -\frac{\omega_j}{3} - \frac{\omega'_{mb}}{N}\end{aligned} \right\} \quad (6.48)$$

Trong các công thức tính số hiệu chỉnh lần thứ nhất cho các góc đo của các tam giác ở (6.48) gồm hai thành phần: đối với mỗi một tam giác thì thành phần đầu giống nhau, còn thành phần thứ hai tính cho góc liên hệ và góc trung gian khác nhau.

Để thuận tiện cho việc tính toán, hai thành phần của số hiệu chỉnh lần thứ nhất được tách riêng như sau:

Phần thứ nhất được tính theo công thức:

$$(i_j)'_I = -\frac{\omega_j}{3} \quad (6.49)$$

Phần thứ hai được tính theo công thức:

$$\begin{aligned}(C_j)'_{II} &= -\frac{\omega'_{mb}}{N} \\ (A_j)'_{II} &= (B_j)'_{II} = -\frac{1}{2}(C_j)'_{II} = \frac{\omega'_{mb}}{2N}\end{aligned} \quad (6.50)$$

Qua các công thức (6.49) và (6.50), chúng ta nhận thấy việc tính số hiệu chỉnh lần thứ nhất cho các góc đo của các tam giác rất đơn giản: trong lưới chỉ có một trị số ω'_{mb} , do vậy phần thứ hai của số hiệu chỉnh đối với góc trung gian của tất cả các tam giác đều bằng nhau và bằng $-\frac{\omega'_{mb}}{N}$, số hiệu chỉnh phần thứ hai đối với các góc liên hệ bằng một nửa số hiệu chỉnh

phần thứ hai của góc trung gian với dấu ngược lại. Còn phần thứ nhất của số hiệu chỉnh đối với góc liên hệ và góc trung gian của mỗi một tam giác bằng trừ một phần ba sai số khép góc của tam giác đó. Nếu chúng ta chú ý đặc điểm này, thì khi tính số hiệu chỉnh lần thứ nhất cho các góc đo rất thuận tiện.

Chúng ta dùng ký hiệu $(i)'_{II}$ chung cho một số hiệu chỉnh phần thứ hai của góc liên hệ và góc trung gian, thì số hiệu chỉnh lần thứ nhất cho góc đo sẽ là:

$$(i)' = (i)'_I + (i)'_{II} \quad (6.51)$$

Trong mỗi tam giác sau khi các góc đo đã được hiệu chỉnh lần thứ nhất, tổng số các góc sẽ bằng 180° .

B. Tính số hiệu chỉnh lần thứ hai (i_j)''

Để tính số hiệu chỉnh lần thứ hai chúng ta sử dụng phương trình điều kiện cực.

Phương trình điều kiện cực được viết ở dạng:

$$\Sigma \delta_A (A)'' - \Sigma \delta_B (B)'' + \omega'_{\text{cực}} = 0 \quad (2.52)$$

Trong công thức (2.52), thì $\omega'_{\text{cực}}$ là số hạng tự do được tính từ các góc đã được hiệu chỉnh lần thứ nhất:

$$\omega'_{\text{cực}} = \Sigma_1 - \Sigma_2$$

$$\Sigma_1 = \Sigma \lg \sin A' \{ (1'; 4'; 7'; \dots; (3N-2)') \}$$

$$\Sigma_2 = \Sigma \lg \sin B' \{ (2'; 5'; 8'; \dots; (3N-1)') \}$$

Khi tính số hiệu chỉnh lần thứ hai cho các góc đo, đặt điều kiện phụ:

$$(A_j)'' = - (B_j)''; (C_j)'' = 0 \quad (6.53)$$

Theo điều kiện (6.52) thì phương trình (6.52) được viết:

$$\Sigma (\delta_A + \delta_B)(A)'' + \omega'_{\text{cực}} = 0 \quad (6.54)$$

Theo nguyên tắc [(i)''²] = min, lập phương trình chuẩn số liên hệ:

$$\Sigma (\delta_A + \delta_B)^2 k_{\text{cực}} + \omega'_{\text{cực}} = 0 \quad (6.55)$$

Từ phương trình (6.55) tính được số liên hệ $k_{\text{cực}}$:

$$k_{\text{cực}} = - \frac{\omega'_{\text{cực}}}{\Sigma (\delta_A + \delta_B)^2} \quad (6.56)$$

Theo phương trình số hiệu chỉnh, tìm được số hiệu chỉnh lần thứ hai:

$$(A_j)'' = - (B_j)'' = k_{\text{cực}} (\delta_{A_j} + \delta_{B_j}) \quad (6.57)$$

$$(j = I; II; III; \dots; N).$$

Tổng các số hiệu chỉnh lần thứ nhất và lần thứ hai là số hiệu chỉnh toàn bộ cho các góc đo. Khi đưa số hiệu chỉnh toàn bộ vào các góc đo sẽ tìm được giá trị đã bình sai của góc đo. Để kiểm tra việc tính bình sai góc, trong mỗi tam giác lấy tổng số các góc đo đã bình sai, tổng số này phải bằng 180°.

Theo trị số các góc đã được bình sai, tiến hành giải các tam giác để tìm chiều dài các cạnh của lưới. Từ tam giác cuối cùng trong hệ thống đa giác trung tâm giải ra cạnh gốc OQ. So sánh chiều dài cạnh OQ đã biết với chiều dài của nó vừa tính được sẽ kiểm tra được. Quá trình bình sai và việc tính chiều dài cạnh. Sai số của cạnh gốc không được vượt quá 3cm. Giả sử cạnh gốc OQ là cạnh của lưới tam giác hạng IV Nhà nước. Theo quy phạm thì chiều dài cạnh lưới tam giác hạng IV Nhà nước là từ 2km đến 5km. Cho rằng lấy chiều dài là 2km, sẽ tính được sai số tương đối chiều dài cạnh:

$$\frac{3\text{cm}}{200.000\text{cm}} = \frac{1}{66.666} < \frac{1}{50.000}$$

Đối lưới tam giác giải tích cấp 1, quy phạm quy định sai số tương đối cạnh gốc là

$$\frac{1}{50.000}$$

Để tính góc định hướng cho các cạnh, xuất phát từ điểm O, vạch đường đi OQP₁P₂P₃..... P_{N-1}Q. Góc định hướng cạnh OQ đã biết, tính góc định hướng cho các cạnh QP₁, P₁P₂,.....P_{N-1}Q. Sau đó tính số gia tọa độ và tọa độ các đỉnh.

Ví dụ: Bình sai rút gọn lưới tam giác giải tích dạng đa giác trung tâm, hình 2.6.

Trước hết, chúng ta xác định số lượng phương trình điều kiện có trong lưới trên hình 6.6.

Gọi tổng số điểm có trong lưới là P, số điểm hạng cao đã biết tọa độ là Q, cần xác định P - Q điểm mới.

Để xác định tọa độ của một điểm tìm hai giá trị tọa độ x, y của nó, tương ứng phải có hai trị đo. Trị đo tối thiểu trong lưới tam giác là $t = 2 (P - Q)$. Nếu trong lưới có N trị đo góc, thì số đại lượng đo thừa là $r = N - t$, nghĩa là:

$$r = N - 2 (P - Q) \quad (6.58)$$

Số phương trình điều kiện đúng bằng số đại lượng đo thừa

Đối với lưới đa giác trung tâm hình 6.6, có:

$$N = 15, P = 6, Q = 2.$$

Số trị đo thừa:

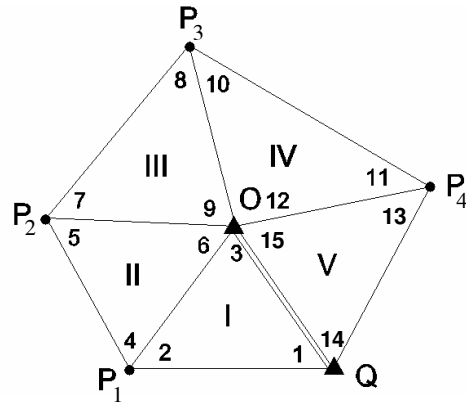
$$r = 15 - 2 (6 - 2) = 7.$$

Có 7 phương trình điều kiện:

5 phương trình điều kiện hình

1 phương trình điều kiện mặt bằng

1 phương trình điều kiện cực.



Hình 6.6

Số liệu góc:

Bảng 6.5

Số hiệu điểm	Chiều dài cạnh (m)	Góc định hướng	Tọa độ (m)	
			x	y
Q O	2507,200	320°47'28''	7563,81	11584,52

Kết quả đo:

Bảng 6.6

Thứ tự	Góc đo	Thứ tự	Góc đo
1	49° 34' 20"	10	47° 32' 51"
2	60° 57' 59"	11	37° 58' 18"
3	69° 27' 47"	12	94° 28' 50"
4	49° 41' 04"	13	68° 37' 38"
5	56° 33' 40"	14	58° 38' 43"
6	73° 45' 20"	15	52° 43' 34"
7	53° 35' 03"		
8	56° 50' 21"		
9	69° 34' 30"		

A. Tính số hiệu chỉnh lần thứ nhất cho các góc đo (i_j)'

1. Các phương trình điều kiện hình:

a) $(1) + (2) + (3) + 6'' = 0$

b) $(4) + (5) + (6) + 4'' = 0$

c) $(7) + (8) + (9) - 6'' = 0$

d) $(10) + (11) + (12) - 1'' = 0$

e) $(13) + (14) + (15) - 5'' = 0$

2. Phương trình điều kiện mặt bằng

r) $(3) + (6) + (9) + (12) + (15) + 1'' = 0$

Thành lập phương trình chuẩn số liên hệ để tính số hiệu chỉnh lần thứ nhất cho các góc đo.

$$3k_1 + k_{mb} + 6'' = 0$$

$$3k_2 + k_{mb} + 4'' = 0$$

$$3k_3 + k_{mb} - 6'' = 0$$

$$3k_4 + k_{mb} - 1'' = 0$$

$$3k_5 + k_{mb} - 5'' = 0$$

$$k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 + 5k_{mb} + 1'' = 0$$

Giải hệ phương trình chuẩn số liên hệ, tính các số liên hệ, tính số hiệu chỉnh lần thứ nhất cho các góc đo.

B. Tính số hiệu chỉnh lần thứ hai cho các góc đo (i_j)''.

Phương trình điều kiện cực

$$\Sigma \delta_A(A)'' - \Sigma \delta_B(B)'' + \omega'_{cực} = 0$$

Dùng các góc đã được hiệu chỉnh lần thứ nhất để tính số hạng tự do $\omega'_{cực}$.

Thành lập phương trình chuẩn số liên hệ để tính số hiệu chỉnh lần thứ hai cho trị các góc đo:

$$\Sigma (\delta_A + \delta_B)^2 k_{cực} + \omega'_{cực} = 0$$

Giải phương trình chuẩn, tính số liên hệ $k_{cực}$, tính số hiệu chỉnh lần thứ hai cho các góc đo.

$$(A_j)'' = - (B_j)'' = (\delta_{A_j} + \delta_{B_j}) k_{cực}$$

Sau khi có trị các góc đo đã được hiệu chỉnh, tính chiều dài các cạnh của tam giác.

Kết quả tính số hiệu chỉnh lần thứ nhất, số hiệu chỉnh lần thứ hai cho trị các góc đo, tính trị đo góc đã được bình sai, tính chiều dài cạnh ghi ở bảng 6.7, 6.8.

Kết quả tính tọa độ các điểm của lưới giải tích ghi ở bảng 6.9

Bảng 6.7

N ^o tam giác	N ^o góc đo	Góc đo	Số hiệu chỉnh lần thứ nhất			Góc đã hiệu chỉnh lần thứ nhất	Số hiệu chỉnh lần thứ hai (i_j)''	Trị số góc sai bình sai	Sin góc	Chiều dài cạnh (m)
			(i_j) _I	(i_j) _{II}	(i_j)'					
I	2	60°57'59"	-2"0	0"0	-2"0	60°57'57"	+0"9	60°57'57"9	0.8743326	2507.20
	3	69°27'47"	-2"0	-0"1	-2"1	69°27'45"	-	69°27'45"0	0.9364428	2685.30
	1	49°34'20"	-2"0	0"0	-2"0	49°34'18"	-0"9	49°34'17"1	0.7612149	2182.83
		180°00'06"				180°00'00"		180°00'00"		
II	5	56°33'40"	-1"3	0"0	-1"3	56°33'39"	+1"0	56°33'40"0	0.8344740	2182.83
	6	73°45'20"	-1"4	-0"1	-1"5	73°45'18"	-	73°45'18"0	0.9600743	2511.38
	4	49°41'04"	-1"3	0"0	-1"3	49°41'03"	-1"0	49°41'02"0	0.7624864	1994.52
		180°00'04"				180°00'00"		180°00'00"		
III	8	56°50'21"	+2"0	0"0	+2"0	56°50'23"	+0"9	56°50'23"9	0.8371461	1994.52
	9	69°34'30"	+2"0	-0"1	+1"9	69°34'32"	-	69°34'32"0	0.9371332	2232.74
	7	53°35'03"	+2"0	0"0	+2"0	53°35'05"	-0"9	53°35'04"1	0.8047329	1917.29
		179°59'54"				180°00'00"		180°00'00"		
IV	11	37°58'18"	+0"4	0"0	+0"4	37°58'19"	+1"4	37°58'20"4	0.6152809	1917.29
	12	94°28'50"	+0"3	-0"1	+0"2	94°28'50"	-	94°28'50"0	0.9969439	3106.60
	10	47°32'51"	+0"3	0"0	+0"3	47°32'51"	-1"4	47°32'46"6	0.7378326	2299.18
		179°59'59"				180°00'00"		180°00'00"		
V	14	58°38'43"	+1"7	0"0	+1"7	58°38'45"	+0"6	58°38'45"6	0.8539688	2299.18
	15	52°43'34"	+1"6	-0"1	+1"5	52°43'35"	-	52°43'35"0	0.7957525	2142.44
	13	68°37'38"	+1"7	0"0	+1"7	68°37'40"	-0"6	68°37'39"4	0.9312315	2507.20
		179°59'55"				180°00'00"		180°00'00"		

Bảng 6.8

TT góc A	Lôgarit sin góc đã hiệu chỉnh lần thứ nhất	δ_A	Thứ tự góc B	Lôgarit sin góc đã hiệu chỉnh lần thứ nhất	δ_B	$(\delta_A + \delta_B)$	$(\delta_A + \delta_B)^2$	Số hiệu chỉnh lần thứ hai		Kiểm tra (A)"(δ_A + δ_B)
								(A)"	(B)"	
1	9.881509	+1.8	2	9.941676	+1.2	+3.0	+9.00	-0"9	+0"9	-2,7
4	9.882234	+1.8	5	9.921411	+1.4	+3.2	+10.24	-1"0	+1"0	-3,2
7	9.905653	+1.6	8	9.922800	+1.4	+3.0	+9.00	-0"9	+0"9	-2,7
10	9.867960	+1.9	11	9.789070	+2.7	+4.6	+21.16	-1"4	+1"4	-6,4
13	9.969058	+0.8	14	9.931441	+1.3	+2.1	+4.41	-0"6	+0"6	-1,3
Σ_1	9,506414		Σ_2	9,506398		Σ	53,81			-16,3

$\omega'_{\text{cực}} = \Sigma_1 - \Sigma_2 = +16$ đơn vị số lẻ thứ 6 của lôgarit

$\omega_{\text{cực cho phép}} = 2,5 \times 5 \sqrt{27,63} = \pm 65$ đơn vị số lẻ thứ 6 của lôgarit

$[\delta^2] = 27,63$

$$k_{\text{cực}} = - \frac{16}{53,81} = -0,30$$

Kiểm tra $\Sigma(A)" (\delta_A + \delta_B) = - \omega'_{\text{cực}} ; -16,3 \approx - (+16)$

Sai số trung phương đo góc:

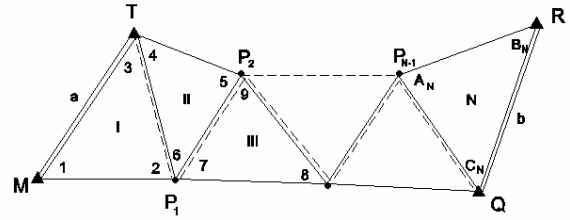
$$m = \sqrt{\frac{[v'v'] + [v''v'']}{n}} = \sqrt{\frac{37,97 + 9,88}{7}} = \pm 2''6$$

Bảng 6.9

Ký hiệu	Các điểm				
	1 Q 2 P ₁	1 P ₁ 2 P ₂	1 P ₂ 2 P ₃	1 P ₃ 2 P ₃	1 P ₄ 2 Q
$\alpha_{\text{góc}}; \alpha_{2,1}$	320°47'28"0	91°13'10"9	160°34'11"0	230°25'26"9	306°02'13"4
Góc	49°34'17"1	110°38'59"9	110°08'44"1	104°23'13"5	106°35'59"8
$\alpha_{2,1}$	271°13'10"9	340°34'11"0	50°25'26"9	126°02'13"4	199°26'13"6
x_2	7620,97	9989,32	11411,80	9584,16	7563,81
x_1	7563,81	7620,97	9989,32	11411,80	9584,16
$\Delta x_{1,21}$	57,16	2368,35	1422,48	-1827,64	-2020,35
$\cos \alpha_{1,2}$	0,021286	0,943047	0,637099	-0,588308	-0,943007
$S_{1,2}$	2685,30	2511,38	2232,74	3106,60	2142,44
$\sin \alpha_{1,2}$	-0,999773	-0,332660	0,770782	0,808637	-0,332772
$\Delta y_{1,2}$	-2684,69	-835,44	1720,96	2512,11	-712,94
y_1	11684,52	8999,83	8164,39	9885,35	12397,46
y_2	8999,83	8164,39	9885,35	12397,46	11684,52

6.8. BÌNH SAI RÚT GỌN CHUỖI TAM GIÁC NẪM GIỮA HAI CẠNH CỐ ĐỊNH.

Có lưới tam giác giải tích dạng chuỗi tam giác nằm giữa hai cạnh cố định (hình 6.7), tựa trên các điểm lưới cấp cao $M(x_M, y_M)$; $T(x_T, y_T)$; $Q(x_Q, y_Q)$, $R(x_R, y_R)$ và trị các góc đo.



Hình 6.7

1. Phương trình điều kiện hình:

$$a) (1) + (2) + (3) + \omega_I = 0$$

$$b) (4) + (5) + (6) + \omega_{II} = 0$$

$$c) (7) + (8) + (9) + \omega_{III} = 0$$

.....

$$g) (A_N) + (B_N) + (C_N) + \omega_N = 0$$

ω_j là sai số khép gốc của các tam giác ($j = I; II; III; \dots; N$)

2. Phương trình điều kiện góc định hướng

$$r) - (3) + (6) - (9) + \dots + (-1)^N (C_N) + \omega_\alpha = 0$$

(6.59)

Ở đây, số hạng tự do ω_α được tính.

$$\omega_\alpha = \alpha_d - \alpha_c - 3 + 6 - 9 + \dots + (-1)^N C_N + N \cdot 180^\circ$$

$$\alpha_d = \alpha_{MT}; \quad \alpha_c = \alpha_{QR}.$$

3. Phương trình điều kiện cạnh đáy

$$\Sigma \delta_A(A) - \Sigma \delta_B(B) + \omega_{cd} = 0$$

(6.61)

$$\omega_{cd} = \Sigma_1 - \Sigma_2$$

$$\Sigma_1 = lga + \Sigma lgsinA (1; 4; 7; \dots; 3N - 2)$$

$$\Sigma_2 = lgb + \Sigma lgsinB (2; 5; 8; \dots; 3N - 1)$$

4. Phương trình điều kiện tọa độ

$$\Sigma(\Delta x) + \omega_x = 0$$

$$\Sigma(\Delta y) + \omega_y = 0$$

Ở đây:

$$\omega_x = \Sigma \Delta x - (x_c - x_d)$$

$$\omega_y = \Sigma \Delta y - (y_c - y_d)$$

A. Tính số hiệu chỉnh lần thứ nhất cho các góc đo (i_j)'

Đưa các phương trình điều kiện hình và phương trình điều kiện góc định hướng vào nhóm thứ nhất

Phương trình chuẩn số liên hệ:

$$3k_I - k_\alpha + \omega_I = 0$$

$$3k_{II} + k_\alpha + \omega_{II} = 0$$

$$3k_{III} - k_\alpha + \omega_{III} = 0$$

.....

$$3k_N + (-1)^N k_\alpha + \omega_N = 0$$

$$-k_I + k_{II} - k_{III} + \dots + (-1)^N k_N + N k_\alpha + \omega_\alpha = 0$$

(6.62)

Để giải hệ (6.62) được thuận lợi, chúng ta biến đổi hệ (6.62) bằng cách lấy phương trình chuẩn kể từ trên nhân với (-1) , không kể phương trình cuối cùng, lấy phương trình cuối cùng nhân với 3, được hệ phương trình đã biến đổi:

$$\left. \begin{aligned} 3k_I - k_\alpha + \omega_I &= 0 \\ -3k_{II} - k_\alpha - \omega_{II} &= 0 \\ 3k_{III} - k_\alpha + \omega_{III} &= 0 \\ \\ 3k_N + (-1)^N k_\alpha + \omega_N &= 0 \\ -k_I + k_{II} - k_{III} + + (-1)^N k_N + N k_\alpha + \omega_\alpha &= 0 \\ -3k_I + 3k_{II} - 3k_{III} + ... + 3(-1)^N k_N + 3N k_\alpha + 3\omega_\alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.63)$$

Lấy phương trình cuối cùng trong hệ (6.63) cộng vào các phương trình trong hệ (6.63), sẽ được:

$$2Nk_\alpha + 3\omega_\alpha + \omega_I - \omega_{II} + \omega_{III} - \dots - (-1)^N \omega_N = 0 \quad (6.64)$$

Đặt $\omega'_\alpha = \omega_\alpha + \frac{1}{3}(\omega_I - \omega_{II} - \omega_{III} - \dots - (-1)^N \omega_N)$, thì phương trình (6.64) sẽ là:

$$2Nk_\alpha + 3\omega'_\alpha = 0 \quad (6.65)$$

Từ (6.65) tính được số liên hệ k_{α} :

$$k_\alpha = -\frac{3\omega'_\alpha}{2N} \quad (6.66)$$

Sau khi tính được số liên hệ k_{α} , các số liên hệ trong hệ phương trình (6.62) sẽ được tính theo công thức:

$$k_j = -\frac{\omega_j}{3} \pm \frac{\omega'_\alpha}{2N} \quad (6.67)$$

Số hiệu chỉnh lần thứ nhất đối với các liên hệ được tính:

$$(A_j)' = (B_j)' = -\frac{\omega_j}{3} \pm \frac{\omega'_\alpha}{2N} \quad (6.68)$$

Trong công thức (6.67) và (6.68) khi tính $\frac{\omega'_\alpha}{2N}$ lấy dấu (-) tương ứng với j lẻ, lấy dấu (+) tương ứng với j chẵn.

(j = I; II; III;.....; N)

Còn số hiệu chỉnh lần thứ nhất đối với góc trung gian

$$(C_j)' = -\frac{\omega_j}{3} \pm \frac{\omega'_\alpha}{2N} \quad (6.69)$$

Khi tính $\frac{\omega'_\alpha}{2N}$ lấy dấu (+) đối với j lẻ, lấy dấu (-) đối với j chẵn.

Trong các công thức (6.68) và (6.69), thấy rằng:

Phần thứ nhất của số hiệu chỉnh lần thứ nhất được tính:

$$(\dot{i}_j)'_I = -\frac{\omega_j}{3} \quad (6.70)$$

Phần thứ hai của số hiệu chỉnh lần thứ nhất được tính:

$$\left. \begin{aligned} (C_j)'_{II} &= -(-1)^N \frac{\omega'_\alpha}{N} \\ (A_j)'_{II} &= (B_j)'_{II} = -\frac{1}{2} (C_j)'_{II} \end{aligned} \right\} \quad (6.71)$$

B. Tính số hiệu chỉnh lần thứ hai cho các góc đo (i_j)''

Để tính số hiệu chỉnh lần thứ hai, chúng ta sử dụng phương trình điều kiện cạnh đáy.

Phương trình điều kiện cạnh đáy được viết ở dạng:

$$\Sigma \delta_A(A)'' - \Sigma \delta_B(B)'' + \omega'_{cd} = 0 \quad (6.72)$$

Số hạng tự do ω'_{cd} trong phương trình (6.72) được tính từ các góc đã được hiệu chỉnh lần thứ nhất.

$$\begin{aligned} \omega'_{cd} &= \Sigma_1 - \Sigma_2 \\ \Sigma_1 &= lga + \Sigma lgsinA' \{ 1' ; 4' ; 7' ; \dots ; (3N-2)' \} \\ \Sigma_2 &= lgb + \Sigma lgsinB' \{ 2' ; 5' ; 8' ; \dots ; (3N-1)' \} \end{aligned}$$

Áp dụng nguyên tắc $[(i)''^2] = \min$, kèm theo điều kiện phụ:

$$\begin{aligned} (A_j)'' &= - (B_j)'' \\ (C_j)'' &= 0 \end{aligned}$$

Như thế phương trình cạnh đáy được viết:

$$\Sigma(\delta_A + \delta_B) (A)'' + \omega'_{cd} = 0 \quad (6.73)$$

Phương trình chuẩn số liên hệ sẽ là:

$$\Sigma(\delta_A + \delta_B)^2 k_{cd} + \omega'_{cd} = 0 \quad (6.74)$$

Từ phương trình (6.74) tính được số liên hệ k_{cd} :

$$k_{cd} = - \frac{\omega'_{cd}}{\Sigma(\delta_A + \delta_B)^2} \quad (6.75)$$

Số hiệu chỉnh lần thứ hai cho các góc đo được tính:

$$(A_j)'' = - (B_j)'' = (\delta_{Aj} + \delta_{Bj})k_{cd} \quad (6.76)$$

Sau khi đưa số hiệu chỉnh lần thứ nhất và lần thứ hai vào các trị góc đo sẽ được các trị góc đo đã bình sai.

Để kiểm tra việc tính số hiệu chỉnh cho các góc đo, thì trong mỗi tam giác tổng số trị góc đo đã được bình sai phải bằng 180° .

Dùng các trị góc đo đã được hiệu chỉnh, xuất phát từ cạnh gốc của lưới cấp cao để tính chiều dài các cạnh của các tam giác.

Theo đường đo đã chọn để tính góc định hướng từ cạnh đầu đến cạnh cuối của chuỗi tam giác nằm giữa hai cạnh cố định có liên quan đến các góc trung gian. Từ các góc định hướng và chiều dài các cạnh tính được các số gia tọa độ.

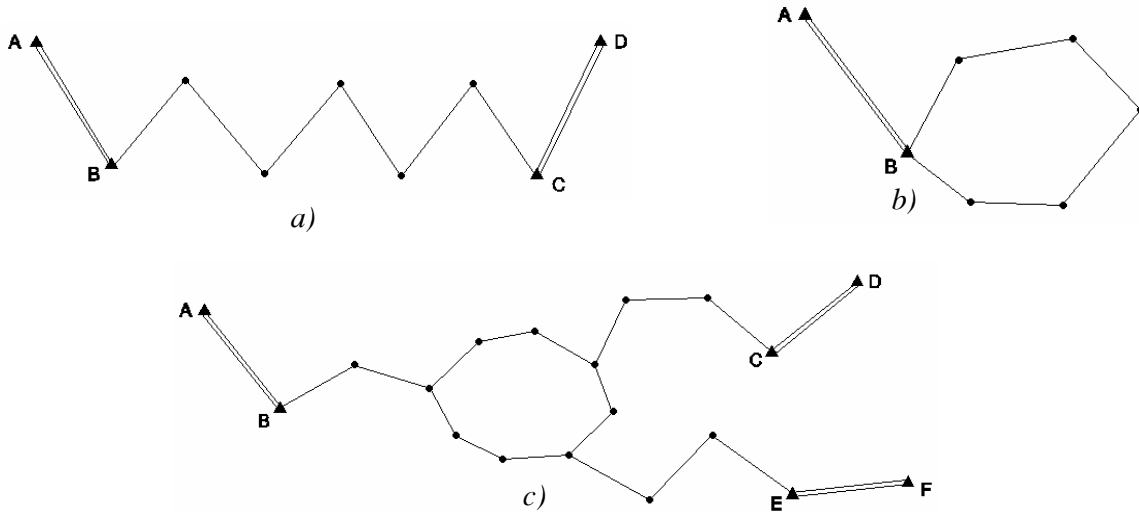
Tính tổng số số gia tọa độ: $\Sigma \Delta x$, $\Sigma \Delta y$, sau đó tính sai số khép số gia tọa độ ω_x , ω_y theo công thức (6.24).

Tính sai số tương đối theo công thức (6.29) phải được bảo đảm theo quy định. Để tính số hiệu chỉnh cho các số gia tọa độ phải đổi dấu các sai số khép ω_x , ω_y rồi tính tỷ lệ với chiều dài cạnh như đã làm đối với đường chuyển kinh vĩ ở Trắc địa 1. Lấy số gia tọa độ đã tính được cộng với số hiệu chỉnh số gia tọa độ sẽ được số gia tọa độ đã được bình sai. Dùng tọa độ của điểm cấp cao và các số gia tọa độ đã được bình sai để tính tọa độ cho các điểm của lưới tam giác giải tích.

6.9 LƯỚI ĐƯỜNG CHUYỀN ĐỊA CHÍNH

Lưới tọa độ địa chính cấp I, cấp II được xây dựng chủ yếu theo phương pháp lưới đường chuyền để tăng dày điểm khống chế, làm cơ sở để phát triển mạng lưới khống chế đo vẽ.

Đường chuyền địa chính cấp I, cấp II được thiết kế dưới dạng đường chuyền phù hợp, đường chuyền khép kín hoặc lưới đường chuyền tạo nên các điểm nút tựa trên các điểm hạng cao, hình 6.8.



Trên hình 6.8, hình 6.8a là đường chuyền phù hợp, hình 6.8b là đường chuyền khép kín, hình 6.8c là lưới đường chuyền. Các điểm A, B, C, D, E, F là các điểm của lưới khống chế cấp cao.

Đường chuyền địa chính cấp I phải được đo nối với điểm tọa độ lưới Nhà nước hạng III, điểm tọa độ của lưới địa chính cơ sở. Đường chuyền địa chính cấp II phải được đo nối với điểm tọa độ của lưới địa chính cấp I trở lên.

Chiều dài cạnh đường chuyền địa chính cấp I, cấp II được đo bằng máy đo xa điện quang. Độ chính xác của đo chiều dài cạnh đường chuyền bằng máy đo xa điện quang được xác định theo công thức thực nghiệm:

$$m_s = (a + b \cdot 10^{-6} s) \text{ mm} \quad (6.77)$$

Khi đo chiều dài cạnh đường chuyền địa chính cấp I chọn máy có $a \leq 3$, $b = 3 \div 5$, đo chiều dài cạnh đường chuyền địa chính cấp II dùng máy có $a \leq 10$; $b = 5 \div 10$. Trong công thức (6.77) thì a, b là các hằng số của máy.

Những yêu cầu kỹ thuật cơ bản của đường chuyền địa chính cấp I, cấp II được quy định ở bảng 6.10, loại máy sử dụng để đo góc và số lần đo được quy định ở bảng 2.11; các hạn sai chung cho các máy đo góc có độ chính xác từ 1" đến 5" được quy định ở bảng 6.12.

Bảng 6.10

Thứ tự	Các yếu tố của lưới đường chuyền	Chỉ tiêu kỹ thuật	
		Cấp I	Cấp II
1	Chiều dài đường chuyền tối đa	4km	2,5km
2	Số cạnh tối đa	10	15
3	Chiều dài từ điểm khởi tính đến điểm nút hoặc giữa hai điểm nút không lớn hơn	2,5km	1km
4	Chiều dài cạnh đường chuyền	2,5km	1km
	+ Lớn nhất	1000m	400m
	+ Nhỏ nhất	200m	60m
	+ Trung bình	400m	200m
5	Sai số trung phương đo góc không lớn hơn	5"	10"
6	Sai số trung phương đo cạnh sau bình sai không lớn hơn	1/50.000	
	+ Đối với cạnh dưới 500m	0,012m	0,012m
7	Sai số giới hạn khép góc đường chuyền n: số góc trong đường chuyền hoặc vòng khép	$10''\sqrt{n}$	$20''\sqrt{n}$
8	Sai số khép giới hạn tương đối đường chuyền $f_s/[s]$	1/15.000	1/10.000

Bảng 6.11

Thứ tự	Loại máy	Số lần đo	
		Cấp I	Cấp II
1	Máy có độ chính xác đo góc 1" - 2" Theo 010 (A, B), T2, DT2, SET 1,2	4	2
2	Máy có độ chính xác đo góc 3" - 5": DT5, SET 3,4 (A, B)	6	4

Bảng 6.12

Thứ tự	Các yếu tố trong đo góc	Hạn sai (")
1	Số chênh trị số góc giữa các lần đo	8
2	Số chênh giá trị góc giữa các nửa lần đo	8
3	Dao động 2C trong 1 lần đo (đối với máy không có bộ phận tự cân bằng)	12
4	Sai số khép về hướng mở đầu	8
5	Chênh lệch giá trị hướng các lần đo đã quy "0"	8

Đối với lưới địa chính cấp I, cấp II trước khi tiến hành bình sai phải tính khái lược để đánh giá độ chính xác kết quả đo. Khi tính toán trong kết quả cuối cùng, trị số góc lấy chẵn đến giây, tọa độ lấy chẵn đến milimét (0,001m). Sau bình sai phải đánh giá sai số trung phương đo góc; sai số trung phương trọng số đơn vị, sai số trung phương vị trí điểm, sai số trung phương tương đối đo chiều dài cạnh.

Đối với đường chuyền có 2 loại trị đo là trị đo góc và trị đo chiều dài cạnh. Cả hai loại trị đo này đều được đưa vào khi bình sai.

Khi đo góc thông thường người ta dùng cùng một loại máy và cùng một quy trình đo, nên các góc đường chuyền được đo cùng độ chính xác.

Trọng số của trị đo góc được tính:

$$P_{\beta} = \frac{m_{\beta}^2}{m_{\beta}^2} = 1$$

Trọng số của trị đo chiều dài cạnh được tính:

$$P_s = \frac{m_{\beta}^2}{m_s^2}$$

Nếu khi đo chiều dài cạnh đường chuyền sử dụng loại máy đo chiều dài có sai số cố định hoặc chiều dài cạnh đường chuyền gần bằng nhau, thì trọng số đối với chiều dài cạnh là p_s .

$$P_s = \frac{m_{\beta}^2}{m_s^2} = \text{const}$$

Khi tính khái lược cần ước tính sai số trung phương đo góc, sai số trung phương đo chiều dài cạnh theo tiêu chuẩn độ chính xác quy định trong quy phạm để xác định trọng số khi bình sai.

6.10 PHƯƠNG PHÁP BÌNH SAI GIÁN TIẾP

Do sự phát triển nhanh chóng của các phương tiện tính toán (computer), nên phương pháp bình sai gián tiếp ngày càng được sử dụng rộng rãi để lập các phần mềm bình sai các mạng lưới trắc địa.

So sánh với phương pháp bình sai điều kiện, phương pháp bình sai gián tiếp có những ưu điểm nổi bật thể hiện ở các mặt sau:

1. Đơn giản cho việc lập trình trên máy tính điện tử
2. Đơn giản cho việc giải quyết bài toán đánh giá độ chính xác của các ẩn số sau bình sai.

Trong phương pháp bình sai gián tiếp, người ta lập hệ các phương trình số hiệu chỉnh (hay còn gọi là các số cải chính) cho các trị đo. Mỗi trị đo tương ứng với một phương trình số hiệu chỉnh.

6.10.1. Lý thuyết phương pháp bình sai gián tiếp

Giả sử trong mạng lưới trắc địa có n trị đo $L_1, L_2, \dots, L_n$. Các trọng số tương ứng với các trị đo này là $p_1, p_2, \dots, p_n$.

Để bình sai đồng thời các trị đo L_i ($i = 1 \div n$) theo phương pháp bình sai gián tiếp, người ta chọn t ẩn số độc lập $x_1, x_2, \dots, x_t$. Các ẩn số này là tọa độ hoặc độ cao của các điểm cần xác định. Số ẩn số được chọn luôn ít hơn số trị đo ($t < n$).

Điều kiện để giải quyết bài toán bình sai mạng lưới trắc địa là tồn tại một lượng đo dư r nhất định trong mạng lưới này, nghĩa là:

$$r = n - t$$

Các trị đo L_i là các trị gần đúng, gọi $\bar{L}_i$ là trị đo sau bình sai, V_i là số hiệu chỉnh của trị đo L_i , sẽ có:

$$\bar{L}_i = L_i + V_i \quad (i = 1 \div n) \quad (6.77)$$

Khi ẩn số được xác định theo trị đo, sẽ được các trị gần đúng x_j^o ($j = 1 \div t$) của các ẩn số. Trị của các ẩn số sau bình sai là $\bar{x}_j$ ($j = 1 \div t$) sẽ bằng trị gần đúng của ẩn số cộng với số hiệu chỉnh δx_j ($j = 1 \div t$) của ẩn số.

Trị đo sau bình sai và trị ẩn số sau bình sai được liên hệ với nhau theo quan hệ:

$$\bar{L}_i = \varphi_i(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_t) \quad (6.78)$$

Thay trị gần đúng của ẩn số và số hiệu chỉnh của ẩn số vào (6.78) sẽ được:

$$\bar{L}_i = \varphi_i(x_1^o + \delta x_1, x_2^o + \delta x_2, \dots, x_t^o + \delta x_t) \quad (6.79)$$

Thay (6.77) vào (6.79) sẽ nhận được:

$$L_i + V_i = \varphi_i(x_1^o + \delta x_1, x_2^o + \delta x_2, \dots, x_t^o + \delta x_t)$$

Hay:

$$V_i = \varphi_i(x_1^o + \delta x_1, x_2^o + \delta x_2, \dots, x_t^o + \delta x_t) - L_i \quad (6.80)$$

Đối với lưới độ cao khi chọn điểm cần xác định độ cao làm ẩn số, thì hệ (6.80) ở dạng tuyến tính. Đối với tọa độ mặt phẳng, khi chọn tọa độ các điểm cần xác định làm ẩn số, thì hệ (6.80) ở dạng phi tuyến. Để bình sai theo phương pháp bình sai gián tiếp, cần đưa hệ (6.80) về dạng tuyến tính.

Khi trong các trị đo không chứa các sai số thô, thì các số hiệu chỉnh của ẩn số $\delta x_1, \delta x_2, \dots, \delta x_t$ đủ nhỏ, khai triển Taylor đưa hệ (6.80) về dạng tuyến tính:

$$V_i = a_i \delta x_1 + b_i \delta x_2 + \dots + t_i \delta x_t - l_i \quad (6.81)$$

($i = 1 \div n$)

Trong hệ (6.81) thì;

$$a_i = \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_1} \right) 0 \quad ; \quad b_i = \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_2} \right) 0 ; \dots ; t_i = \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_t} \right) 0$$

$$l_i = \varphi_i(x_1^o, x_2^o, \dots, x_t^o) - L_i$$

Ở đây: l_i là số hạng tự do của phương trình số hiệu chỉnh

Hệ phương trình (6.81) viết ở dạng ma trận sẽ là:

$$V = AX + L \quad (6.82)$$

Trong đó:

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \dots t_1 \\ a_2 & b_2 \dots t_2 \\ \dots & \dots \\ a_n & b_n \dots t_n \end{bmatrix}_{n \times t} \quad X = \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \dots \\ \delta x_n \end{bmatrix}_{t \times 1} \quad L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \dots \\ l_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Hệ phương trình (6.81) hay hệ phương trình (6.82) có n phương trình chứa t ẩn số độc lập là các số hiệu chỉnh của các ẩn số ($n > t$). Để tìm được các số hiệu chỉnh đáng tin cậy nhất của trị đo, cần giải hệ (6.82) theo nguyên lý của phương pháp số bình phương nhỏ nhất, cần lập hàm:

$$\Phi = V^T P V = \min \quad (6.83)$$

Khi các trị đo độc lập nhau ma trận trọng số P là ma trận đường chéo:

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & & 0 \\ \dots & & \dots & \\ 0 & 0 & & p_n \end{bmatrix}_{n \times n}$$

Để tìm cực trị của (6.83), lấy đạo hàm riêng của Φ theo X .

Để ý tới (6.82) có:

$$\begin{aligned}\Phi &= V^T PV = V^T P (AX + L) = \min \\ \frac{\partial \Phi}{\partial X} &= V^T PA = 0\end{aligned}\quad (1)$$

Theo bổ đề Gauss thì:

$$A^T PV = 0 \quad (2)$$

Thay (6.82) vào (2), có:

$$A^T P (AX + L) = 0$$

$$\text{Hay: } A^T PAX + A^T PL = 0 \quad (6.84)$$

Hệ phương trình (6.84) được gọi là hệ phương trình chuẩn.

Đặt:

$$R = A^T PA: \text{ ma trận chuẩn}$$

$$b = A^T PL: \text{ Vectơ số hạng tự do của hệ phương trình chuẩn.}$$

Hệ phương trình chuẩn có dạng:

$$RX + b = 0 \quad (6.85)$$

Lấy tiếp đạo hàm của (6.84), được:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = A^T PA > 0$$

Do $A^T PA = R$ ma trận chuẩn luôn dương, nên hàm Φ luôn có cực tiểu

Với ma trận R không suy biến, sẽ tồn tại ma trận nghịch đảo $R^{-1} = Q$. Khi đó hệ (6.85) có nghiệm duy nhất được xác định theo công thức sau:

$$X = -R^{-1} \cdot b \quad (6.86)$$

Ma trận nghịch đảo $Q = R^{-1}$ được gọi là ma trận trọng số đảo của các ẩn số.

$$Q = R^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1t} \\ Q_{12} & Q_{22} & \dots & Q_{2t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{1t} & Q_{2t} & \dots & Q_{tt} \end{bmatrix}_{t \times t} \quad (6.87)$$

Vectơ nghiệm X được xác định theo (6.86) sẽ có được các số hiệu chỉnh của các ẩn số. Do đó sẽ tìm được các ẩn số sau bình sai. Đó là độ cao đã bình sai của các điểm cần xác định độ cao trong lưới độ cao, đó là tọa độ đã bình sai của các điểm cần xác định trong lưới tọa độ mặt phẳng. Khi thay các số hiệu chỉnh của các ẩn số vào hệ phương trình số hiệu chỉnh (6.81) sẽ tìm được các số hiệu chỉnh cho các trị đo, hiệu chỉnh được các trị đo.

6.10.2. Các dạng phương trình số hiệu chỉnh trong phương pháp bình sai gián tiếp.

Dạng phương trình số hiệu chỉnh của các loại trị đo phụ thuộc vào loại trị đo trong mạng lưới trắc địa, phụ thuộc vào cách chọn ẩn số.

Đối với lưới tọa độ mặt phẳng, ẩn số được chọn thường là trị bình sai của tọa độ các điểm cần xác định trong lưới.

Giá trị gần đúng của các ẩn số tọa độ x_j^0, y_j^0 ($j = 1 \div t$) được xác định thông qua các trị đo, góc phương vị và tọa độ của lưới cấp cao.

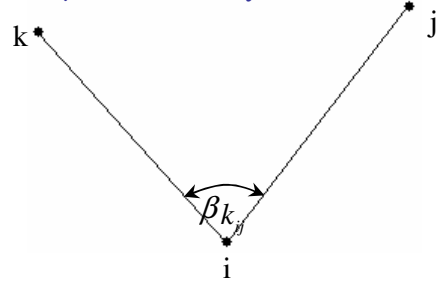
Trong quá trình tính tọa độ gần đúng của các điểm đường chuyền, cần tính sai số khép tọa độ f_x, f_y , sai số khép tương đối $f_s/[s]$, sai số khép góc f_β của đường chuyền để kiểm tra.

Các sai số khép này phải nằm trong phạm vi cho phép của từng cấp đường chuyền được quy định trong quy phạm.

Trong lưới tọa độ mặt phẳng có các loại phương trình số hiệu chỉnh sau đây:

1. Phương trình số hiệu chỉnh trị đo góc.

Trên hình 6.9, đặt máy đo góc tại i ngắm về hai điểm k và j để đo góc β_{kij} . Đứng tại i thì điểm k là điểm trái, điểm j là điểm phải. Đối với lưới tọa độ Nhà nước phải bình sai theo hướng, còn đối lưới khống chế khu vực bình sai lưới theo các trị đo góc.



Hình 6.9

Góc β_{kij} sau bình sai là $\bar{\beta}_{kij}$ bằng trị đo góc β_{kij} cộng với số hiệu chỉnh $V\beta_{kij}$ của góc.

Phương trình số hiệu chỉnh đối với trị đo góc có dạng:

$$V_{\beta_{ij}} = (a_{ij} - a_{ik}) \delta x_i + (b_{ij} - b_{ik}) \delta y_i - a_{ij} \delta x_j - b_{ij} \delta y_j + a_{ik} \delta x_k + b_{ik} \delta y_k + l_{kij} \quad (6.88)$$

Trong đó:

$$a_{ik} = \rho'' \frac{\sin \alpha_{ik}^0}{S_{ik}^0}; \quad a_{ij} = \rho'' \frac{\sin \alpha_{ij}^0}{S_{ij}^0}; \quad b_{ik} = -\rho'' \frac{\sin \alpha_{ik}^0}{S_{ik}^0}; \quad b_{ij} = -\rho'' \frac{\sin \alpha_{ij}^0}{S_{ij}^0};$$

$$l_{\beta_{kij}} = (\alpha_{ij}^0 - \alpha_{ik}^0) - \beta_{kij};$$

$$\alpha_{ij}^0 = \arctg \frac{y_j^0 - y_i^0}{x_j^0 - x_i^0}; \quad \alpha_{ik}^0 = \arctg \frac{y_k^0 - y_i^0}{x_k^0 - x_i^0};$$

$l_{\beta_{kij}}$ là số hạng tự do của phương trình số hiệu chỉnh trị đo góc.

Chú ý là khi tính trị số α_{ij}^0 hoặc α_{ik}^0 , nếu trong số các điểm i, j hoặc k là điểm của lưới cấp cao, thì phải sử dụng tọa độ của điểm này để tính góc định hướng gần đúng α_{ij}^0 hoặc α_{ik}^0 .

2. Phương trình số hiệu chỉnh trị đo cạnh

Trên hình 6.10, cạnh đường chuyền S_{ij} có góc phương vị là α_{ij} . Chọn trị bình sai tọa độ điểm i và j làm ẩn số, phương trình số hiệu chỉnh của trị đo cạnh có dạng:

$$V_{S_{ij}} = -\cos \alpha_{ij}^0 \delta x_i - \sin \alpha_{ij}^0 \delta y_i + \cos \alpha_{ij}^0 \delta x_j + \sin \alpha_{ij}^0 \delta y_j + l_{S_{ij}} \quad (6.89)$$

Trong đó:

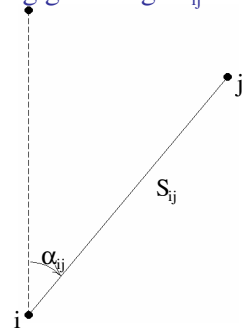
$$l_{S_{kij}} = S_{ij}^0 - S_{ij}$$

$$S_{ij}^0 = \sqrt{(x_j^0 - x_i^0)^2 + (y_j^0 - y_i^0)^2}$$

$l_{S_{kij}}$ là số hạng tự do của phương trình số hiệu chỉnh trị đo cạnh.

Nếu một đầu của cạnh là điểm lưới cấp cao, thì sử dụng tọa độ điểm của lưới cấp cao để tính trị số chiều dài cạnh gần đúng.

Trong hệ phương trình số hiệu chỉnh (6.88) và (6.89), các điểm của lưới cấp cao không có số hiệu chỉnh của ẩn số.



Đối với lưới độ cao khi chọn độ cao của điểm cần xác định làm ẩn số, sẽ được trình bày ở chương 7.

6.10.3. Đánh giá độ chính xác trong phương pháp bình sai gián tiếp

Đánh giá độ chính xác sau bình sai bao gồm:

- + Đánh giá độ chính xác kết quả đo
- + Đánh giá độ chính xác của các ẩn số
- + Đánh giá độ chính xác của hàm các ẩn số

Theo Quy phạm thành lập bản đồ địa chính của Tổng cục Địa chính, thì sau bình sai phải đánh giá sai số trung phương đo góc, sai số trung phương vị trí điểm, sai số trung phương tương đối đo cạnh, sai số trung phương trọng số đơn vị.

1. Đánh giá độ chính xác của các trị đo

Sai số trung phương trọng số đơn vị được tính theo công thức:

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-t}} \quad (6.90)$$

2. Đánh giá độ chính xác của các ẩn số sau bình sai được tính theo công thức:

$$m_{x_j} = \mu \sqrt{Q_{jj}} \quad (6.91)$$

$$(j = 1 \div t)$$

Q_{jj} là trọng số đảo của ẩn số x_j ($j = 1 \div t$)

3. Sai số trung phương vị trí điểm

Đối với lưới tọa độ mặt phẳng, sai số trung phương vị trí điểm được tính theo công thức:

$$M = \sqrt{m_{x_j}^2 + m_{y_j}^2} \quad (6.92)$$

4. Đánh giá độ chính xác của hàm các ẩn số

Lập hàm biểu thị mối quan hệ giữa hàm cần đánh giá độ chính xác với các ẩn số sau bình sai.

Dạng tổng quát của hàm:

$$F = F(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_t})$$

Thay trị ẩn số sau bình sai bằng trị gần đúng và số hiệu chỉnh ẩn số, khai triển Taylor, đưa hàm về dạng:

$$F = F_0 + f_1 \delta x_1 + f_2 \delta x_2 + \dots + f_t \delta x_t \quad (6.93)$$

Hay viết ở dạng:

$$F = F_0 + fX \quad (6.94)$$

Trong đó:

$$f = \left[\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial F}{\partial x_t} \right]_{1, x_t}$$

Ẩn số nào không tham gia vào hàm thì đạo hàm riêng của hàm đối với ẩn số đó bằng không.

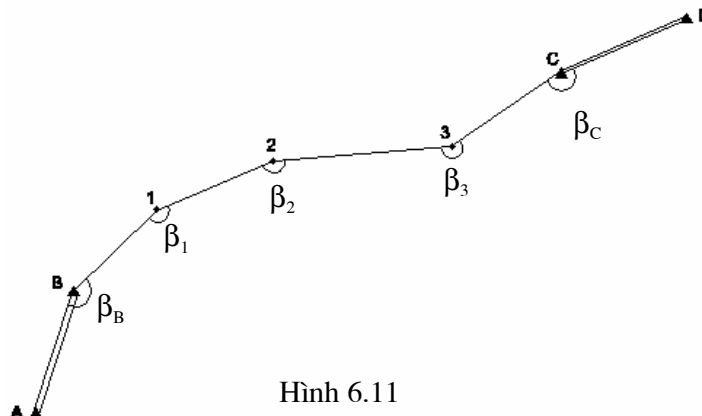
Theo nguyên lý đánh giá tổng quát hàm của các trị bình sai, từ công thức (6.94) có công thức xác định trọng số đảo của hàm F.

$$Q_F = f Q f^T \quad (6.95)$$

Sai số trung phương của hàm cần đánh giá F sau bình sai được xác định theo công thức;

$$m_F = \mu \sqrt{Q_F} \quad (6.96)$$

Ví dụ: Trên hình 6.11 cho đường chuyền kinh vĩ. Bình sai đường chuyền theo phương pháp bình sai gián tiếp.



Số liệu gốc:

Bảng 6.12

Thứ tự điểm	Góc phương vị	Tọa độ (m)	
		x	y
A			
B	3°10'01"	33747,039	15356,764
C		34821,908	16313,180
D	40°36'53"		

Số liệu trị đo:

Bảng 6.13

Thứ tự điểm	Trị đo góc	Trị đo cạnh (m)
B	169°32'45"	330,743
1	156°18'54"	443,294
2	144°47'23"	529,003
3	228°59'32"	263,827
C	162°54'44"	

Sai số trung phương đo góc: $m_\beta = 3''$

Sai số trung phương đo cạnh: $m_s = 0,01 \text{ m}$

Bảng tính tọa độ khái lược:

Bảng 6.14

Thứ tự điểm	Trị đo góc	Góc phương vị	Trị đo cạnh (m)	Số gia tọa độ (m)		Tọa độ (m)	
				Δx	Δy	x	y
A							
		3°10'01"					
B	169°32'45"					33747,039	15356,764
		13°37'16"	330,743	321,440	77,890		
1	156°18'54"					34068,479	15434,654
		37°18'22"	443,294	352,600	268,668		
2	144°47'23"					34421,079	15703,322
		72°30'59"	529,003	158,930	504,565		
3	228°59'32"					34580,009	16207,887
		23°31'27"	263,827	241,901	105,303		
C	162°54'44"					34821,908	16313,180
		40°36'53"					
D							
	862°33'18"		1566,867	1074,871	956,426		

$$f\beta = \Sigma \beta_{\text{đo}} - n.180^\circ - (\alpha_{\text{đ}} - \alpha_{\text{c}}) = 862^\circ 33' 18'' - 5.180^\circ - (3^\circ 10' 01'' - 40^\circ 36' 53'') = +10''$$

$$f_{\beta \text{ cho phép}} = 2m\beta \sqrt{n} = 2 \times 5'' \sqrt{5} = \pm 22''$$

$$f_x = 1074,871\text{m} - (34821,908\text{m} - 33747,039\text{m}) = 0,002\text{m}$$

$$f_y = 956,426\text{m} - (16313,180\text{m} - 15356,764\text{m}) = 0,010\text{m}$$

$$f_s = 0,010\text{m}$$

$$\frac{f_s}{[S]} = \frac{0,010\text{m}}{1567\text{m}} = \frac{1}{156700} < \frac{1}{15.000}$$

Chọn ẩn số là tọa độ các điểm 1, 2, 3 của đường chuyền. Trong bảng tính tọa độ khái lược (bảng 6.14), tọa độ các điểm 1, 2, 3 là tọa độ gần đúng. Số hiệu chỉnh ẩn số tọa độ của điểm 1 là δx_1 , δy_1 , của điểm 2 là δx_2 , δy_2 , của điểm 3 là δx_3 , δy_3 .

Theo công thức (6.88) tính hệ số và số hạng tự do của phương trình số hiệu chỉnh trị đo góc cho các góc đo, bảng 6.15.

Góc	Điểm 1		Điểm 2		Điểm 3		Số hạng tự do
	δx_1	δy_1	δx_2	δy_2	δx_3	δy_3	
β_B	146,867530	-606,100781	0	0	0	0	0
β_1	428,873850	976,205314	282,006180	-370,104349	0	0	0
β_2	282,006292	-370,104276	-653,906217	487,246925	371,899925	-117,142649	0
β_3	0	0	371,899896	-117,142644	-683,952063	833,986365	+6,47
β_C	0	0	0	0	312,052040	-716,843569	-16,47

Số hạng tự do của phương trình số hiệu chỉnh trị đo góc trong bảng 6.15 tính theo đơn vị giây (").

Theo công thức (6.89) tính hệ số và số hạng tự do của phương trình số hiệu chỉnh trị đo cạnh cho các trị đo cạnh bảng 6.16. Số hạng tự do tính theo đơn vị mét (m).

Bảng tính hệ số phương trình số hiệu chỉnh trị đo cạnh và số hạng tự do

Bảng 6.16

Cạnh	Điểm 1		Điểm 2		Điểm 3		Số hạng tự do
	δx_1	δy_1	δx_2	δy_2	δx_3	δy_3	
B-1	0.971874	0.235500	0	0	0	0	0
1-2	-0.795409	-0.606073	0.795409	0.606073	0	0	0
2-3	0	0	-0.300433	-0.953803	0.300433	0.953803	0
3-C	0	0	0	0	-0.916892	-0.399136	-0.006

Trọng số góc $P_\beta = 1$

$$\text{Trọng số cạnh: } P_s = \left(\frac{3''}{0,01m} \right)^2 = 90000 \left(\frac{''}{m} \right)^2$$

Đường chuyền có hai loại trị đo là trị đo góc và trị đo cạnh. Cả hai loại trị đo này đều được đưa vào khi bình sai.

Theo công thức (6.82) phải thành lập ma trận hệ số A và vectơ số hạng tự do L của phương trình số hiệu chỉnh.

$$A = \begin{pmatrix} 146.86753000 & -606.10078100 & 0.00000000 & 0.00000000 & 0.00000000 & 0.00000000 \\ -428.87385000 & 976.20531400 & 282.00618000 & -370.10434900 & 0.00000000 & 0.00000000 \\ 282.00629200 & -370.10427600 & -653.90621700 & 487.24692500 & 371.89992500 & -117.14264900 \\ 0.00000000 & 0.00000000 & 371.89989600 & -117.14264400 & -683.95206300 & 833.98636500 \\ 0.00000000 & 0.00000000 & 0.00000000 & 0.00000000 & 312.05204000 & -716.84356900 \\ 0.97187400 & 0.23550000 & 0.00000000 & 0.00000000 & 0.00000000 & 0.00000000 \\ -0.79540900 & -0.60607300 & 0.79540900 & 0.60607300 & 0.00000000 & 0.00000000 \\ 0.00000000 & 0.00000000 & -0.30043300 & -0.95380300 & 0.30043300 & 0.95380300 \\ 0.00000000 & 0.00000000 & 0.00000000 & 0.00000000 & -0.91689200 & -0.39913600 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6.47 \\ -16.47 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.006 \end{pmatrix}$$

Theo công thức (6.84), lập ma trận chuyển vị A^T và ma trận trọng số P.

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 900.00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 900.00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 900.00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 900.00 \end{pmatrix}$$

Theo công thức (6.84), (6.85), (6.86), lập ma trận chuẩn R, vectơ số hạng tự do của phương trình chuẩn b, ma trận nghịch đảo R^{-1} tính vectơ số hiệu chỉnh ẩn số X

$$R = \begin{pmatrix} 426979.898919 & -548071.613242 & -362291.757165 & 252748.107268 & 104878.244249 & -33035.003580 \\ -548071.613242 & 1495362.772744 & 473922.585814 & -574689.205958 & -137641.752487 & 43354.995297 \\ -362291.757165 & 473922.585814 & 710494.560664 & -397374.160855 & -505672.773032 & 360969.898163 \\ 252748.107268 & -574689.205958 & -397374.160855 & 503045.012086 & 235537.197190 & -236649.378020 \\ 104878.244249 & -137641.752487 & -505672.773032 & 235537.197190 & 787262.037809 & -778937.870119 \\ -33035.003580 & 43354.995297 & 360969.898163 & -236649 & -778937.870119 & 1319334.833475 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0.000000 \\ 0.000000 \\ 2406.192327 \\ -757.912907 \\ -9069.545266 \\ 17417.838803 \end{pmatrix}$$

$$R^{-1} = \begin{pmatrix} 0.00000773 & 0.00000201 & 0.00000500 & 0.00000137 & 0.00000274 & 0.00000062 \\ 0.00000201 & 0.00000108 & 0.00000095 & 0.00000174 & 0.00000043 & 0.00000030 \\ 0.00000500 & 0.00000095 & 0.00000811 & 0.00000324 & 0.00000532 & 0.00000160 \\ 0.00000137 & 0.00000174 & 0.00000324 & 0.00000561 & 0.00000149 & 0.00000098 \\ 0.00000274 & 0.00000043 & 0.00000532 & 0.00000149 & 0.00000681 & 0.00000289 \\ 0.00000062 & 0.00000030 & 0.00000160 & 0.00000098 & 0.00000289 & 0.00000221 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 0.00300281 \\ -0.00224353 \\ 0.00336983 \\ -0.00703522 \\ -0.00018862 \\ -0.01534833 \end{pmatrix}$$

Đơn vị tính của vectơ nghiệm X là mét (m). Theo thứ tự từ trên xuống lần lượt là δx_1 , δy_1 , δx_2 , δy_2 , δx_3 , δy_3 .

Thay δx_1 , δy_1 , δx_2 , δy_2 , δx_3 , δy_3 vào các phương trình số hiệu chỉnh trị đo góc ở bảng 6.15 sẽ tính được số hiệu chỉnh cho các trị đo góc. Thay các số hiệu chỉnh các ẩn số trên vào các phương trình số hiệu chỉnh trị đo cạnh, sẽ tính được các số hiệu chỉnh cho các trị đo cạnh.

$V_{\beta}('')$
1.80081878
0.07611109
-2.22649768
-4.12392567
-5.52650841

$V_s(m)$
0.00239000
-0.00261218
-0.00899814
0.00029901

Bảng kết quả trị đo góc, trị đo cạnh sau bình sai

Bảng 6.17

Thứ tự điểm	Trị đo góc	Số hiệu chỉnh (")	Trị đo góc sau bình sai	Trị đo cạnh (m)	Số hiệu chỉnh (m)	Trị đo cạnh sau bình sai (m)
B	169°32'45"	2	169°32'47"			

				330,743	0,002	330,745
1	156°18'54"	0	156°18'54"			
				443,294	-0,003	443,291
2	144°47'23"	-2	144°47'21"			
				529,003	-0,009	528,994
3	228°59'32"	-4	228°59'28"			
				263,827	0,000	263,827
C	162°54'44"	-6	162°54'38"			
	862°33'18"	-10"	862°33'08"	1566,867	-0,010	1566,857

$$\Sigma\beta_{\text{tt}} = \alpha_d + n.180^\circ - \alpha_c = 3^\circ10'01'' + 5.180^\circ - 40^\circ36'53'' = 862^\circ33'08''$$

Tọa độ các điểm đường chuyền sau bình sai

Bảng 6.18

Thứ tự điểm	Trị tọa độ x° (m)	δx (m)	Trị tọa độ $\bar{X}$ (m)	Trị tọa độ y° (m)	δy (m)	Trị tọa độ $\bar{y}$ (m)
1	34068,479	0,003	34068,482	15434,654	-0,002	15434,652
2	34421,079	0,003	34421,082	15703,322	-0,007	15703,315
3	34580,009	0,000	34580,009	16207,887	-0,015	16207,872

Đánh giá độ chính xác của trị đo

a) Tính sai số trung phương trọng số đơn vị, sai số trung phương đo góc sau bình sai.

Trong bài toán lấy trọng số góc đo bằng 1, nên sai số trung phương trọng số đơn vị bằng sai số trung phương đo góc.

Sai số trung phương trọng số đơn vị được tính theo công thức (6.90)

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T PV}{n-t}} = \sqrt{\frac{64}{3}} = \pm 4''63$$

b) Đánh giá độ chính xác của các ẩn số sau bình sai theo công thức (6.91)

$$m_{x_1} = \pm 4''63 \sqrt{0,00000773} = \pm 0,013\text{m}$$

$$m_{y_1} = \pm 4''63 \sqrt{0,0000018} = \pm 0,006\text{m}$$

$$m_{x_2} = \pm 4''63 \sqrt{0,00000811} = \pm 0,013\text{m}$$

$$m_{y_2} = \pm 4''63 \sqrt{0,00000561} = \pm 0,011\text{m}$$

$$m_{x_3} = \pm 4''63 \sqrt{0,00000681} = \pm 0,012\text{m}$$

$$m_{y_3} = \pm 4''63 \sqrt{0,00000221} = \pm 0,007\text{m}$$

c) Sai số trung phương vị trí điểm sau bình sai được xác định theo công thức (6.92)

$$\text{Điểm 1: } M_1 = \pm 0,014\text{m}$$

$$\text{Điểm 2: } M_2 = \pm 0,017\text{m}$$

$$\text{Điểm 3: } M_3 = \pm 0,014\text{m}$$

d) Tính sai số trung phương chiều dài cạnh sau bình sai

Để tính sai số trung phương tương đối chiều dài cạnh cần tính sai số trung phương của cạnh theo công thức (6.96), trọng số đảo trong công thức này được xác định theo công thức (6.95). Trong công thức (6.95), khi đánh giá độ chính xác đối với hàm F là cạnh thì ma trận đạo hàm riêng f sẽ là:

$$f = (-\cos\alpha_{ij}^o - \sin\alpha_{ij}^o + \cos\alpha_{ij}^o + \sin\alpha_{ij}^o)$$

Các trị số $\cos\alpha_{ij}^o$, $\sin\alpha_{ij}^o$ của từng cạnh đã có ở bảng (6.16). Do đó tính được trọng số đảo, sai số trung phương của cạnh, sai số trung phương tương đối của các cạnh là:

+ Cạnh B -1:

$$Q_{S_{B-1}} = 8,318.10^{-6} \quad ; \quad M_{S_{B-1}} = 0,013m$$

Sai số trung phương tương đối:

$$\frac{0,013m}{330,743m} = \frac{1}{25000}$$

+ Cạnh 1 - 2

$$Q_{S_{1-2}} = 7,955.10^{-6} \quad ; \quad M_{S_{1-2}} = 0,013m$$

Sai số trung phương tương đối:

$$\frac{0,013m}{443,294m} = \frac{1}{34000}$$

+ Cạnh 2 - 3:

$$Q_{S_{2-3}} = 7,455.10^{-6} \quad ; \quad M_{S_{2-3}} = 0,013m$$

Sai số trung phương tương đối:

$$\frac{0,013m}{529,003m} = \frac{1}{40000}$$

+ Cạnh 3 - C

$$Q_{S_{3-C}} = 8,186.10^{-6} \quad ; \quad M_{S_{3-C}} = 0,013m$$

Sai số trung phương tương đối:

$$\frac{0,013m}{263,827m} = \frac{1}{20000}$$

Chương 7

BÌNH SAI LƯỚI KHỐNG CHẾ ĐO VẼ

7.1 KHÁI NIỆM VỀ LƯỚI KHỐNG CHẾ ĐO VẼ

Như đã trình bày ở chương 6 về lưới khống chế trắc địa, gồm lưới khống chế trắc địa Nhà nước, lưới khống chế trắc địa khu vực và lưới khống chế đo vẽ.

Lưới khống chế đo vẽ là cấp lưới khống chế cuối cùng về toạ độ và độ cao để trực tiếp đo vẽ địa hình, địa vật, đồng thời là cơ sở trắc địa để chuyển các đồ án thiết kế ra thực địa.

Lưới khống chế đo vẽ về toạ độ mặt bằng thành lập bằng các phương pháp như: đường chuyền kinh vĩ, hoặc hệ thống đường chuyền kinh vĩ, lưới tam giác nhỏ hoặc sử dụng công nghệ GPS.

Lưới khống chế đo vẽ về độ cao được thành lập theo phương pháp đo cao hình học hoặc phương pháp đo cao lượng giác. Lưới đo cao được thành lập từ những đường đo cao riêng biệt hoặc hệ thống các đường đo cao tựa trên các điểm độ cao của lưới cấp cao hơn.

Hệ thống đường chuyền kinh vĩ, hệ thống đường đo cao có thể tạo nên một điểm nút hoặc nhiều điểm nút.

Lưới khống chế đo vẽ toạ độ mặt bằng, lưới khống chế đo vẽ độ cao tựa trên các điểm khống chế cấp cao hơn khi bình sai thì toạ độ, độ cao của các điểm khống chế cấp cao hơn coi như không có sai số.

Đối với hệ thống đường chuyền kinh vĩ tạo nên điểm nút thì số lượng góc của mỗi đường là khác nhau. Còn đối với hệ thống đường đo cao tạo nên điểm nút thì chiều dài hoặc số trạm máy của mỗi đường đo là khác nhau.

Bài toán bình sai được giải quyết trong trường hợp đo không cùng độ chính xác, nghĩa là có sự tham gia của trọng số trong quá trình bình sai.

7.2 BÌNH SAI HỆ THỐNG LƯỚI ĐỘ CAO MỘT ĐIỂM NÚT.

Có hệ thống lưới độ cao một điểm nút, điểm Q (hình 7.1) tựa trên các điểm độ cao cấp cao hơn A, B, C, D đã biết các độ cao gốc, biết tổng số hiệu số độ cao theo các đường đo là $[h]_i$ ($i=1, 2, 3, 4$), biết chiều dài các đường đo là L_i hoặc số trạm máy của mỗi đường đo là n_i .

Bình sai hệ thống lưới độ cao theo trình tự sau:

1. Tính độ cao điểm nút Q theo các đường đo:

$$H_i = H_{i\text{ gốc}} + [h]_i \quad (7.1)$$

$$H_{i\text{ gốc}} = H_A, H_B, H_C, H_D.$$

2. Kiểm tra chất lượng kết quả đo cao theo các đường đo.

Từ các đường đo cao, chọn hai đường đo có tổng chiều dài hai đường đo này là ngắn nhất hoặc có tổng số trạm máy là ít nhất để tính sai số khép hiệu số độ cao theo hai đường đo đã chọn:

$$f_{hi+k} = H_k - H_i \quad (i, k = 1, 2, 3, 4; i \neq k)$$

Nếu chọn đường đo (1) và đường đo (2) theo điều kiện đã nói ở trên, tính:

$$f_{h1+2} = H_2 - H_1$$

Ở đây H_1 là độ cao điểm nút Q tính theo đường đo (1) dẫn từ điểm A đến điểm nút Q; H_2 là độ cao điểm nút Q tính theo đường đo (2) dẫn từ điểm B đến điểm nút Q.

Lần lượt tính đối với các đường khác theo công thức (7.2). Yêu cầu:

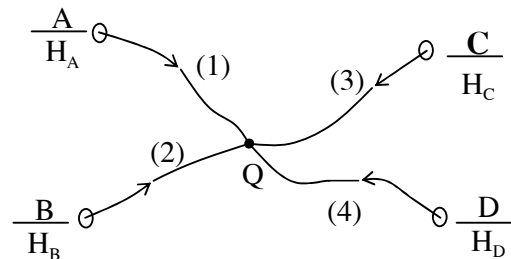
$$f_{hi+k} \leq f_{hi+k \text{ cho phép}} \\ f_{hi+k \text{ chophep}} = \pm 50 \sqrt{(L_i + L_k)} \text{ km} \quad (\text{mm}) \quad (7.3)$$

Chiều dài đường đo tính theo đơn vị km, còn sai số khép tính theo đơn vị mm.

Nếu tính theo số trạm đo thì:

$$f_{hi+k \text{ chophep}} = \pm 10 \sqrt{(n_i + n_k)} \quad (\text{mm}) \quad (7.4)$$

Khi các sai số khép hiệu số độ cao f_{hi+k} đã nằm trong phạm vi cho phép thì tính trọng số cho giá trị độ cao của điểm nút Q đã được tính theo các đường đo cao.



Hình 7.1

Công thức tính trọng số;

$$p_i = \frac{k}{L_i} \quad (7.5)$$

$$(i = 1, 2, 3, 4)$$

Hoặc:

$$p_i = \frac{c}{n_i} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (7.6)$$

Trong công thức (7.5), (7.6) thì trị số k, trị số c là số chọn tùy ý miễn sao tính trọng số được thuận lợi. Trong cả quá trình tính chỉ được dùng một trị số k hoặc một trị số c.

3. Tính trị số độ cao điểm nút Q đã được bình sai (trị số xác suất nhất) theo công thức:

$$H_Q = \frac{p_1 H_1 + p_2 H_2 + p_3 H_3 + p_4 H_4}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4} = \frac{[pH]}{[p]} \quad (7.7)$$

Hoặc có thể tính:

$$H_Q = H_0 + \frac{[p\varepsilon]}{[p]} \quad (7.8)$$

H_0 là trị số gần đúng của điểm nút Q.

$\varepsilon_i = H_i - H_0$ là số dư, $(i = 1, 2, 3, 4)$

4. Tính sai số khép hiệu số độ cao cho các đường đo cao:

$$f_{hi} = H_i - H_Q \quad (7.9)$$

$$(i = 1, 2, 3, 4)$$

Chúng ta gọi V_{hi} là số hiệu chỉnh của tổng số hiệu số độ cao theo đường đo thứ i, thì:

$$V_{hi} = -f_{hi} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (7.10)$$

Như thế số hiệu chỉnh V_{hi} sẽ được tính:

$$V_{hi} = H_Q - H_i \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (7.11)$$

5. Phân phối số hiệu chỉnh V_{hi} cho các đường đo cao:

Trên các đường đo cao có chiều dài đường đo khá dài, để tăng dày các điểm độ cao trên các đường đo cao, người ta bố trí một số điểm cần xác định độ cao, hiệu số độ cao của đoạn đo thứ j là h_j , chiều dài đoạn đo thứ j là S_j . Do vậy cần tính số hiệu chỉnh cho hiệu số độ cao của đoạn đo thứ j. Gọi số hiệu chỉnh cho hiệu số độ cao h_j là δ_{hj} , thì δ_{hj} được tính:

$$\delta_{hj} = -\frac{V_{hi}}{L_i} \cdot S_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (7.12)$$

Kiểm tra: Tổng các số hiệu chỉnh cho các đoạn đo phải bằng V_{hi} nhưng với dấu ngược lại.

Hiệu số độ cao h_j đã được hiệu chỉnh:

$$\overline{h_j} = h_j + \delta_{hj}$$

Các đoạn đo khác cũng làm tương tự. Đã có hiệu số độ cao được hiệu chỉnh sẽ tính được độ cao các điểm nằm trên đường đo cao.

Để kiểm tra công việc tính các số hiệu chỉnh V_i của các đường đo tính theo công thức (7.11) dùng công thức:

$$[pV] = 0$$

Do việc làm tròn số trong quá trình tính trị số H_Q nên $[pV]$ xấp xỉ bằng không.

6. Đánh giá độ chính xác:

a. Tính sai số trung phương trọng số đơn vị:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pVV]}{N-K}} \quad (7.13a)$$

Còn tính theo sai số khép hiệu số độ cao sẽ được:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pf_h^2]}{N-K}} \quad (7.13b)$$

Trong đó: N - số đường đo;
K - số điểm nút.

b. Tính sai số trung phương trên 1km đường đo cao:

$$m_{km} = \mu \sqrt{\frac{1}{k}} \quad (7.14)$$

$$(p_i = \frac{k}{L_i})$$

Nếu trọng số được xác định theo công thức (7.6) thì:

$$m_{km} = \mu \sqrt{\frac{[n]}{C[L]}} \quad (7.15)$$

c. Tính trọng số của độ cao điểm nút Q sau bình sai là p_Q :

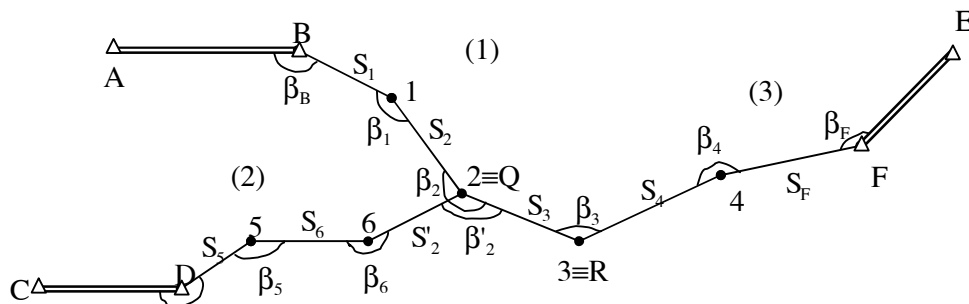
$$p_Q = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 \quad (7.16)$$

d. Tính sai số trung phương trị độ cao điểm nút Q sau bình sai:

$$m_Q = \mu \sqrt{\frac{1}{p_Q}} \quad (7.17)$$

Trong công thức (7.17) thì $\frac{1}{p_Q}$ được gọi là trọng số đảo.

7.3 BÌNH SAI HỆ THỐNG LƯỚI ĐƯỜNG CHUYỀN KINH VĨ MỘT ĐIỂM NÚT.



Có hệ thống lưới đường chuyền kinh vĩ một điểm nút Q (hình 7.2). Hệ thống lưới đường chuyền kinh vĩ này được tựa nên các điểm của lưới cấp cao hơn $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $C(x_C, y_C)$, $D(x_D, y_D)$. Toạ độ của các điểm cấp cao này coi như không có sai số, do đó góc định hướng α_{AB} , α_{CD} , α_{EF} cũng được coi như không có sai số. Toạ độ của các điểm A, B, C, D, E, F gọi là các toạ độ gốc. Góc định hướng α_{AB} , α_{CD} , α_{EF} được gọi là góc định hướng gốc.

Trong lưới đã biết các trị góc đo, chiều dài các cạnh đường chuyền theo các đường đo (1), (2), (3).

Việc bình sai được tách riêng ra hai công đoạn: Bình sai góc và bình sai số gia toạ độ.

7.3.1. Bình sai góc:

Trên hình (7.2) chúng ta lấy điểm Q trùng với điểm 2, lấy điểm R trùng với điểm 3 để gọi cạnh QR thay thế cho gọi cạnh 2–3. Để bình sai góc trong hệ thống lưới đường chuyền kinh vĩ này, người ta chọn một cạnh có nối vào điểm nút Q, ở đây chọn cạnh QR làm cạnh nút hay cạnh chính.

Bình sai góc theo trình tự sau đây:

1. Tính góc định hướng cho cạnh chính QR.

Trên hình (7.2) theo các đường đo dẫn từ các cạnh gốc AB, CD, EF đến cạnh chính QR, các góc đo đều nằm bên phải của mỗi đường đo nên góc định hướng cạnh chính QR được tính theo công thức:

$$\alpha_i = \alpha_{i \text{ gốc}} + 180^\circ n_i - [\beta]_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (7.18)$$

Ở đây $\alpha_{i \text{ gốc}} = \alpha_{AB}, \alpha_{CD}, \alpha_{EF}$.

Viết khai triển công thức (3.18) để tính góc định hướng cho cạnh chính QR theo các đường đo sẽ có:

$$\alpha_1 = \alpha_{AB} + 180^\circ 3 - [\beta]_1$$

$$\alpha_2 = \alpha_{CD} + 180^\circ 4 - [\beta]_2$$

$$\alpha_3 = \alpha_{EF} + 180^\circ 3 - [\beta]_3$$

Ở đây:

$$[\beta]_1 = \beta_B + \beta_1 + \beta_2$$

$$[\beta]_2 = \beta_D + \beta_5 + \beta_6 + \beta'_2$$

$$[\beta]_3 = \beta_F + \beta_4 + \beta_3$$

2. Kiểm tra lại trị góc đo theo các đường đo:

Chọn hai đường đo có số lượng góc ít nhất tính sai số khép góc:

$$\left. \begin{aligned} f_{\beta_{1+2}} &= \alpha_2 - \alpha_1 \\ f_{\beta_{2+3}} &= \alpha_3 - \alpha_2 \end{aligned} \right\} \quad (7.19)$$

Yêu cầu sai số khép góc ở (3.19) phải nhỏ hơn hoặc bằng sai số khép góc cho phép.

Đối với máy kinh vĩ có độ chính xác $t = 30''$ có:

$$f_{\beta_{1+2} \text{ cho phép}} = \pm 1' \sqrt{n_1 + n_2} \quad \text{Đối với đường đo (1) và (2)}$$

$$f_{\beta_{2+3} \text{ cho phép}} = \pm 1' \sqrt{n_2 + n_3} \quad \text{Đối với đường đo (2) và (3).}$$

3. Tính trọng số cho giá trị các góc định hướng $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ theo công thức:

$$p_i = \frac{k}{n_i} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (7.20)$$

4. Tính trị góc định hướng đã được bình sai (trị xác suất nhất) của cạnh chính QR theo công thức:

$$\alpha_{QR} = \frac{p_1 \alpha_1 + p_2 \alpha_2 + p_3 \alpha_3}{p_1 + p_2 + p_3} = \frac{[p\alpha]}{[p]} \quad (7.21)$$

Chọn giá trị gần đúng của α_{QR} là α_0 , tính số dư:

$$\varepsilon_i = \alpha_i - \alpha_0 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

Trị số α_{QR} được tính theo trị gần đúng:

$$\alpha_{QR} = \alpha_0 + \frac{[p\varepsilon]}{[p]} \quad (7.22)$$

Cần chú ý là đối với công thức (7.21) thì α_3 được tính theo đường đo (3) là góc định hướng của cạnh RQ là α_{RQ} , do vậy phải lấy α_{RQ} trừ đi 180^0 để được α_{QR} rồi mới đưa vào (7.21).

Tính α_{QR} theo công thức (7.22) sẽ thuận lợi hơn so với tính theo công thức (7.21).

5. Tính sai số khép góc cho tổng các góc theo các đường chuyền kinh (1), (2), (3) theo công thức:

$$f_{\beta_i} = \alpha_{QR} - \alpha_i \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (7.23)$$

Công thức (7.23) để tính sai số khép góc theo từng đường đo, trường hợp các góc đo nằm bên phải mỗi đường kể từ cạnh gốc đến cạnh chính QR, như trên hình 7.2.

Yêu cầu:

$$\begin{aligned} f_{\beta_i} &\leq f_{\beta_i \text{ cho phép}} \\ f_{\beta_i \text{ cho phép}} &= \pm 1,5t \cdot \sqrt{n_i} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

Kiểm tra $[pf_{\beta}] = 0$

Trường hợp các góc đo nằm bên trái mỗi đường đo, sai số khép được tính theo công thức:

$$f_{\lambda_i} = \alpha_i - \alpha_{QR} \quad (7.24)$$

Yêu cầu:

$$f_{\lambda_i} \leq \pm 1,5t \cdot \sqrt{n_i}$$

Kiểm tra $[pf_{\lambda}] = 0$

6. Phân phối sai số khép góc để tính số hiệu chỉnh cho các góc đo theo mỗi đường đo bằng cách đổi dấu sai số khép góc rồi chia cho số góc của đường đo đó.

Đối với đường đo (1), số hiệu chỉnh cho các góc đo $\beta_B, \beta_1, \beta_2$ là:

$$V_{\beta_B} = V_{\beta_1} = V_{\beta_2} = -\frac{f_{\beta_1}}{3}$$

Đường đo (2), số hiệu chỉnh cho các góc đo $\beta_D, \beta_5, \beta_6, \beta'_2$ là:

$$V_{\beta_D} = V_{\beta_5} = V_{\beta_6} = V_{\beta'_2} = -\frac{f_{\beta_2}}{4}$$

Đường đo (3), số hiệu chỉnh cho các góc đo $\beta_F, \beta_4, \beta_3$ là:

$$V_{\beta_F} = V_{\beta_4} = V_{\beta_3} = -\frac{f_{\beta_3}}{3}$$

Trị đo góc đã được hiệu chỉnh bằng trị đo cộng với số hiệu chỉnh tương ứng.

Xuất phát từ góc định hướng cạnh gốc của mỗi đường đo, dùng trị đo góc đã được hiệu chỉnh lần lượt tính góc định hướng cho tất cả các cạnh của đường chuyền kinh vĩ.

7. Đánh giá độ chính xác đo góc.

a. Tính sai số trung phương trọng số đơn vị:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pf_{\beta}^2]}{N-1}} \quad (N - \text{Số đường đo}) \quad (7.25)$$

b. Tính sai số trung phương đo góc:

$$m_{\beta} = \mu \sqrt{\frac{1}{k}} \quad (7.26)$$

$$(k \text{ lấy từ công thức } p_i = \frac{k}{n_i})$$

7.3.2. Tính và bình sai số gia tọa độ.

1. Tính số gia tọa độ.

Sau khi đã có góc định hướng và chiều dài của các cạnh đường chuyền kinh vĩ, tiến hành tính gia số tọa độ. Sau đó tính tổng số gia tọa độ của mỗi đường chuyền kinh vĩ:

$$[\Delta x]_i; [\Delta y]_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (7.27)$$

2. Tính tọa độ cho điểm nút Q.

Xuất phát từ tọa độ đã biết của các điểm gốc B, D, F tính tọa độ cho điểm nút Q theo công thức:

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i \text{ gốc}} + [\Delta x]_i \\ y_i &= y_{i \text{ gốc}} + [\Delta y]_i \end{aligned} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (7.28)$$

3. Kiểm tra chất lượng đo chiều dài cạnh đường chuyền kinh vĩ:

Chọn hai đường đo có tổng chiều dài cạnh ngắn nhất để tính sai số khép số gia tọa độ:

$$\left. \begin{aligned} f_{x1+2} &= x_2 - x_1 \\ f_{y1+2} &= y_2 - y_1 \\ f_{L1+2} &= \sqrt{f_{x1+2}^2 + f_{y1+2}^2} \\ q_{1+2} &= \frac{f_{L1+2}}{L_{1+2}} \\ f_{x2+3} &= x_3 - x_2; \quad f_{y2+3} = y_3 - y_2; \\ f_{L2+3} &= \sqrt{f_{x2+3}^2 + f_{y2+3}^2} \\ q_{2+3} &= \frac{f_{L2+3}}{L_{2+3}} \end{aligned} \right\} \quad (7.29)$$

Yêu cầu các sai số q_{1+2}, q_{2+3} tính được ở (7.29) phải nhỏ hơn hoặc bằng sai số tương đối $\frac{1}{T}$ cho phép.

4. Tính trọng số cho trị số tọa độ điểm nút Q theo các đường đo:

$$p_i = \frac{k}{L_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (7.30)$$

L_i trong công thức (7.20) tính theo đơn vị km.

5. Tính trị tọa độ đã bình sai (trị xác suất nhất) của điểm nút Q theo công thức:

$$\left. \begin{aligned} x_Q &= \frac{[px]}{[p]} = x_0 + \frac{[p\epsilon x]}{[p]} \\ y_Q &= \frac{[py]}{[p]} = y_0 + \frac{[p\epsilon y]}{[p]} \end{aligned} \right\} \quad (7.31)$$

$$(i = 1, 2, 3)$$

$$\epsilon_{ix} = x_i - x_0$$

$$\epsilon_{iy} = y_i - y_0$$

6. Tính sai số khép số gia tọa độ của mỗi đường chuyền kinh vĩ:

$$f_{xi} = x_i - x_Q$$

$$f_{yi} = y_i - y_Q$$

Kiểm tra $[pf_x] = 0$; $[pf_y] = 0$

7. Phân phối sai số khép số gia tọa độ và tính tọa độ cho các đỉnh đường chuyền kinh vĩ.

Số hiệu chỉnh số gia tọa độ được tính riêng cho từng đường chuyền kinh vĩ:

Đường (1): $V_{\Delta x_{B-1}} = -\frac{f_{x1}}{L_1} \cdot S_1$; $V_{\Delta x_{1-2}} = -\frac{f_{x1}}{L_1} \cdot S_2$;

$$V_{\Delta y_{B-1}} = -\frac{f_{y1}}{L_1} \cdot S_1$$
; $V_{\Delta y_{1-2}} = -\frac{f_{y1}}{L_1} \cdot S_2$;

Đường (2): $V_{\Delta x_{D-5}} = -\frac{f_{x2}}{L_2} \cdot S_5$; $V_{\Delta x_{5-6}} = -\frac{f_{x2}}{L_2} \cdot S_6$; $V_{\Delta x_{6-2}} = -\frac{f_{x2}}{L_2} \cdot S'_2$;

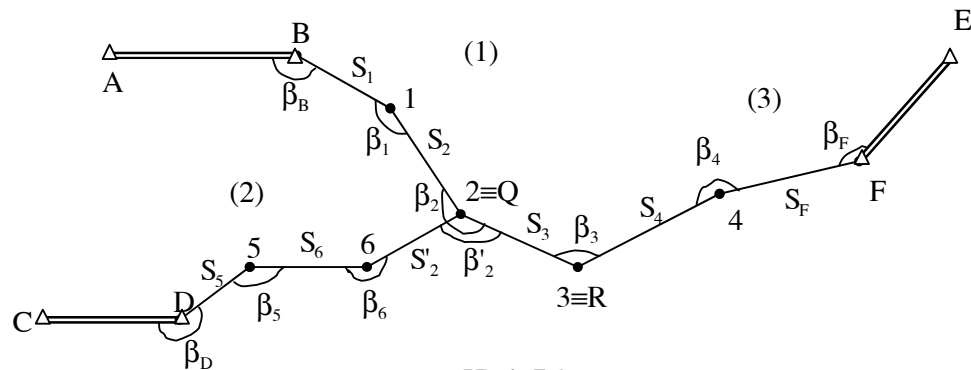
Đường (3): $V_{\Delta x_{F-4}} = -\frac{f_{x3}}{L_3} \cdot S_F$; $V_{\Delta x_{4-3}} = -\frac{f_{x3}}{L_3} \cdot S_4$; $V_{\Delta x_{3-2}} = -\frac{f_{x3}}{L_3} \cdot S_3$;

$$V_{\Delta y_{F-4}} = -\frac{f_{y3}}{L_3} \cdot S_F$$
; $V_{\Delta y_{4-3}} = -\frac{f_{y3}}{L_3} \cdot S_4$; $V_{\Delta y_{3-2}} = -\frac{f_{y3}}{L_3} \cdot S_3$;

Số gia tọa độ đã được hiệu chỉnh bằng số số gia tọa độ đã tính được cộng với số hiệu chỉnh số gia tọa độ tương ứng.

Sau khi đã có số gia tọa độ đã được hiệu chỉnh, tiến hành tính tọa độ cho tất cả các đỉnh của đường chuyền kinh vĩ.

Ví dụ về bình sai hệ thống lưới đường chuyền kinh vĩ, (hình 7.3).



Hình 7.3

Cho các số liệu đo trong bảng 7.1

Bảng 7.1

STT	Ký hiệu góc	Giá trị góc đo	Ký hiệu cạnh	Chiều dài cạnh đo (m)
1	β_B	$138^0 23' 48''$	S_1	298,48
2	β_1	$175^0 52' 12''$	S_2	326,13
3	β_2	$216^0 48' 30''$	S_3	278,94

4	β'_2	105°29'48"	S ₄	253,45
5	β_3	161°48'00"	S _F	318,29
6	β_4	192°35'30"	S' ₂	342,76
7	β_F	128°26'48"	S ₅	186,54
8	β_5	165°52'30"	S ₆	272,37
9	β_6	214°37'12"		
10	β_D	213°27'00"		

Số liệu gốc như trong bảng 7.2

Bảng 7.2

Tên điểm	Góc định hướng	Toạ độ		Ghi chú
		X(m)	Y(m)	
A	92°48'18"	482,35	345,62	$f_{\beta \text{ cho phép}} = \pm 1' \sqrt{n}$
B				
C	82°08'42"	-523,93	225,81	$\frac{f_L}{L} = \frac{1}{3000}$
D				
E	225°32'00"	-51,16	1610,60	
F				

Từ các góc định hướng cạnh gốc cho trong bảng 7.2 theo trị số góc đo, số góc đo theo các đường đo, tính góc định hướng cho cạnh chính QR, tính kiểm tra trị góc đo theo các đường đo, tính trọng số cho giá trị các góc định hướng $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, tính trị góc định hướng đã được bình sai cạnh chính QR, tính sai số khép góc theo các đường đo. Tất cả các số liệu tính này được ghi trong bảng 7.3.

Bảng 7.3

TT đường đo	α	ε	N	$p = \frac{k}{n}$ k=12	p ε	f_{β}	Kiểm tra tính sai số khép góc
(1)	102°43'48"	+2'06"	3	4	+8'24"	-1'12"	$f_{\beta_{1+2}} = 102°42'12'' - 102°43'48'' = 1'36''$
(2)	102°42'12"	+0'30"	4	3	+1'30"	+0'24"	$f_{\beta \text{ cho phép}} = \pm 1' \sqrt{7} = \pm 2'36''$

(3)	102°41'42"	0	3	4	0	+0'54"	$f_{\beta_{2+3}} = 102^\circ 41' 42'' - 102^\circ 42' 12'' = -0' 30''$
α_0	102°41'42"			11	+9'54"		$f_{\beta_{\text{cho phép}}} = \pm 1' \sqrt{7} = \pm 2' 36''$
$\alpha_{QR} = 102^\circ 41' 42'' \frac{9' 54''}{11} = 102^\circ 42' 36''$ $[pf_\beta] = 0$ $f_{\beta_1} = 102^\circ 42' 36'' - 102^\circ 43' 48'' = -1' 12''$ $f_{\beta_{\text{cho phép}}} = \pm 1' \sqrt{3} = \pm 1' 44''$				$f_{\beta_2} = 102^\circ 42' 36'' - 102^\circ 42' 12'' = +24''$ $f_{\beta_{\text{cho phép}}} = \pm 1' \sqrt{4} = \pm 120''$ $f_{\beta_3} = 102^\circ 42' 36'' - 102^\circ 41' 42'' = +54''$ $f_{\beta_{\text{cho phép}}} = \pm 1' \sqrt{3} = \pm 1' 44''$			

Tính bình sai góc, tính góc định hướng cho các cạnh đường chuyền được ghi trong bảng 7.4.

Bảng 7.4

TT đường đo	Đỉnh đường chuyền	Góc đo	Số hiệu chỉnh	Góc đã bình sai	Góc định hướng
(1)	B	138°23'48"	+24"	138°24'12"	134°24'06" 139°31'30"
	1	174°52'12"	+24"	174°52'36"	
	2	216°48'30"	+24"	216°48'54"	
(2)	D	213°27'00"	-6"	213°26'54"	48°41'48" 62°49'24" 28°12'18"
	5	165°52'30"	-6"	165°52'24"	
	6	214°37'12"	-6"	214°37'06"	
	2	105°29'48"	-6"	105°29'42"	
(3)	F	128°26'48"	-18"	128°26'30"	277°05'30" 264°30'18" 282°42'36"
	4	192°35'30"	-18"	192°35'12"	
	3	161°48'00"	-18"	161°47'42"	
	2				

Đánh giá độ chính xác đo góc:

a. Tính sai số trung phương trọng số đơn vị:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pf_\beta^2]}{2}}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{20736 + 1728 + 11664}{2}} = \pm 130' 6''$$

b. Sai số trung phương đo góc:

$$m_{\beta} = \mu \sqrt{\frac{1}{k}} \rightarrow m_{\beta} = \pm 130''6 \sqrt{\frac{1}{12}} = \pm 37''7$$

Tính số gia toạ độ, tính toạ độ điểm nút Q theo các đường chuyền kinh vĩ được ghi ở bảng 7.5

Bảng 7.5

Đường đo	Điểm	Chiều dài cạnh (m)	Góc định hướng	Số gia toạ độ (m)		Toạ độ (m)	
				Δx	Δy	x	y
(1)	B					482,35	345,62
		298,48	134°24'06"	-208,54	213,25		
	1						
		326,13	139°31'30"	-248,08	211,70		
	2=Q					25,43	770,57
	Σ	624,61		-456,92	424,95		
(2)	D					-523,93	225,81
		186,54	48°41'48"	123,12	140,13		
	5						
		272,37	62°49'24"	124,40	242,30		
	6						
		342,76	28°12'18"	302,06	162,00		
	2=Q					25,65	770,24
	Σ	801,67		549,58	544,43		
(3)	F					-51,16	1610,60
		318,29	277°05'30"	39,30	-315,86		
	4						
		253,45	264°30'18"	-24,27	-252,28		
	3						
		278,94	282°42'36"	61,37	-272,10		
	2=Q					25,24	770,36
	Σ	850,68		76,40	-840,24		

Tính kiểm tra chất lượng đo chiều dài cạnh của đường chuyền kinh vĩ:

$$f_{x1+2} = x_2 - x_1 = 25,65m - 25,43m = 0,22m$$

$$f_{y1+2} = y_2 - y_1 = 770,24m - 770,57m = -0,33m$$

$$f_{L1+2} = \sqrt{(0,22m)^2 + (-0,33m)^2} = 0,40m$$

$$\frac{f_{L1+2}}{L_{1+2}} = \frac{0,40m}{1426m} = \frac{1}{3600}$$

$$f_{x2+3} = x_3 - x_2 = 25,24m - 25,65m = -0,41m$$

$$f_{y2+3} = y_3 - y_2 = 770,36m - 770,24m = 0,12m$$

$$f_{L2+3} = \sqrt{(-0,41m)^2 + (0,12m)^2} = 0,43m$$

$$\frac{f_{L2+3}}{L_{2+3}} = \frac{0,43m}{1652m} = \frac{1}{3800}$$

Tính trọng số cho trị số tọa độ điểm nút Q theo các đường đo, tính trị số đã bình sai của điểm nút Q, tính sai số khép số gia tọa độ của mỗi đường chuyền kinh vĩ, tính sai số tương đối của mỗi đường chuyền kinh vĩ được ghi ở bảng 7.6.

Bảng 7.6

TT	X (m)	ϵ_x (cm)	$p\epsilon_x$ (cm)	f_x (cm)	S (km)	$p = \frac{k}{S}$ $k=1$	f_y (cm)	$p\epsilon_y$ (cm)	ϵ_y (cm)	Y (m)
(1)	25,43	+19	30,4	-1	0,62	1,6	+16	52,8	+33	770,57
(2)	25,65	+41	49,2	+21	0,80	1,2	-17	0	0	770,24
(3)	25,24	0	0	-20	0,85	1,2	-5	14,4	+12	770,36
	$X_0=25,24$		79,6			4,0		67,2		$y_0=770,24$
$x_Q = 25,24m + \frac{0,796m}{4,0} = 25,44m$ (1) $f_L = \sqrt{(0,01m)^2 + (0,16m)^2} = 0,16m$ $\frac{f_L}{L} = \frac{1}{3900}$ $y_Q = 770,24m + \frac{0,672m}{4,0} = 770,41m$ (2) $f_L = \sqrt{(0,21)^2 + (-0,17)^2} = 0,27m$ $\frac{f_L}{L} = \frac{1}{3000}$ (3) $f_L = \sqrt{(-0,21)^2 + (-0,05)^2} = 0,22m$ $\frac{f_L}{L} = \frac{1}{3900}$										

Tính số gia tọa độ đã được hiệu chỉnh, tính tọa độ các đỉnh đường chuyền kinh vĩ được ghi ở bảng 7.7.

Bảng 7.7

Đường đo	Điểm	Số gia tọa độ (m)		Số gia tọa độ đã hiệu chỉnh (m)		Tọa độ (m)	
		Δx	Δy	Δx	Δy	X	Y
(1)	B					482,35	345,62
		-208,84	213,25	-208,84	213,17		
	1	0	-8			273,51	558,79

		-248,08	211,70	-248,07	211,62		
	2	+1	-8			25,44	770,41
(2)	D					-523,93	225,81
		123,12	140,13	123,07	140,17		
	5	-5	+4			-400,86	365,98
		124,40	242,30	124,33	242,36		
	6	-7	+6			-276,53	608,34
		302,06	162,00	301,97	162,07		
(3)	F					-51,16	1610,60
		39,30	-315,86	39,37	-315,84		
	4	+7	+2			-11,79	1294,76
		-24,27	-252,28	-24,21	-252,27		
	3	+6	+1			-36,00	1042,49
		61,37	-272,10	61,44	-272,08		
	2	+7	+2			25,44	770,41

7.4 BÌNH SAI HỆ THỐNG LƯỚI ĐỘ CAO HAI ĐIỂM NÚT.

Cho hệ thống đường độ cao có hai điểm nút Q và T (hình 7.4), đã biết độ cao của các điểm cấp cao A(H_A), B(H_B), C(H_C), D(H_D); tổng hiệu số độ cao theo các đường đo $[h]_1$, $[h]_2$, $[h]_3$, $[h]_4$, $[h]_5$, $[h]_6$, chiều dài các đường đo L_1 , L_2 , L_3 , L_5 , L_6 , hoặc có số trạm máy trên các đường đo n_1 , n_2 , n_3 , n_4 , n_5 , n_6 .

Trình tự bình sai được thực hiện như sau:

1. Tính độ cao điểm nút Q theo các đường đo (1), (2), (3):

$$H_i = H_{i\text{ gốc}} + [h]_i \quad (i=1,2,3) \quad (7.34)$$

Ở đây $H_{i\text{ gốc}}$ là H_A , H_B , H_C .

2. Kiểm tra chất lượng kết quả đo cao theo các đường đo cao giống như trường hợp hệ thống lưới độ cao có một điểm nút.

Yêu cầu các sai số khép hiệu số độ cao tính được theo các kết quả đo phải nhỏ hơn hoặc bằng sai số khép cho phép.

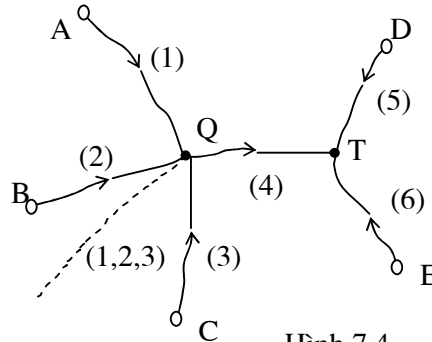
3. Tính trọng số cho giá trị độ cao điểm nút Q đã được tính theo các đường đo theo công thức:

$$p_i = \frac{k}{L_i} \quad (\text{Hoặc } p_i = \frac{c}{n_i}) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (7.34)$$

Chiều dài đường đo L_i tính theo đơn vị km, n_i là số trạm máy trên mỗi đường đo.

4. Tính trị số độ cao trung bình của điểm nút Q theo các đường đo cao (1), (2), (3):

$$H_{1,2,3} = \frac{p_1 H_1 + p_2 H_2 + p_3 H_3}{p_1 + p_2 + p_3} \quad (7.35)$$



Hình 7.4

5. Thay thế các đường đo cao (1), (2), (3) bằng một đường đo cao tương đương, ký hiệu đường tương đương này là (1,2,3), trên hình 3.4 là đường nét đứt. Trọng số của đường đo cao tương đương là $p_{1,2,3}$ được tính:

$$p_{1,2,3} = p_1 + p_2 + p_3 \quad (7.36)$$

Chiều dài đường đo cao tương đương là $L_{1,2,3}$ được tính:

$$L_{1,2,3} = \frac{k}{p_{1,2,3}} \quad (7.37)$$

Nhập đường đo cao tương đương với đường đo cao (4) để dẫn tới điểm nút T, ký hiệu đường này là (1,2,3+4).

Chiều dài đường đo cao tương đương và đường đo cao (4) là $L_{1,2,3+4}$ được tính:

$$L_{1,2,3+4} = L_{1,2,3} + L_4 \quad (7.38)$$

6. Tính độ cao điểm nút T theo đường (1,2,3+4) và đường (5), đường (6) được tính:

$$\begin{aligned} H_{1,2,3+4} &= H_{1,2,3+4} + [h]_4 \\ H_5 &= H_D + [h]_5 \\ H_6 &= H_E + [h]_6 \end{aligned} \quad (7.39)$$

7. Tính sai số khép hiệu số độ cao theo hai đường đo cao có tổng chiều dài ngắn nhất:

$$\begin{aligned} f_{h5+6} &= H_6 - H_5 \\ f_{h(1,2,3+4)+5} &= H_5 - H_{1,2,3+4} \end{aligned} \quad (7.40)$$

Yêu cầu các sai số khép hiệu số độ cao tính được ở (7.40) phải nhỏ hơn hoặc bằng sai số khép hiệu số độ cao cho phép.

8. Tính trọng số cho giá trị độ cao điểm nút T đã được tính ở (7.39) theo công thức:

$$\left. \begin{aligned} p_{1,2,3+4} &= \frac{k}{L_{1,2,3+4}} \\ p_5 &= \frac{k}{L_5} \\ p_6 &= \frac{k}{L_6} \end{aligned} \right\} \quad (7.41)$$

9. Tính trị độ cao đã bình sai (trị xác suất nhất) của độ cao điểm nút T theo công thức:

$$H_T = \frac{p_{1,2,3+4}H_{1,2,3+4} + p_5H_5 + p_6H_6}{p_{1,2,3+4} + p_5 + p_6} \quad (7.42)$$

10. Tính sai số khép hiệu số độ cao cho từng đường đo riêng:

$$f_{h1,2,3+4} = H_{1,2,3+4} - H_T \quad (7.43)$$

Tính tách ra:

$$\begin{aligned} f_{h1,2,3} &= \frac{f_{h1,2,3+4}}{L_{1,2,3+4}} \cdot L_{1,2,3} \\ f_{h4} &= \frac{f_{h1,2,3+4}}{L_{1,2,3+4}} \cdot L_4 \\ f_{h5} &= H_5 - H_T \\ f_{h6} &= H_6 - H_T \end{aligned} \quad (7.44)$$

Kiểm tra:

$$f_{h1,2,3} + f_{h4} = f_{h1,2,3+4}$$

11. Tính trị độ cao đã bình sai (trị xác suất nhất) của độ cao điểm nút Q:

$$H_Q = H_{1,2,3} - f_{h1,2,3} \quad (7.45)$$

12. Tính sai số khép hiệu số độ cao cho các đường đo cao (1), (2), (3) dẫn tới điểm nút Q:

$$f_{hi} = H_i - H_Q \quad (i = 1, 2, 3) \quad (7.46)$$

Khai triển (7.46) sẽ được:

$$f_{h1} = H_1 - H_Q$$

$$f_{h2} = H_2 - H_Q$$

$$f_{h3} = H_3 - H_Q$$

Đổi dấu các sai số khép hiệu số độ cao tính được rồi phân phối cho các đường đo tương ứng. Cách phân phối sai số khép hiệu số độ cao của từng đường đo được làm theo cách làm của đường đo cao đơn đã biết trước đây. Sau đó tính độ cao cho các điểm nằm trong từng đường đo.

13. Đánh giá độ chính xác:

a. Tính sai số trung phương trọng số đơn vị theo sai số khép hiệu số độ cao:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pf_h^2]}{N-K}} \quad (7.47a)$$

b. Tính sai số trung phương trọng số đơn vị theo số hiệu chỉnh:

Nếu ta gọi số hiệu chỉnh là V_{hi} , sẽ có:

$$V_{hi} = -f_{hi}$$

Tính được:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pVV]}{N-K}} \quad (7.47b)$$

c. Tính sai số trung phương trên 1km đường đo cao:

$$m_{km} = \mu \sqrt{\frac{1}{k}} \quad (7.48)$$

$$\left(p = \frac{k}{L} \right)$$

d. Tính trọng số cho độ cao điểm nút T và Q sau bình sai:

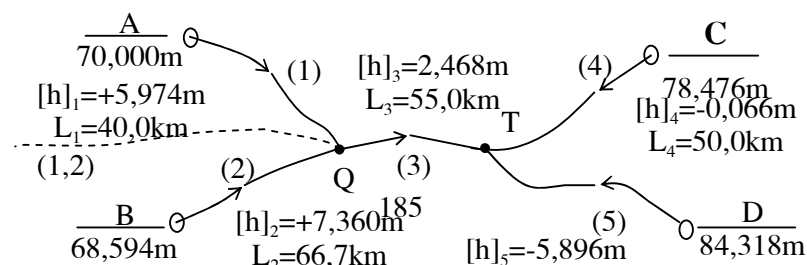
$$P_T = p_{1,2,3+4} + p_5 + p_6$$

$$P_Q = P_T \frac{p_{1,2,3} + p_4}{p_4 + p_5 + p_6} \quad (7.49)$$

e. Tính sai số trung phương trị độ cao điểm nút T và Q sau bình sai (trị xác suất nhất):

$$\left. \begin{aligned} m_T &= \mu \sqrt{\frac{1}{P_T}} \\ m_Q &= \mu \sqrt{\frac{1}{P_Q}} \end{aligned} \right\} \quad (7.50)$$

Ví dụ: Bình sai hệ thống lưới độ cao có hai điểm nút cho trên hình 7.5



Cho hệ thống lưới độ cao có hai điểm nút Q và T (hình 7.5).

Trình tự bình sai được thực hiện như sau:

1. Tính độ cao điểm nút Q theo đường đo (1), (2):

$$H_1 = 70,000\text{m} + 5,974\text{m} = 75,974\text{m}$$

$$H_2 = 68,594\text{m} + 7,360\text{m} = 75,954\text{m}$$

2. Kiểm tra chất lượng kết quả đo cao theo đường đo (1),(2):

$$f_{h1+2} = 75,954\text{m} - 75,974\text{m} = -20\text{mm}.$$

$$f_{h1+2 \text{ cho phép}} = \pm 50\sqrt{(40,0 + 66,7)\text{km}} = \pm 561\text{mm}$$

3. Tính trọng số cho giá trị độ cao điểm nút Q theo đường đo (1), (2):

$$p_1 = \frac{100}{40,0} = 2,50;$$

$$p_2 = \frac{100}{66,7} = 1,50;$$

4. Tính trị số độ cao trung bình của điểm nút Q theo đường đo cao (1), (2):

$$H_{1,2} = \frac{2,50.75,974\text{m} + 1,50.75,954\text{m}}{2,50 + 1,50} = 75,966\text{m}$$

5. Thay thế đường đo cao (1) và (2) bằng đường đo cao tương đương (1,2). Tính trọng số của đường đo cao tương đương (1,2) là $p_{1,2}$ được tính:

$$p_{1,2} = p_1 + p_2 = 2,50 + 1,50 = 4,00$$

Chiều dài đường đo cao tương đương là $L_{1,2}$ được tính:

$$L = \frac{100}{4,00} = 25,0\text{km}$$

Nhập đường tương đương với đường đo cao (3) để dẫn tới điểm nút T, ký hiệu đường này là (1,2+3). Chiều dài đường đo cao tương đương và đường đo cao (3) là $L_{1,2+3}$ được tính:

$$L_{1,2+3} = 25,0\text{km} + 55,0\text{km} = 80\text{km}$$

6. Tính độ cao điểm nút T theo đường (1,2+3) và đường đo cao (4), đường đo cao (5) là:

$$H_{1,2+3} = H_{1,2} + [h]_3 = 75,966\text{m} + 2,468\text{m} = 78,434\text{m}$$

$$H_4 = H_C + [h]_4 = 78,476\text{m} - 0,066\text{m} = 78,410\text{m}$$

$$H_5 = H_D + [h]_5 = 84,318\text{m} - 5,896\text{m} = 78,422\text{m}$$

7. Tính sai số khép hiệu số độ cao theo hai đường đo cao có tổng chiều dài ngắn nhất:

$$f_{h4+5} = 78,422\text{m} - 78,410\text{m} = 12\text{mm}$$

$$f_{h4+5 \text{ cho phép}} = \pm 50\sqrt{(50,0 + 40,0)\text{km}} = \pm 474\text{mm}$$

$$f_{h(1,2+3)+5} = 78,422\text{m} - 78,434\text{m} = -12\text{mm}$$

$$f_{h(1,2+3)+5 \text{ cho phép}} = \pm 50\sqrt{(80,0 + 40,0)km} = \pm 547mm$$

8. Tính trọng số cho giá trị độ cao điểm nút T tính theo đường (1,2+3) và đường (4), đường (5):

$$p_{1,2+3} = \frac{100}{80,0} = 1,25$$

$$p_4 = \frac{100}{50,0} = 2,00$$

$$p_5 = \frac{100}{40,0} = 2,50$$

9. Tính trị đo cao đã bình sai (trị xác suất nhất) của độ cao điểm nút T:

$$H_T = \frac{1,25.78,434m + 2,00.78,410m + 2,50.78,422m}{1,25 + 2,00 + 2,50} = 78,420m$$

10. Tính sai số khép hiệu số độ cao theo từng đường đo riêng:

$$f_{h1,2+3} = 78,434m - 78,420m = 14mm$$

Tách ra:

$$f_{h1,2} = \frac{14mm}{80,0km} . 25,0km = 4mm$$

$$f_{h3} = \frac{14mm}{80,0km} . 55,0km = 10mm$$

$$f_{h4} = 78,410m - 78,420m = -10mm$$

$$f_{h5} = 78,422m - 78,420m = 2mm$$

11. Tính trị đo cao đã bình sai (trị xác suất nhất) của độ cao điểm nút Q:

$$H_Q = 75,966m - 0,004m = 75,962m$$

12. Tính sai số khép hiệu số độ cao cho đường đo (1) và (2) dẫn tới điểm nút Q:

$$f_{h1} = 75,974m - 75,962m = 12mm$$

$$f_{h2} = 75,954m - 75,962m = -8mm$$

Nếu ta gọi số hiệu chỉnh là V_{hi} , sẽ có:

$$V_{hi} = -f_{hi}$$

Như thế sẽ có số hiệu chỉnh cho các đường đo cao là:

$$V_{h1} = -12mm; \quad V_{h2} = +8mm;$$

$$V_{h3} = -10mm; \quad V_{h4} = 10mm; \quad V_{h5} = -2mm;$$

Theo thông lệ thì trị đo được hiệu chỉnh bằng trị đo cộng với số hiệu chỉnh:

$$[h]_{ih/c} = [h]_i + V_{hi}$$

Do vậy tính được tổng số hiệu số độ cao của các đường đo cao đã được hiệu chỉnh:

$$[h]_{1h/c} = 5,974m - 0,012m = 5,962m$$

$$[h]_{2h/c} = 7,360m + 0,008m = 7,368m$$

$$[h]_{3h/c} = 2,468m - 0,010m = 2,458m$$

$$[h]_{4h/c} = -0,066m + 0,010m = -0,056m$$

$$[h]_{5h/c} = -5,896m - 0,002m = -5,898m$$

13. Đánh giá độ chính xác:

a. Tính sai số trung phương trọng số đơn vị theo sai số khép hiệu số độ cao:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pf_h^2]}{N-K}}$$

$$p_1 f_{h1}^2 + p_2 f_{h2}^2 + p_3 f_{h3}^2 + p_4 f_{h4}^2 + p_5 f_{h5}^2$$

$$2,50.(12\text{mm})^2 + 1,50.(-8\text{mm})^2 + 1,82.(10\text{mm})^2 + 2,00.(-10\text{mm})^2 + 2,50.(2\text{mm})^2 = 848\text{mm}^2$$

$$\mu = \sqrt{\frac{848\text{mm}^2}{3}} = \pm 16,8\text{mm}$$

b. Tính sai số trung phương trọng số đơn vị theo số hiệu chỉnh của các đường đo cao:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pVV]}{N-K}}$$

$$p_1 V_{h1}^2 + p_2 V_{h2}^2 + p_3 V_{h3}^2 + p_4 V_{h4}^2 + p_5 V_{h5}^2$$

$$2,50.(-12\text{mm})^2 + 1,50.(8\text{mm})^2 + 1,82.(-10\text{mm})^2 + 2,00.(10\text{mm})^2 + 2,50.(-2\text{mm})^2 = 848\text{mm}^2$$

$$\mu = \sqrt{\frac{848\text{mm}^2}{3}} = \pm 16,8\text{mm}$$

c. Tính sai số trung phương trên 1km đường đo cao:

$$m_{km} = \mu \sqrt{\frac{1}{k}} \quad \text{mm}$$

$$m_{km} = \pm 16,8 \sqrt{\frac{1}{100}} = \pm 1,7\text{mm}$$

d. Tính trọng số cho độ cao điểm nút T và Q sau bình sai:

$$P_T = p_{1,2+3} + p_4 + p_5$$

$$P_T = 1,25 + 2,00 + 2,50 = 5,75$$

$$P_Q = P_T \cdot \frac{p_{1,2} + p_3}{p_3 + p_4 + p_5}$$

$$P_Q = 5,75 \cdot \frac{4,00 + 1,82}{1,82 + 2,00 + 2,50} = 5,29$$

e. Tính sai số trung phương trị độ cao điểm nút Q và T sau bình sai:

$$m_Q = \mu \sqrt{\frac{1}{P_Q}} = \pm 16,8 \sqrt{\frac{1}{5,29}} \text{mm} = \pm 7,3\text{mm}$$

$$m_T = \mu \sqrt{\frac{1}{P_T}} = \pm 16,8 \sqrt{\frac{1}{5,75}} \text{mm} = \pm 7,0\text{mm}$$

7.5 BÌNH SAI HỆ THỐNG LƯỚI ĐỘ CAO HAI ĐIỂM NÚT THEO PHƯƠNG PHÁP BÌNH SAI GIÁN TIẾP.

Trên cơ sở lý thuyết bình sai gián tiếp đã trình bày ở chương 6, áp dụng để bình sai hệ thống lưới độ cao hai điểm nút. Chúng ta sử dụng hệ thống lưới độ cao đã có trên hình 7.5

Cho hệ thống lưới độ cao có hai điểm nút Q và T, độ cao các điểm góc, tổng hiệu số độ cao, chiều dài các đường ghi trực tiếp trên hình 7.5.

Các bước tính toán thực hiện theo trình tự sau:

1. Chọn ẩn số:

Trong hệ thống lưới độ cao này, cần xác định trị xác suất nhất của độ cao hai điểm nút Q và T là H_Q và H_T . Ẩn số được chọn sẽ là:

$$\begin{aligned} x &= H_Q \\ y &= H_T \end{aligned} \quad (7.51)$$

2. Lập hệ phương trình số hiệu chỉnh của các trị đo:

Từ hình 7.5, chúng ta có:

$$\left. \begin{aligned} V_1 + [h]_1 &= x - H_A \\ V_2 + [h]_2 &= x - H_B \\ V_3 + [h]_3 &= y - x \\ V_4 + [h]_4 &= y - H_C \\ V_5 + [h]_5 &= y - H_D \end{aligned} \right\} \quad (7.52)$$

Hay:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= x - H_A - [h]_1 \\ V_2 &= x - H_B - [h]_2 \\ V_3 &= -x + y - [h]_3 \\ V_4 &= y - H_C - [h]_4 \\ V_5 &= y - H_D - [h]_5 \end{aligned} \right\} \quad (7.53)$$

3. Đặt trị xác suất nhất của ẩn số bằng trị gần đúng và số hiệu chỉnh của ẩn số:

$$\begin{aligned} x &= x^0 + \delta x \\ y &= y^0 + \delta y \end{aligned} \quad (7.54)$$

Ở đây chọn:

$$\begin{aligned} x^0 &= H_A + [h]_1 \\ y^0 &= H_C + [h]_4 \end{aligned} \quad (7.55)$$

Thay (7.54) vào (7.55) sẽ có:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \delta x + 0 \\ V_2 &= \delta x + H_A + [h]_1 - H_B - [h]_2 \\ V_3 &= -\delta x + \delta y - H_A - [h]_1 + H_C + [h]_4 - [h]_3 \\ V_4 &= \delta y + 0 \\ V_5 &= \delta y + H_C + [h]_4 - H_D - [h]_5 \end{aligned} \right\} \quad (7.56)$$

Thay các trị số đã biết vào (7.56) sẽ được hệ phương trình số hiệu chỉnh các trị đo ở dạng tuyến tính:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \delta x + 0 \\ V_2 &= \delta x + 20 \\ V_3 &= -\delta x + \delta y - 32 \\ V_4 &= \delta y + 0 \\ V_5 &= \delta y - 12 \end{aligned} \right\} \quad (7.57)$$

Trong hệ (7.57) thì các số hạng tự do có đơn vị tính là mm.

4. Tính trọng số của các kết quả đo hiệu số độ cao:

$$p_i = \frac{100}{L_i} \quad (i = 1 \div 5)$$

$$p_1 = 2,50; \quad p_2 = 1,50; \quad p_3 = 1,82; \quad p_4 = 2,00; \quad p_5 = 2,50;$$

Từ hệ (7.57) dễ dàng nhận thấy các hệ số của các số hiệu chỉnh ẩn số và các số hạng tự do:

$$\left. \begin{array}{lll} a_1=1; & b_1=0; & l_1=0 \\ a_2=1; & b_2=0; & l_2=+20 \\ a_3=-1; & b_3=1; & l_3=-32 \\ a_4=0; & b_4=1; & l_4=0 \\ a_5=0; & b_5=1; & l_5=-12 \end{array} \right\} \quad (7.58)$$

Hệ phương trình (7.57) viết ở dạng ma trận:

$$V = AX + L \quad (7.59)$$

Tương ứng với một trị đo của tổng hiệu số độ cao sẽ có một phương trình số hiệu chỉnh, do đó có 5 phương trình số hiệu chỉnh của các trị đo. Trong 5 phương trình này có chứa hai ẩn số là số hiệu chỉnh của ẩn số. Số lượng phương trình là n luôn lớn hơn số ẩn số là t (n>t).

Hệ phương trình (7.59) với các số liệu đã có ở (7.58) sẽ là:

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix}; L = \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \\ -32 \\ 0 \\ -12 \end{bmatrix}$$

5. Để giải hệ phương trình (7.59) phải thành lập hệ phương trình chuẩn:

$$RX + b = 0 \quad (7.60)$$

Trong hệ (7.60), thì:

$$\begin{aligned} R &= A^T P A \\ b &= A^T P L \end{aligned} \quad (7.61)$$

Ở đây $R = A^T P A$ là ma trận chuẩn

$b = A^T P L$ là vectơ số hạng tự do của hệ phương trình chuẩn.

A^T là ma trận chuyển vị của ma trận A

P là ma trận trọng số

Vectơ nghiệm X được xác định:

$$X = -R^{-1}b \quad (7.62)$$

Trong hệ (7.62) thì R^{-1} là ma trận nghịch đảo của ma trận chuẩn R

Ma trận chuyển vị A^T của ma trận A:

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ma trận trọng số P:

$$P = \begin{bmatrix} 2,50 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,82 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,50 \end{bmatrix}$$

Tính ma trận chuẩn R và vectơ số hạng tự do b:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,50 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,82 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2,50 & 1,50 & -1,82 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,82 & 2,00 & 2,50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,82 & -1,82 \\ -1,82 & 6,32 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 5,82 & -1,82 \\ -1,82 & 6,32 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 2,50 & 1,50 & -1,82 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,82 & 2,00 & 2,50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \\ -32 \\ 0 \\ -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 88,24 \\ -88,24 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 88,24 \\ -88,24 \end{bmatrix}$$

Ma trận nghịch đảo R^{-1} là:

$$R^{-1} = \frac{1}{33,47} \begin{bmatrix} 6,32 & 1,82 \\ 1,82 & 5,82 \end{bmatrix}$$

Vectơ nghiệm X được tính:

$$X = -\frac{1}{33,47} \begin{bmatrix} 6,32 & 1,82 \\ 1,82 & 5,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 88,24 \\ -88,24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\text{Nghịệm} \quad \begin{cases} \delta x = -12\text{mm} \\ \delta y = 10\text{mm} \end{cases}$$

Thay $\delta x, \delta y$ vào (7.57), tìm được các số hiệu chỉnh cho các tổng hiệu số độ cao của các đường đo cao:

$$V_1 = -12\text{mm}$$

$$V_2 = 8\text{mm}$$

$$V_3 = -10\text{mm}$$

$$V_4 = 10\text{mm}$$

$$V_5 = -2\text{mm}$$

Trị gần đúng của H_Q và H_T là:

$$H_Q^0 = 70,000\text{m} + 5,974\text{m} = 75,974\text{m}$$

$$H_T^0 = 78,410\text{m} + 0,066\text{m} = 78,410\text{m}$$

6. Tính trị xác suất nhất hay trị đã bình sai của độ cao điểm nút H_Q và H_T :

$$H_Q = 75,974\text{m} - 0,012\text{m} = 75,962\text{m}$$

$$H_T = 78,410\text{m} + 0,010\text{m} = 78,420\text{m}$$

7. Tính tổng hiệu số độ cao theo các đường đo đã được hiệu chỉnh:

$$\overline{[h]}_1 = 5,974\text{m} - 0,012\text{m} = 5,962\text{m}$$

$$\overline{[h]}_2 = 7,360\text{m} + 0,008\text{m} = 7,368\text{m}$$

$$\overline{[h]}_3 = 2,468\text{m} - 0,010\text{m} = 2,458\text{m}$$

$$\overline{[h]}_4 = -0,066\text{m} + 0,010\text{m} = -0,056\text{m}$$

$$\overline{[h]}_5 = -5,896\text{m} - 0,002\text{m} = -5,898\text{m}$$

8. Đánh giá độ chính xác:

a. Tính sai số trung phương trọng số đơn vị:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pVV]}{n-t}} = \sqrt{\frac{V^T PV}{n-t}}$$

$$[pVV] = 2,50(-12\text{mm})^2 + 1,50(8\text{mm})^2 + 1,82(-10\text{mm})^2 + 2,00(10\text{mm})^2 + 2,50(-2\text{mm})^2 = 848\text{mm}^2$$

$$\mu = \sqrt{\frac{848\text{mm}^2}{3}} = \pm 16,8\text{mm}$$

Nếu tính μ theo công thức $\mu = \sqrt{\frac{V^T PV}{n-t}}$ sẽ có:

$$V^T PV = \begin{bmatrix} -12 & 8 & -10 & 10 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,50 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,82 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -12 \\ 8 \\ -10 \\ 10 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -30 & 12 & -18,2 & -20 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -12 \\ 8 \\ -10 \\ 10 \\ -2 \end{bmatrix} = 848\text{mm}^2$$

$$\mu = \sqrt{\frac{848\text{mm}^2}{3}} = \pm 16,8\text{mm}$$

b. Tính sai số trung phương trên 1km đường đo cao:

$$m_{km} = \mu \sqrt{\frac{1}{k}} = \pm 16,8 \sqrt{\frac{1}{100}} \text{mm} = \pm 1,68\text{mm}$$

(k = 100)

c. Tính sai số trung phương của trị độ cao điểm nút Q và T sau bình sai.

Trước tiên tính trọng số đảo của trị số độ cao sau bình sai của điểm nút Q và T:

Chúng ta có:

$$Q = \frac{1}{33,47} \begin{bmatrix} 6,32 & 1,82 \\ 1,82 & 5,82 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,19 & 0,05 \\ 0,05 & 0,17 \end{bmatrix}$$

Trọng số đảo của độ cao điểm nút Q và T sau bình sai được tính:

$$\frac{1}{P_Q} = Q_{11} = 0,19; \quad \frac{1}{P_T} = Q_{22} = 0,17$$

Sai số trung phương của trị độ cao sau bình sai của điểm nút Q và T được tính theo công thức:

$$m_Q = \mu\sqrt{Q_{11}} = \pm 16,8\sqrt{0,19}\text{mm} = \pm 7,3\text{mm}$$

$$m_T = \mu\sqrt{Q_{22}} = \pm 16,8\sqrt{0,17}\text{mm} = \pm 7,0\text{mm}$$

d. Đánh giá độ chính xác của hiệu số độ cao giữa hai điểm nút Q và T sau bình sai.

Lập hàm

$$F = H_T - H_Q = -x + y$$

Trọng số đảo của hàm F là Q_F được tính theo công thức:

$$Q_F = f \cdot Q \cdot f^T$$

Ma trận đạo hàm riêng f được tính theo đạo hàm riêng của hàm F theo các ẩn số x và y:

$$f = \left[\frac{\partial F}{\partial x} = -1; \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 1 \right]$$

$$f = [-1 \quad 1]; \quad f^T = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Q_F = f \cdot Q \cdot f^T = [-1 \quad 1] \frac{1}{33,47} \begin{bmatrix} 6,32 & 1,82 \\ 1,82 & 5,82 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{33,47} [-4,5 \quad 4] \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{8,5}{33,47} = 0,25$$

$$m_F = m_{h_{QT}} = \mu\sqrt{Q_F} = \pm 16,8\sqrt{0,25}\text{mm} = \pm 8,4\text{mm}$$

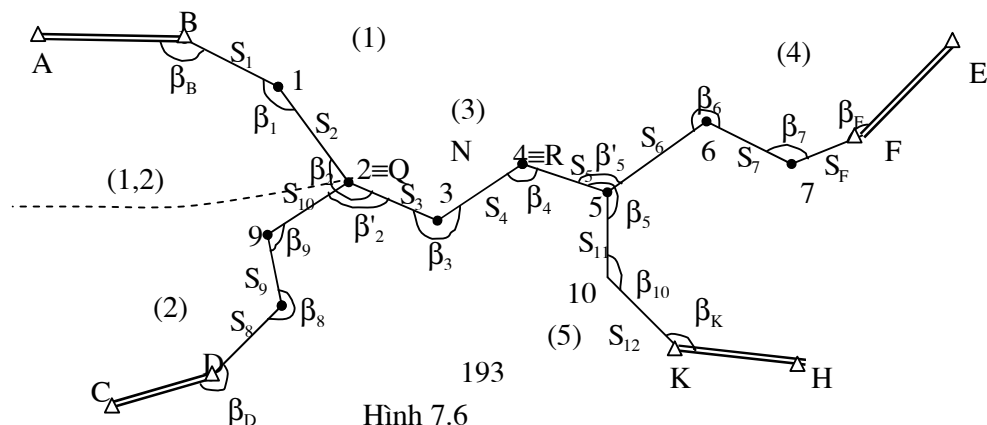
7.6 BÌNH SAI HỆ THỐNG LƯỚI ĐƯỜNG CHUYỂN KINH VĨ HAI ĐIỂM NÚT.

Đối với hệ thống đường đo kinh vĩ có hai điểm nút Q và T (hình 7.6) các số liệu đã biết là:

a. Tọa độ các điểm B(X_B, Y_B); D(X_D, Y_D); F(X_F, Y_F); K(X_K, Y_K); các góc định hướng của các cạnh $\alpha_{AB}, \alpha_{CD}, \alpha_{EF}, \alpha_{HK}$, đó là các số liệu của lưới cấp cao hơn, có độ chính xác cao hơn lưới sẽ xây dựng, các số liệu này được gọi là các số liệu gốc, coi như không có sai số.

b. Các góc đo tại đỉnh đường đo kinh vĩ và chiều dài các cạnh trong từng đường đo.

Bình sai hệ thống lưới đường chuyển kinh vĩ có hai điểm nút bao gồm hai việc: Thứ nhất – Bình sai góc; thứ hai – Bình sai số gia tọa độ và tính tọa độ các đỉnh đường đo kinh vĩ.



7.6.1. Bình sai góc.

Để tiến hành bình sai góc, người ta phải chọn cạnh chính có liên quan tới các điểm nút, ở đây chọn hai cạnh QN và RT làm hai cạnh chính.

1. Tính góc định hướng cho cạnh chính QN theo các đường đo (1) và (2), công thức tổng quát:

$$\alpha_i = \alpha_{i \text{ gốc}} + 180^0 \cdot n_i - [\beta]_i \quad (i = 1, 2) \quad (7.63)$$

Cụ thể:

$$\alpha_1 = \alpha_{AB} + 180^0 \cdot 3 - [\beta]_1$$

$$\alpha_2 = \alpha_{CD} + 180^0 \cdot 4 - [\beta]_2$$

2. Kiểm tra chất lượng đo góc của hai đường đo (1) và (2):

$$f_{\beta_{1+2}} = \alpha_2 - \alpha_1 \quad (7.64)$$

Yêu cầu $f_{\beta_{1+2}} \leq f_{\beta \text{ cho phép}}$

Ở đây:

$$f_{\beta \text{ cho phép}} = 1,5 \cdot t \cdot \sqrt{n_1 + n_2}$$

n_1, n_2 - số góc đo của đường (1) và đường (2).

3. Tính trọng số cho các giá trị góc định hướng α_1 và α_2 theo công thức:

$$p_i = \frac{k}{n_i} \quad (i = 1, 2) \quad (7.66)$$

4. Tính giá trị góc định hướng cạnh chính QN theo số trung bình cộng tổng quát:

$$\alpha_{1,2} = \frac{p_1 \alpha_1 + p_2 \alpha_2}{p_1 + p_2} \quad (7.67)$$

Trọng số $\alpha_{1,2}$ là $p_{1,2}$ được tính:

$$p_{1,2} = p_1 + p_2 \quad (7.68)$$

5. Thay thế đường đo (1) và (2) bằng đường tương đương, tính số góc cho đường tương đương này. Ký hiệu số góc của đường tương đương là $n_{1,2}$, thì $n_{1,2}$ được tính:

$$n_{1,2} = \frac{k}{p_{1,2}} \quad (7.69)$$

6. Nhập đường tương đương với đường (3) để cùng với các đường đo (4) và (5) tính góc định hướng cho cạnh chính RT.

Số góc của đường tương đương và đường (3) ký hiệu là $n_{1,2+3}$, được tính:

$$n_{1,2+3} = n_{1,2} + n_3 \quad (7.70)$$

Góc định hướng của cạnh chính RT được tính theo công thức:

$$\alpha_i = \alpha_{i \text{ gốc}} + 180^0 \cdot n_i - [\beta]_i \quad (i = 1, 2 + 3, 4, 5) \quad (7.71)$$

$$\alpha_{i \text{ gốc}} = \alpha_{1,2}; \alpha_{EF}; \alpha_{HK};$$

7. Kiểm tra chất lượng đo góc bằng cách tính sai số khép góc theo hai đường đo có tổng số góc như nhất, ví dụ:

$$\left. \begin{aligned} f_{\beta_{4+5}} &= \alpha_5 - \alpha_4 \end{aligned} \right\}$$

$$f_{\beta(1,2+3)+5} = \alpha_5 - \alpha_{1,2+3} \quad (7.72)$$

Yêu cầu các sai số khép góc tính được ở (7.72) phải nhỏ hơn hoặc bằng sai số khép góc cho phép.

8. Tính trọng số cho các giá trị góc định hướng α_4 , α_5 , $\alpha_{1,2+3}$:

$$\left. \begin{aligned} p_4 &= \frac{k}{n_4} \\ p_5 &= \frac{k}{n_5} \\ p_{1,2+3} &= \frac{k}{n_{1,2+3}} \end{aligned} \right\} \quad (7.73)$$

9. Tính giá trị cuối cùng (giá trị đã được bình sai) của cạnh chính RT và tính sai số khép cho các đường đo.

Góc định hướng đã được bình sai cạnh RT được ký hiệu là α_{RT} , được tính:

$$\alpha_{RT} = \frac{p_{1,2+3}\alpha_{1,2+3} + p_4\alpha_4 + p_5\alpha_5}{p_{1,2+3} + p_4 + p_5} \quad (7.74)$$

Tính sai số khép

$$\left. \begin{aligned} f_{\beta 1,2+3} &= \alpha_{RT} - \alpha_{1,2+3} \\ f_{\beta 4} &= \alpha_{RT} - \alpha_4 \\ f_{\beta 5} &= \alpha_{RT} - \alpha_5 \end{aligned} \right\} \quad (7.75)$$

Tách ra:

$$\left. \begin{aligned} f_{\beta 3} &= \frac{f_{\beta 1,2+3}}{n_{1,2+3}} \cdot n_3 \\ f_{\beta 1,2} &= \frac{f_{\beta 1,2+3}}{n_{1,2+3}} \cdot n_{1,2} \end{aligned} \right\} \quad (7.76)$$

Kiểm tra:

$$f_{\beta 3} + f_{\beta 1,2} = f_{\beta 1,2+3}$$

10. Tính giá trị góc định hướng cuối cùng của cạnh QN (góc định hướng đã được bình sai), ký hiệu là α_{QN} .

Sau khi đã có góc định hướng cạnh RT (α_{TR}) đã tính được sai số khép góc $f_{\beta 1,2}$ do vậy:

$$\alpha_{QN} = \alpha_{1,2} + f_{\beta 1,2} \quad (7.77)$$

Trường hợp nếu góc đo nằm bên trái đường đo, thì:

$$\alpha_{QN} = \alpha_{1,2} - f_{\beta 1,2}$$

Tính sai số khép cho các đường đo (1) và (2):

$$\left. \begin{aligned} f_{\beta 1} &= \alpha_{QN} - \alpha_1 \\ f_{\beta 2} &= \alpha_{QN} - \alpha_2 \end{aligned} \right\} \quad (7.79)$$

Đem phân phối các sai số khép góc, sau đó tính góc định hướng cho tất cả các cạnh trong các đường đo.

7.6.2. Tính số gia toạ độ, bình sai số gia toạ độ và tính toạ độ cho các đỉnh đường chuyển kinh vĩ.

Sau khi bình sai góc, tính góc định hướng của các cạnh, tiến hành tính số gia tọa độ và bình sai số gia tọa độ theo trình tự dưới đây:

1. Theo hai đường đo (1) và (2) tính tọa độ cho điểm Q:

$$\left. \begin{aligned} x_{Q1} &= x_B + [\Delta x]_1; & y_{Q1} &= y_B + [\Delta y]_1; \\ x_{Q2} &= x_D + [\Delta x]_2; & y_{Q2} &= y_D + [\Delta y]_2; \end{aligned} \right\} \quad (7.80)$$

2. Kiểm tra chất lượng đo chiều dài cạnh bằng cách tính sai số khép số gia tọa độ theo hai đường đo (1) và (2):

$$(7.81) \quad \left. \begin{aligned} f_{x1+2} &= x_{Q2} - x_{Q1} \\ f_{y1+2} &= y_{Q2} - y_{Q1} \\ f_{L1+2} &= \sqrt{f_{x1+2}^2 + f_{y1+2}^2} \\ q_{1+2} &= \frac{f_{L1+2}}{L_1 + L_2} \end{aligned} \right\}$$

Trong đó: L_1 – Tổng chiều dài các cạnh trong đường đo (1);

L_2 – Tổng chiều dài các cạnh trong đường đo (2);

Yêu cầu $q_{1,2} \leq \frac{1}{T}$ (Tuỳ theo yêu cầu về độ chính xác có quy định cụ thể T)

3. Tính trọng số cho giá trị tọa độ điểm nút Q theo đường đo (1) và (2):

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \frac{k}{L_1} \\ p_2 &= \frac{k}{L_2} \end{aligned} \right\} \quad (7.82)$$

4. Tính trị số tọa độ điểm Q theo số trung bình cộng tổng quát. Trường hợp ở đây ký hiệu trị số trung bình cộng tổng quát cho tọa độ điểm nút Q theo đường đo (1) và (2) là $x_{Q1,2}$ và $y_{Q1,2}$ thì $x_{Q1,2}$ và $y_{Q1,2}$ được tính:

$$\left. \begin{aligned} x_{Q1,2} &= \frac{x_{Q1}p_1 + x_{Q2}p_2}{p_1 + p_2} \\ y_{Q1,2} &= \frac{y_{Q1}p_1 + y_{Q2}p_2}{p_1 + p_2} \end{aligned} \right\} \quad (7.83)$$

5. Thay thế đường (1) và (2) bằng đường tương đương, trọng số giá trị tọa độ điểm Q theo đường tương đương là $p_{1,2} = p_1 + p_2$

Đường tương đương có chiều dài $L_{1,2}$ là:

$$L_{1,2} = \frac{k}{p_1 + p_2} \quad (7.84)$$

Nhập đường tương đương với đường (3) cùng với các đường (4) và (5) để tính tọa độ cho điểm nút T.

Đường tương đương nhập vào đường (3) có chiều dài là $L_{1,2} + L_3$. Tọa độ điểm nút T được tính:

$$\left. \begin{aligned} x_{T,1,2+3} &= x_{Q1,2} + [\Delta x]_3; & y_{T,1,2+3} &= y_{Q1,2} + [\Delta y]_3; \\ x_{T4} &= x_F + [\Delta x]_4; & y_{T4} &= y_F + [\Delta y]_4; \\ x_{T5} &= x_K + [\Delta x]_5; & y_{T5} &= y_K + [\Delta y]_5; \end{aligned} \right\} \quad (7.85)$$

6. Kiểm tra chất lượng đo chiều dài cạnh đường đo bằng cách tính sai số khép số gia tọa độ theo hai đường đo có tổng chiều dài hai đường là ngắn nhất, ví dụ:

$$\begin{aligned}
 f_{x(1+2+3)+4} &= x_{T4} - x_{T1,2+3} \\
 f_{y(1+2+3)+4} &= y_{T4} - y_{T1,2+3} \\
 f_{L(1,2+3)+4} &= \sqrt{f_{x(1,2+3)+4}^2 + f_{y(1,2+3)+4}^2} \\
 q_{(1,2+3)+4} &= \frac{f_{L(1,2+3)+4}}{L_{1,2} + L_3 + L_4} \\
 f_{x4+5} &= x_{T5} - x_{T4} \\
 f_{y4+5} &= y_{T5} - y_{T4} \\
 f_{L4+5} &= \sqrt{f_{x4+5}^2 + f_{y4+5}^2} \\
 q_{4+5} &= \frac{f_{L4+5}}{L_4 + L_5}
 \end{aligned}$$

Yêu cầu $q_{(1,2+3)+4}$ và q_{4+5} phải nhỏ hơn hoặc bằng sai số tương đối cho phép $\frac{1}{T}$

Nếu các sai số khép tương đối về số gia tọa độ đã nằm trong phạm vi cho phép, tiến hành tính trọng số cho giá trị tọa độ điểm nút T theo các đường đo:

$$\left. \begin{aligned}
 p_{1,2+3} &= \frac{k}{L_{1,2} + L_3} \\
 p_4 &= \frac{k}{L_4} \\
 p_5 &= \frac{k}{L_5}
 \end{aligned} \right\} \quad (7.86)$$

7. Tính tọa độ cuối cùng (tọa độ đã được bình sai) của điểm T theo số trung bình cộng tổng quát:

$$\left. \begin{aligned}
 x_T &= \frac{x_{T1,2+3}p_{1,2+3} + x_{T4}p_4 + x_{T5}p_5}{p_{1,2+3} + p_4 + p_5} \\
 y_T &= \frac{y_{T1,2+3}p_{1,2+3} + y_{T4}p_4 + y_{T5}p_5}{p_{1,2+3} + p_4 + p_5}
 \end{aligned} \right\} \quad (7.87)$$

8. Sau khi đã có tọa độ điểm nút T, tính sai số khép số gia tọa độ cho từng đường đo dẫn tới điểm nút T:

$$\left. \begin{aligned}
 f_{x1,2+3} &= x_{T1,2+3} - x_T; & f_{y1,2+3} &= y_{T1,2+3} - y_T; \\
 f_{x4} &= x_{T4} - x_T; & f_{y4} &= y_{T4} - y_T; \\
 f_{x5} &= x_{T5} - x_T; & f_{y5} &= y_{T5} - y_T;
 \end{aligned} \right\} \quad (7.88)$$

Tách ra:

$$\begin{aligned}
 f_{x1,2} &= \frac{f_{x1,2+3}}{L_{1,2} + L_3} \cdot L_{1,2} \\
 f_{y1,2} &= \frac{f_{y1,2+3}}{L_{1,2} + L_3} \cdot L_{1,2}
 \end{aligned}$$

$$f_{x3} = \frac{f_{x1,2+3}}{L_{1,2} + L_3} \cdot L_3$$

$$f_{y3} = \frac{f_{y1,2+3}}{L_{1,2} + L_3} \cdot L_3$$

9. Tính tọa độ cuối cùng (tọa độ đã được bình sai) của điểm nút Q, ký hiệu là x_Q, y_Q .

Sau khi đã có tọa độ điểm nút T, tính được sai số khép số gia tọa độ $f_{x1,2}$ và $f_{y1,2}$, vậy:

$$x_Q = x_{Q1,2} - f_{x1,2}$$

$$y_Q = y_{Q1,2} - f_{y1,2}$$

Sau khi đã có tọa độ điểm nút Q, tính sai số khép số gia tọa độ cho các đường (1) và (2) dẫn tới điểm Q:

$$f_{x1} = x_{Q1} - x_Q; \quad f_{y1} = y_{Q1} - y_Q;$$

$$f_{x2} = x_{Q2} - x_Q; \quad f_{y2} = y_{Q2} - y_Q;$$

Đổi dấu các sai số khép số gia tọa độ $f_{x1}, f_{y1}, f_{x2}, f_{y2}, f_{x3}, f_{y3}, f_{x4}, f_{y4}, f_{x5}, f_{y5}$; rồi phân phối cho các số gia tọa độ của các đường theo nguyên tắc tỷ lệ với chiều dài các cạnh trong các đường tương ứng. Sau khi các số gia tọa độ đã được hiệu chỉnh, việc cuối cùng là tính tọa độ cho tất cả các đỉnh đường đo kinh vĩ. Cách phân phối sai số khép số gia tọa độ của đường đo xem phần phân phối sai số khép tọa độ của đường đo kinh vĩ đơn đã biết trước đây.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. A.M. Выровец. Высшая геодезия. Недра. Мосва. 1970.
2. W. Baran. Rachunek wyrownawczy. Olsztyn 1997
3. Cục Đo đạc và Bản đồ Nhà nước. *Quy phạm đo vẽ bản đồ địa hình tỷ lệ 1:500, 1:1000, 1:5000*. Hà nội 1976.
4. Đỗ Hữu Hình. *Phương pháp số bình phương nhỏ nhất*. Hà nội 1980.
5. Đỗ Ngọc Đường, Đặng Nam Chính. *Trắc địa cao cấp*. Nhà xuất bản giao thông. 2003
6. K. Dumanski. Geodezyjne Urzadzenia Terenow Rolnych. Warszawa 1975
7. Hà Minh Hoà. *Xác định trọng số đo cạnh trong lưới hỗn hợp góc cạnh*. Cục Đo đạc và bản đồ nhà nước. Hà nội. 1985.
8. Hoàng Ngọc Hà, Trương Quang Hiếu. *Cơ sở toán học xử lý số liệu trắc địa* – Nhà xuất bản Giao thông vận tải. Hà nội 1999.
9. Hoàng Ngọc Hà. *Tính toán trắc địa*. Trường Đại học Mỏ - Địa chất. Hà nội. 1996.
10. Hoàng Ngọc Hà. *Lý thuyết sai số và phương pháp số bình phương nhỏ nhất*. Trường Đại học Mỏ - Địa chất. Hà nội. 1995.
11. Roman Hlibowski, A. Lang. Geodezja. Warszawa 1971.
12. Ю.В. Кемниц. Теория ошибок. Измерений. Недра. Мосва. 1967.
13. А.В. Маслов. Геодезия. Недра. Мосва. 1972.
14. Aleksander M. Skorczynski. Przewodnik do cwiczen polowych z geodezji. Warszawa 1972.
15. Aleksander M. Skorczynski. Poligonizacja. Warszawa 2000.
16. Aleksander M. Skorczynski. Wyklad z rachunku i obliczen geodezyjnych. Warszawa 1995.
17. Aleksander M. Skorczynski. Niwelacja trygonometryczna w pomiarach szczegolowych. Warszawa 2000.
18. Nguyễn Trọng Tuyển. *Trắc địa*. Nhà xuất bản Nông nghiệp. Hà nội 1995.
19. Nguyễn Trọng San, Đào Quang Hiếu, Đinh Công Hoà. *Trắc địa cơ sở*. Nhà xuất bản Xây dựng. Hà nội. 2002.
20. Nguyễn Trọng San. *Đo đạc địa chính*. Hà nội 2002.
21. M Odlanickiego-Poczobusta. Cwiczenia z geodezji i topografii. Warszawa 1988.
22. Phan Hiến, Vi Trường, Trương Quang Hiếu. *Lý thuyết sai số và Phương pháp bình phương nhỏ nhất*. Hà nội 1985.
23. Stefan Przewlocki. Geodezja I. Kutno 2002.
24. Tadeusz. Sadownik. Geodezja. Warszawa 1972
25. J. Szymonski. Geodezja. Warszawa 1992
26. J. Szymonski. Instrumentoznawstwo geodezyjne. Warszawa 1982.
27. Tổng cục Địa chính. *Quy phạm thành lập bản đồ địa chính tỷ lệ 1:500, 1:1000, 1:5000, 1:10000 và 1:25000*. Hà nội 1999.
28. Tổng cục Địa chính. *Công nghệ thành lập bản đồ địa chính bằng máy toàn đạc điện tử*. Hà nội. 1999.
29. А.Ф. Чижмаков. Геодезия. Недра. Мосва. 1975.
30. J. Zrabek, Z. Adamczewski. Cwiczenia z geodezji. Warszawa 1975.